

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ  
И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК: 534.212; 534.231; 534.284

ВОЛНОВОДНАЯ ИЗОЛЯЦИЯ ЗВУКА В ТРУБАХ, ОБЛИЦОВАННЫХ  
УПРУГИМ ВОДОПОДОБНЫМ МАТЕРИАЛОМ

© 2022 г. М. А. Миронов\*

Акционерное общество «Акустический институт имени академика Н.Н. Андреева»,  
ул. Шверника 4, Москва, 117449 Россия

\*e-mail: mironov\_ma@mail.ru

Поступила в редакцию 20.01.2022 г.

После доработки 20.01.2022 г.

Принята к публикации 25.01.2022 г.

Рассмотрено влияние упругого водоподобного слоя, помещенного на стенку водозаполненного волновода, на распространение звука в волноводе. Сдвиговые колебания, возбуждаемые в слое, изменяют эффективную проводимость стенки волновода. В определенном частотном диапазоне около резонансной частоты волновое число звуковой волны оказывается чисто мнимым — волна экспоненциально затухает. Даны результаты расчетов эффективности этого эффекта, проводится аналогия с известным эффектом волноводной изоляции.

*Ключевые слова:* сдвиговые волны, резонанс, волноводная изоляция

DOI: 10.31857/S032079192203008X

## ВВЕДЕНИЕ

Для поглощения звука, распространяющегося по водозаполненным трубам, можно использовать внутреннюю облицовку водоподобными материалами (резиной). Водоподобность означает, что по плотности и сжимаемости материал мало отличается от воды, а модуль сдвига материала существенно меньше модуля всестороннего сжатия. Объемное поглощение в облицовке дает заметный эффект только на высоких частотах. В работах [1, 2] обсуждается другой механизм — поглощение, вызванное переходом энергии звуковой волны в энергию сдвиговой волны на границах раздела сред. Звук в жидкости возбуждает продольные (звуковые) колебания в облицовке. Далее продольные волны в облицовке благодаря прилипке (условию прилипания) эффективно преобразуются в сдвиговые волны. Энергия сдвиговых волн переходит в тепло из-за сильного сдвигового трения в материале облицовки. Этот эффект экспериментально проверен в работах [3, 4].

В настоящей работе рассмотрено другое влияние водоподобной облицовки на распространение звука, не связанное с поглощением сдвиговых волн. Сдвиговые колебания слоя водоподобного материала создают эффект, аналогичный действию резонаторов, размещенных на стенках волновода. Резонаторы существенно изменяют эффективную проводимость стенки. Для монополюсных резонаторов (резонаторов Гельмгольца), присоединенных к стенке волновода, соответ-

ствующая теория — теория волноводной изоляции — дана в работах [5–10] (и значительно позже, в современных работах, посвященных развитию направления акустических метаматериалов [11–14]). В этих работах показано, что одинаковые резонаторы, расположенные последовательно вдоль оси волновода, обладая эффективной проводимостью массового типа выше частоты резонанса, обеспечивают в определенном частотном диапазоне мнимое значение волнового числа. Это эквивалентно превращению волны в экспоненциально затухающую. Волновод оказывается запертым. Оказывается, что похожий эффект создает упругий водоподобный слой в частотном диапазоне ниже четвертьволнового резонанса для сдвиговых волн. В первом разделе настоящей работы представлена простая аналитическая теория эффекта. Во втором разделе даны некоторые количественные оценки затухания в зависимости от параметров конструкции.

## 1. ВОДОПОДОБНАЯ ОБЛИЦОВКА КАК ВОЛНОВОДНЫЙ ИЗОЛЯТОР

Последовательное вычисление акустической проводимости упругого слоя, лежащего на жестком основании, проведено в работе [2]. Не повторяя подробно саму процедуру вывода формулы, дадим схему получения соответствующей системы уравнений и окончательный результат. Рассматривается задача о распространении звука в

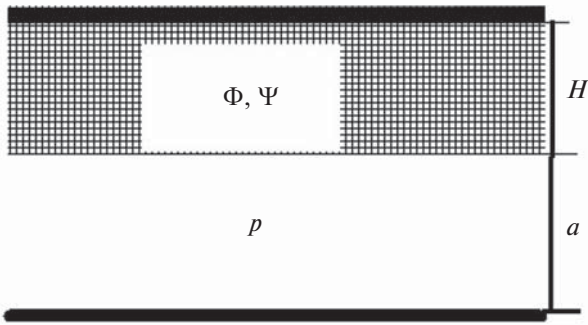


Рис. 1. Постановка задачи.

плоском слоистом волноводе толщиной  $a + H$  (рис. 1). Нижний слой толщиной  $a$  занимает невязкая сжимаемая жидкость с плотностью  $\rho_0$  и скоростью звука  $c_0$ . Верхний слой толщиной  $H$  занимает упругая среда с плотностью  $\rho$  и параметрами Ламэ  $\lambda, \mu$ . Границы волновода жесткие. В упругом слое поле скорости состоит из суммы потенциальной (скалярный потенциал скорости  $\Phi$ ) и вихревой (векторный потенциал скорости  $\Psi$ ) компонент. В жидком слое поле описывается дав-

лением  $p$ . Волновод предполагается узким (одномодовым) по сравнению с длиной распространяющейся волны давления. Задача решается в два этапа. На первом этапе определяется входная проводимость упругого слоя относительно гармонического поля давления с частотой  $\omega$  и волновым числом  $\xi$ , заданного на границе раздела

$$p(x, t) = A \exp(-i\omega t + i\xi x). \quad (1)$$

На верхней границе упругого слоя выполняется условие равенства нулю нормальных и касательных скоростей. Внутри упругого слоя поле является суммой продольных и поперечных плоских волн с волновым числом вдоль оси  $x$ , равным  $\xi$ . На втором этапе вычисляется продольное волновое число волны давления в слое жидкости, ограниченном с одной стороны границей с заданной проводимостью, а с другой – жесткой границей. На границе раздела задаются равенство нормальных скоростей, равенство нормальных напряжений и равенства нулю касательных напряжений. Решение первого этапа дает следующее выражение для входной проводимости – отношения нормальной скорости  $u_z$  к нормальному напряжению  $\sigma_{zz}$  (см. [2]):

$$Y(\omega, \xi) = \frac{u_z}{\sigma_{zz}} = \frac{-i\omega\zeta_l k_t^2 (\xi^2 \cos \gamma \sin \alpha + \zeta_l \zeta_t \sin \gamma \cos \alpha)}{\mu [4\zeta_l \zeta_t \kappa^2 \xi^2 + \zeta_l \zeta_t (\kappa^4 + 4\xi^4) \cos \gamma \cos \alpha - \xi^2 (\kappa^4 + 4\zeta_l \zeta_t)]}. \quad (2)$$

В этой формуле введены следующие стандартные обозначения:  $k_t = \sqrt{\omega^2 \rho / \mu}$ ,  $k_l = \sqrt{\omega^2 \rho / (\lambda + 2\mu)}$  – волновые числа поперечной и продольной волн;  $\xi$  – волновое число вдоль оси  $x$ ;  $\zeta_l^2 = k_l^2 - \xi^2$  – квадрат проекции волнового вектора продольной волны на нормаль к границе;  $\zeta_t^2 = k_t^2 - \xi^2$  – квадрат проекции волнового вектора поперечной волны на нормаль к границе;  $\kappa^2 = k_l^2 - 2\xi^2$ ;  $\alpha = \zeta_l H$ ;  $\gamma = \zeta_t H$  – волновые толщины слоя относительно поперечной и продольной волн.

Как показано в [2], для водоподобного слоя можно пользоваться приближенной формулой, которая получается из точной, если считать, что  $|k_t| \gg |k_l|$ . При этом предположении выполняются следующие условия:

$$\zeta_l \approx k_t, \quad \cos \gamma \approx 1, \quad \sin \gamma \approx \gamma, \quad \kappa^2 \approx k_t^2, \\ \cos \alpha \approx \cos(k_t H), \quad \sin \alpha \approx \sin(k_t H).$$

Точная формула (2) для проводимости слоя может быть заменена на приближенную:

$$Y(\omega, \xi) \approx -i\omega \frac{\xi^2 \operatorname{tg}(k_t H) + \zeta_l^2 k_t H}{\mu k_t^3}. \quad (3)$$

После решения задачи о волне в волноводе с податливой стенкой, а именно, нахождения дисперсионной зависимости  $\xi(\omega)$ , можно проверить, насколько хорошо приближенная формула для проводимости (3) совпадает с точной (2).

Далее решается задача о распространении волны в волноводе шириной  $a$  с податливой границей (рис. 1). Общий случай такой задачи подробно рассмотрен в [15].

Поле в жидкости ищем в виде

$$p(x, z, t) = A \exp(-i\omega t + i\xi x) \cos(\delta z), \quad (4)$$

$\delta^2 + \xi^2 = (\omega/c_0)^2$ . Нормальная к границе скорость равна:

$$u_z(x, a, t) = A \frac{1}{-i\omega \rho_0} \delta \exp(-i\omega t + i\xi x) \sin(\delta a). \quad (5)$$

Записываем равенство проводимостей на границе раздела:

$$\frac{u_z(x, a, t)}{p(x, a, t)} = \frac{1}{-i\omega \rho_0} \delta \operatorname{tg}(\delta a) = Y$$

или, с учетом (3),

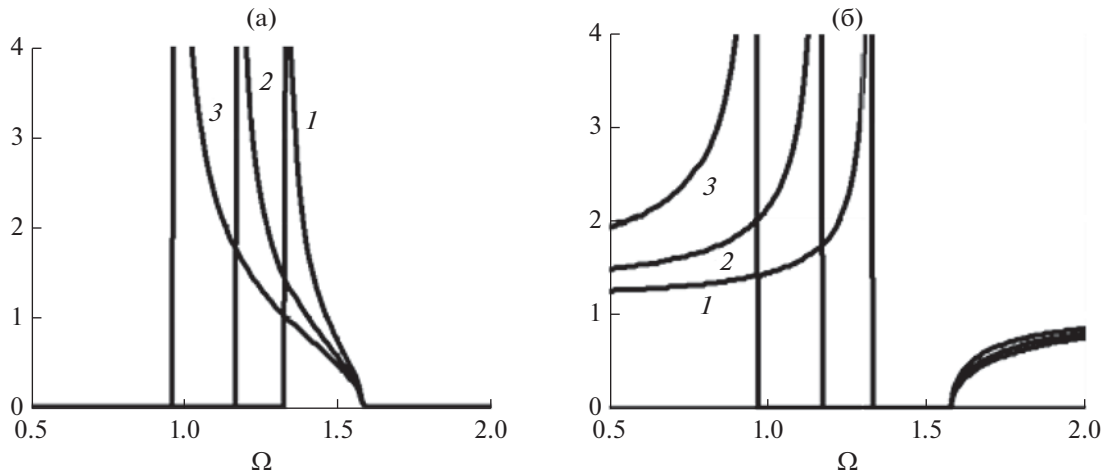


Рис. 2. (а) – Мнимая часть волнового числа, (б) – действительная часть волнового числа при толщинах покрытия: 1 –  $\tilde{H} = 0.5$ , 2 –  $\tilde{H} = 1$ , 3 –  $\tilde{H} = 2$ .

$$\frac{1}{-i\omega\varrho_0} \delta \operatorname{tg}(\delta a) = -i\omega \frac{\xi^2 \operatorname{tg}(k_t H) + \zeta_t^2 k_t H}{\mu k_t^3}.$$

Считаем волновод узким по сравнению с длиной волны:  $\delta a \ll 1$ . При этом

$$\delta \operatorname{tg}(\delta a) \approx a\delta^2 = a(k_0^2 - \xi^2).$$

В результате предыдущее уравнение переписывается в виде явного дисперсионного уравнения:

$$\xi^2 = k_0^2 \frac{1 + \frac{\beta}{\beta_0} \frac{H}{a}}{1 - \frac{\varrho_0}{\varrho} \frac{H}{a} \frac{\operatorname{tg}(k_t H) - k_t H}{k_t H}}. \quad (6)$$

Здесь введены сжимаемости жидкости  $\beta_0 = \frac{1}{\rho_0 c_0^2}$  и

$$\text{упругой среды } \beta = \frac{1}{\rho c^2}.$$

Из (6) следует, что волновое число волны в облицованном волноводе зависит от следующих безразмерных параметров:  $\tilde{H} = H/a$  – отношения толщины покрытия к ширине волновода;  $\tilde{\rho} = \rho/\rho_0$  – отношения плотности покрытия к плотности среды волновода;  $\tilde{\beta} = \beta/\beta_0$  – отношения сжимаемости покрытия к сжимаемости среды;  $\Omega = k_t H$  – волнового размера покрытия с нормировкой на сдвиговую волну. Можно также ввести нормированное волновое число  $\tilde{\xi} = \xi/\xi_0$  и переписать (6) в безразмерном виде:

$$\tilde{\xi}^2 = \frac{1 + \tilde{\beta}\tilde{H}}{1 - \frac{\tilde{H} \operatorname{tg}(\Omega) - \Omega}{\tilde{\rho} \Omega}}. \quad (7)$$

Отрицательность знаменателя правой части формул (6)–(7) соответствует мнимости волнового числа и, соответственно, экспоненциальному затуханию волны и “запиранию” волновода. Получается эффект волноводной изоляции, как он сформулирован в работах [5–8]. Отметим два отличия от результатов этих работ. Во-первых, рассматриваемая конструкция является непрерывной, тогда как расчетные формулы работ [5–8] основаны на “размазывании” проводимостей дискретных включений – горл резонаторов Гельмгольца – по стенке волновода. Во-вторых, как показано ниже, частотная зависимость рассматриваемой здесь конструкции радикально отличается от частотной зависимости волноводного изолятора, использующего цепочку резонаторов Гельмгольца.

## 2. ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВОЛНОВОДНОГО ИЗОЛЯТОРА

Зависимость (7) еще больше упрощается, если среда покрытия максимально приближена к веществу среды волновода, т.е.  $\tilde{\rho} = 1$ ,  $\tilde{\beta} = 1$ :

$$\tilde{\xi}^2 = \frac{1 + \tilde{H}}{1 - \tilde{H} \frac{\operatorname{tg}(\Omega) - \Omega}{\Omega}}. \quad (8)$$

На рис. 2 представлены зависимости вещественной и мнимой частей безразмерного волнового числа от безразмерной частоты для нескольких безразмерных толщин покрытия.

Диапазон частот, при которых мнимая часть волнового числа отлична от нуля, зависит от толщины покрытия – с увеличением толщины происходит расширение в сторону низких частот. Ограничение по частоте сверху не зависит от тол-

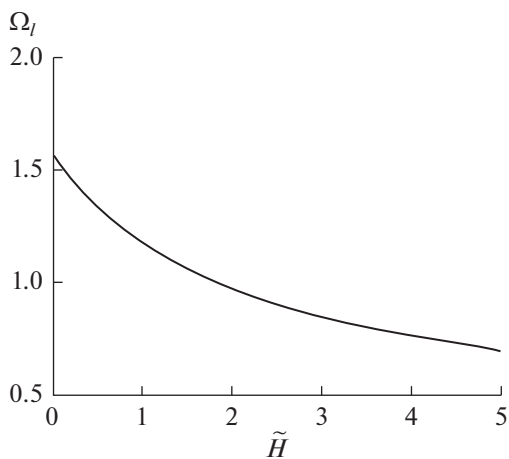


Рис. 3. Зависимость нижней граничной частоты от толщины покрытия.

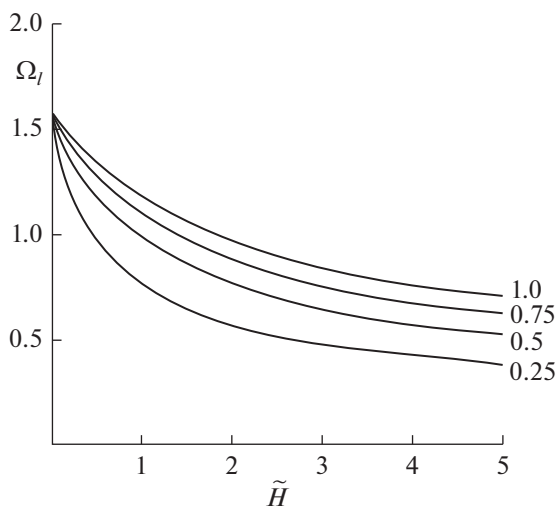


Рис. 4. Зависимость нижней граничной частоты от толщины покрытия при разных его плотностях:  $\tilde{\rho} = 1, 0.75, 0.5, 0.25$ .

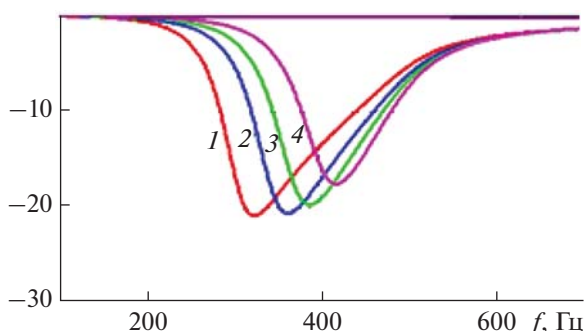


Рис. 5. Затухание в облицованном канале при разных плотностях: 1 –  $0.5\rho_0$ , 2 –  $0.75\rho_0$ , 3 –  $1.0\rho_0$ , 4 –  $1.5\rho_0$ .

щины покрытия и равно  $\Omega_m = \pi/2$  – частоте четвертьволнового резонанса поперечной волны в упругом слое. Эффект “запирания” находится ниже резонансной частоты, в отличие от полосы “запирания” в классическом волноводном резонаторе [5–8], где частотная область “запирания” лежит выше резонансной частоты резонаторов Гельмгольца. Нижняя граница  $\Omega_l$  определяется равенством:

$$\frac{\text{tg}\Omega_l - \Omega_l}{\Omega_l} = \frac{1}{\tilde{H}}. \tag{9}$$

Зависимость (9) представлена графически в виде функции  $\Omega_l(\tilde{H})$  на рис. 3. При нулевой толщине покрытия нижняя граница совпадает с верхней. При увеличении толщины покрытия нижняя граница понижается, соответственно, происходит расширение полосы запирания волновода. При толщине  $\tilde{H} = H/a = 3.66$  нижняя граница равна  $\Omega_l = \frac{1}{2}\Omega_1 = \pi/4$ . Полоса запирания при такой толщине равна октаве. Расширение границы запирания волновода в сторону низких частот можно получить за счет уменьшения относительной плотности покрытия (см. (7)).

На рис. 4 показаны зависимости нижней граничной частоты запирания от толщины покрытия при разных плотностях покрытия. При уменьшении плотности (кривые сверху вниз на рис. 4) нижняя граничная частота уменьшается. Например, нижняя граничная частота получается вдвое меньше верхней, если плотность равна 0.5, а толщина равна 1.83.

Для определения затухания в размерном виде используем далее формулу (6). Введем в нее дополнительно потери в сдвиговых волнах, умножив комбинацию  $k_t H$  на комплексный множитель  $1 + i\epsilon$ . Далее на рис. 5 приведены результаты расчета затухания на длине, равной 1 м. В качестве среды берется вода:  $\rho_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_0 = 1500 \text{ м/с}$ . Скорость сдвиговой волны равна  $c_t = 100 \text{ м/с}$ ,  $\epsilon = 0.1$ . Ширина волновода равна  $a = 0.05 \text{ м}$ , толщина покрытия равна  $H = 0.05 \text{ м}$ . Затухание в дБ вычисляется по формуле

$$L(\omega) = 20 \lg[\text{Im}(\exp(i\xi(\omega) \times 1))]. \tag{10}$$

В этой формуле не учитываются потери, связанные с отражением волн на границах облицованной области.

Затухание на уровне –10 дБ реализуется в полосе частот шириной порядка 150 Гц и смещается в сторону низких частот при уменьшении плотности покрытия. Увеличить полосу “запирания” можно, разбив всю длину покрытия, в данном случае 1 м, на отрезки с разными толщинами,

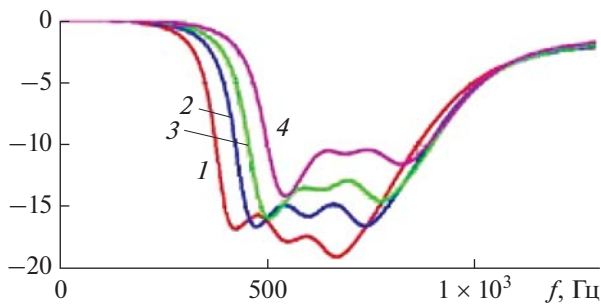


Рис. 6. Затухание в облицованном канале с покрытием суммарной длины 1 м, разбитым на отрезки разной толщины. Плотности облицовки: 1 –  $0.5\rho_0$ , 2 –  $0.75\rho_0$ , 3 –  $1.0\rho_0$ , 4 –  $1.5\rho_0$ .

уменьшающимися при увеличении частоты. Например, при разбиении на отрезки 0.5, 0.2, 0.25, 0.05 м и толщинах облицовки в этих отрезках, равных  $a, 0.8a, 0.68a, 0.61a$  соответственно, получаются зависимости, показанные на рис. 6. Скорость сдвиговой волны принята равной  $c_t = 150$  м/с. Кривые построены для разных плотностей облицовки. При той же длине облицованной части волновода затухание на уровне  $-10$  дБ реализуется в полосе порядка октавы, причем, чем меньше плотность облицовочной среды, чем шире полоса.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Слой водоподобной упругой среды, помещенный на стенке волновода, создает условие нераспространения звука в частотном диапазоне, лежащем ниже частоты четвертьволнового резонанса сдвиговой волны в слое. Экспоненциальное затухание звука зависит от толщины слоя и плотности упругой среды – чем меньше плотность, тем больше затухание. Этот эффект нераспространения аналогичен известному эффекту волноводной изоляции в волноводе, к стенке которого присоединена цепочка резонаторов Гельмгольца. Принципиальное отличие заключается в том, что цепочка резонаторов создает запирающие в частотной полосе выше резонансной частоты резонаторов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дулов В.А. Эффект Брюстера в акустике и эффект Константинова // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 5. С. 808–809.
2. Дулов В.А. Влияние облицовки из водоподобного материала на затухание звука в трубах, заполненных жидкостью // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 1. С. 54–57.
3. Брайнин Б.П., Миронов М.А. Исследование моделей звукоизолятора и звукопоглотителя // Отчет о научно-исследовательской работе № СП-370. ВНИИ Гидромаш, 1983.
4. Брайнин Б.П., Покровский Б.В. Звукопоглощение шума в гидравлической системе с центробежным насосом // Сб. АО “НПО” Гидромаш”. Новое в конструировании насосов и гидросистем. М., 1997.
5. Исакович М.А., Кашина В.И., Тютекин В.В. Применение систем резонаторов для звукоизоляции нормальной волны нулевого порядка в трубах и других длинных линиях // В сб. Морское приборостроение. Серия Акустика. 1972. № 1. С. 117–125.
6. Исакович М.А. Теория волноводной изоляции в длинных линиях // Сборник трудов VI Всес. симп. по дифракции и распространению волн. Кн. 2. Ереван, 1973. С. 105.
7. Исакович М.А. // Тр. семинара “Борьба с шумом и звуковой вибрацией”. 1974. С. 83.
8. Лапин А.Д. Звукоизоляция в волноводах. Обзор // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 3. С. 337–350.
9. Исакович М.А., Цилькер Л.С. Обоснование метода “размазывания” для расчета волноводных изоляторов // В сб. IX Акустическая конференция. М.: Акуст. ин-т, 1977. С. 171–174.
10. Цилькер Л.С. Применение волноводного изолятора для изоляции нормальной волны нулевого порядка в трубах // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 1. С. 127–131.
11. Seo S.-H., Kim Y.-H. Silencer design by using array resonators for low-frequency band noise reduction // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 118(4). P. 2332–2338.
12. Wang Z.G., Lee S.H., Kim C.K., Park C.M., Nahm K., Nikitov S. Acoustic wave propagation in one-dimensional phononic crystals containing Helmholtz resonators // J. Appl. Phys. 2008. V. 103(6). 064907.
13. Sugino C., Xia Y., Leadenham S., Ruzzene M., Erturk A. A general theory for bandgap estimation in locally resonant metastructures // J. Sound Vib. 2017. V. 406. P. 104–123.
14. Guobiao Hua, Lihua Tang, Xiaobin Cui. On the modelling of membrane-coupled Helmholtz resonator and its application in acoustic metamaterial system // Mechanical Systems and Signal Processing. 2019. V. 132. P. 595–608.
15. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.