

АНАЛИЗ ШУМООБРАЗОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ СТРУЙ НА ОСНОВАНИИ ИССЛЕДОВАНИЯ ИХ БЛИЖНЕГО АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

© 2018 г. С. Ю. Крашенинников^{а, *}, А. К. Миронов^а, Л. А. Бендерский^а

^аФГУП “Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова” (ЦИАМ)
Россия, 111116 Москва, ул. Авиамоторная 2

*e-mail: krashenin@ciam.ru

Поступила в редакцию 07.03.2018 г.

Исследовано формирование звуковых волн вблизи границ закрученных и незакрученных турбулентных струй вне струйного течения. Проведен анализ нестационарного движения среды. В случае закрученных струй возникновение и распространение возмущений исследовались экспериментально, а для свободных турбулентных струй использовались как экспериментальные данные, так и результаты вычислительного моделирования на основе LES-технологии. Результаты исследований показали, что вблизи границ струй существует область, где разница фаз пульсаций давления и скорости на фиксированных частотах составляет 90° и более, т.е. отсутствуют распространяющиеся вонне возмущения. Фазы пульсаций скорости и давления совпадают начиная с некоторого значительного удаления от границ струи. Область изменения разницы фаз от 90° до 0° находится вне струйного течения, что можно предположительно считать положением области звукообразования. Эту область предложено отождествлять с ближним акустическим полем струй.

Ключевые слова: турбулентная струи, закрученные струи, индуцированное течение, пульсации давления, перемежаемость, шумообразование, звуковые волны, возникновение разрежения в струе

DOI: 10.1134/S0320791918060072

ВВЕДЕНИЕ

Свободные турбулентные струи создают возмущения в окружающей среде, которые на некотором отдалении от струи воспринимаются как звуковые волны. Происхождение этих возмущений обусловлено нестационарным пульсационным движением среды в струйном течении [1].

Следует заметить, что в экспериментальных исследованиях, посвященных анализу процесса шумообразования в турбулентных струях, установлен ряд противоречивых фактов.

С одной стороны, спектр шума свободной турбулентной струи однороден и не содержит выделенных частот. Исследования пульсационных характеристик течения в турбулентной струе также не обнаруживают характерных частот в пульсациях скорости, давления и других параметров.

Попытки измерения коэффициентов корреляции пульсаций параметров в струе и акустических пульсаций показывают их значения на уровне 10^{-3} .

С другой стороны, согласно многочисленным опытным данным по определению расположения источников шума при фиксированной полосе частот, оказывается возможным получить однозначную связь частоты излучаемого шума и поло-

жения источника шума данной частоты в слое смешения струи.

Такие данные свидетельствуют о наличии периодических процессов в гидродинамических пульсациях, сопровождающихся шумообразованием, которое наблюдается на удалении от турбулентных струй.

Но возникшие из таких наблюдений предположения о наличии в струе “когерентных структур” не подтверждаются. Сложность выявления периодических процессов в турбулентном потоке, по видимому, связана с общей нестабильностью течения в слое смешения турбулентной струи.

Отсюда следует предположение, что именно нестабильность течения в слое смешения струи, которая проявляется, как “перемежаемость турбулентности”, с одной стороны обуславливает определенную квазипериодичность в турбулентном потоке, с другой, из-за проявлений случайности, затрудняет выделение периодических процессов при экспериментах. Эти двойственные свойства перемежаемости, в свою очередь, выражаются в наблюдаемом соответствии характерных частот излучаемого шума и определяемому в опытах месторасположению их источников. Это подтверждается результатами совместного измерения ха-

рактерных масштабов перемежающихся неоднородностей в слое смещения струи и частотных составляющих шума струи.

Согласно результатам экспериментальных исследований акустическое излучение турбулентной струи образуется из-за движения динамических неоднородностей, характерный масштаб которых превосходит в каждом характерном сечении слоя смещения толщину слоя смещения почти в полтора раза. Эти крупномасштабные образования обусловлены перемежаемостью турбулентности. Таким образом, для анализа процесса шумообразования в турбулентной струе необходимо выявление процесса появления “почти периодических” возмущений в нестационарном турбулентном течении в слое смещения струи и его окрестности.

С точки зрения анализа процесса шумообразования более простым представляется исследование шума закрученной струи. Шум сильно закрученных струй тональный, узкополосный. Он создается прецессионным движением в потоке струи. Это облегчает экспериментальное исследование процесса формирования акустического излучения.

В рамках настоящего исследования проведен анализ формирования звуковых волн, которые образуются вследствие нестационарной динамики течения в турбулентных закрученных и незакрученных струях, иллюстрируется переходный процесс трансформации гидродинамических пульсаций в звуковые.

С этой целью проведены совместные измерения пульсаций давления и скорости в потоке и вне струйного течения. В закрученных струях измерены с помощью технологии PIV распределения компонент скорости в потоке струи и ее окрестности. Проведены измерения распределения статического давления в свободных турбулентных струях.

Выполнено вычислительное моделирование нестационарных процессов в турбулентных струях на основе LES-технологии. Проведена обработка данных о параметрах течения, накапливаемых при нестационарных расчетах. По этим данным определялись мгновенные, осредненные и зависящие от времени параметры течения. Для анализа распространения возмущений использовался также фурье-анализ с выделением конкретных частот пульсаций. Для фазовых характеристик пульсаций в свободной турбулентной струе в работе приведены данные, полученные для нескольких сечений струи при скорости истечения 310 м/с. Данные, полученные для скорости 200 м/с и в других сечениях, с ними согласуются.

Полученные данные показывают, что при распространении турбулентных струй возникают крупномасштабные области пониженного

давления, в движении которых наблюдается периодичность.

В интенсивно закрученных струях эта периодичность возникает вследствие прецессионного движения с вращением неоднородного распределения параметров в поперечном сечении струи. Вращение области пониженного давления вызывает периодическую трансформацию течения втекающего в струю из внешней среды. Частота этого периодического процесса совпадает с частотой тонального шума струи.

В случае свободных турбулентных струй наблюдается движение областей пониженного давления, возникающих в слое смещения струи. Уровень понижения статического давления в этих областях достигает 20% от скоростного напора струи. Эти области индуцируют течение втекающего в струю. Последовательность движения этих областей в сечениях струи близка к периодической. Вследствие этого во внешней среде вблизи любого сечения струи возникает периодическое перестроение – пульсации во втекающем индуцированном течении. Поскольку размер областей пониженного давления растет вдоль струи, характерные частоты пульсаций, возникающих в эжектируемом потоке, уменьшаются. Их зависимость от продольной координаты соответствует данным по частотам шума, излучаемого различными участками струи.

В целом, результаты проведенного исследования подтверждают ранее высказанное авторами предположение о механизме шумообразования в турбулентных и закрученных струях. Предполагается, что процесс шумообразования обусловлен квазипериодическими пульсациями, наблюдаемыми вблизи границ в потоке, подтекающем к струе.

Подтекание к струе нестационарно и индуцируется перемежающимся движением областей пониженного статического давления в струйном течении. Нестационарные процессы, имеющие место в подтекающем потоке, наблюдаются в непосредственной близости к границам струи. Таким образом, так называемое ближнее акустическое поле струи может являться источником шума турбулентных струй.

ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ В СТРУЯХ, СВЯЗАННЫЕ С ПРОЯВЛЕНИЕМ КРУПНОМАСШТАБНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ

Исследования структуры струйных течений позволяют при их анализе принять схему течения в турбулентной струе, предложенную в монографиях [2, 3].

На рис. 1 представлена схема течения в ее начальном участке (рис. 1.2.1 из монографии [3]).

Изображены условные границы зоны смешения, которая заключена между границами: $y_1 = 0.11x$ и $y_2 = 0.16x$. Координата x отсчитывается от кромки сопла. Между этими границами находится слой смешения, ширина которого $b \approx 0.27x$. (Ниже на отдельных фигурах эти границы обозначены штриховыми линиями.)

В соответствии с общими представлениями, которые, в частности, изложены в [1, 4–6], акустическое излучение создается в этом слое смешения, где наблюдаются наиболее интенсивные турбулентные пульсации и высокий уровень завихренности. Во многих известных исследованиях, например, [7–12], рассматриваются различные элементы турбулентных течений как возможные источники шумообразования: в [7] – перемежаемость турбулентности, в [8–10] – структурные элементы турбулентности, в [11, 12] – волны неустойчивости, когерентные структуры.

Однако ряд экспериментальных данных показывает, что источники звука расположены вне зоны струйного течения [13–15]. Кроме того, известный факт [5, 16] однозначной зависимости акустомеханического КПД турбулентных струй от отношения скорости истечения струи к скорости звука во внешней среде, т.е. от акустического числа Маха M_a , также говорит об определяющей роли свойств внешней среды в процессе звукообразования.

Определению источников звука в струях может способствовать выявление происходящих в них периодических гидродинамических процессов. Возможность такого подхода для закрученных струй, излучающих тональный шум, очевидна. Данные исследований шумообразования в турбулентных струях также позволяют применить этот подход.

В работе [7], посвященной экспериментальному исследованию совместных характеристик акустического поля и структуры турбулентного течения в слое смешения, продемонстрировано наличие связи особенностей турбулентного пульсационного движения и излучения шума. В этой работе, так же как и в более ранних исследованиях других авторов [6, 17–19], подтверждено наличие связи между частотой излучения и расстоянием от начала слоя смешения (кромки сопла), на котором обнаруживается излучение для данной частоты.

Результаты условно фазового осреднения данных PIV при поперечном акустическом возбуждении осесимметричной струи для исследования процесса распространения волн неустойчивости [20] показали хорошее согласие с известными данными по локализации источников звука на характерных частотах.

Эти эксперименты, проведенные в самых разнообразных условиях, показывают, что существует

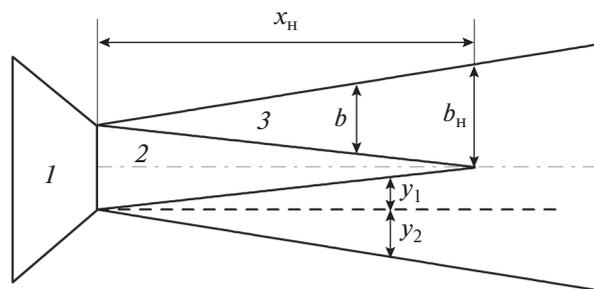


Рис. 1. Схема течения в турбулентной струе, начальный участок: 1 – сопло, 2 – “ядро” струи, 3 – слой смешения. Индекс “н” соответствует окончанию начального участка.

связь между продольной координатой расположения источника и характерной частотой излучения звука. Эта связь для начального участка струи выражается аппроксимирующим соотношением

$$Sh_d = \frac{fd}{u_0} = 1.55 \frac{d}{x}. \quad (1)$$

Здесь f – частота излучения, d – диаметр сопла, из которого распространяется струя, u_0 – скорость истечения струи, x – продольная координата, отсчитываемая от кромки сопла.

Исследования, выполненные в [7], показали, что в средней части слоя смешения в данной точке потока наблюдается квазипериодическое прохождение неоднородностей, фиксируемых при термоанемометрических измерениях. При характерном размере этих неоднородностей L период их движения $T = L/u_c$, а частота следования

$$f_c = \frac{1}{T} = \frac{u_c}{L}. \quad (2)$$

Здесь u_c – скорость движения неоднородностей. Эту неоднородность можно идентифицировать по результатам термоанемометрических измерений турбулентности. Рассматриваемые неоднородности движутся в потоке с так называемой скоростью конвекции u_c и их размер пропорционален x .

Согласно результатам измерений в средней части слоя смешения (на уровне кромки сопла) скорость конвекции вихрей

$$u_c \cong (0.5 \dots 0.6)u_0.$$

При этом частота акустических возмущений соответствует соотношению (1)

$$f = 0.7u_c/b.$$

В результате получается связь длины волны акустического излучения λ и масштаба неоднородности турбулентного потока:

$$\lambda = \frac{\alpha L}{u_c} = \frac{L}{M_c} \approx 2 \frac{L}{M_a}. \quad (3)$$

Для размера неоднородности турбулентности в слое смешения было получено

$$L \cong 0.385x. \quad (4)$$

Наблюдаемый спектр шума турбулентной струи является “сплошным” без присутствия отдельных тонов. Известные данные по измерению коэффициентов корреляции для акустических пульсаций вне струи и различных пульсаций в струе [21, 22] показывают их независимость. Но описанные выше данные позволяют сделать вывод, что шум свободных турбулентных струй складывается из некоторых периодических процессов, хотя в них присутствует значительный элемент случайности.

Примером однозначной связи периодических чисто гидродинамических возмущений и излучаемого шума является шумообразование закрученных струй [23, 24]. В этих работах для установления связи шума, излучаемого струями, и нестационарных процессов в струях использована явно выраженная тональность шума закрученных струй. В этом случае достаточно легко могут быть реализованы фазовые измерения, с помощью которых определены основные свойства и самих струйных течений, и акустического излучения.

Таким образом, при исследовании свободных турбулентных струй выявление периодических процессов и их свойств может помочь определению характеристик процесса шумообразования и расположения источников шума.

В соответствии с этим в настоящем исследовании проведен анализ периодических процессов, возникающих вблизи границ струйных течений, и установлена их связь с образованием звуковых волн.

В ряде работ [13–15, 23, 24], в которых на основании экспериментов и численных расчетов анализировался процесс формирования акустических возмущений вблизи границ закрученных и незакрученных турбулентных струй, установлено, что акустические возмущения, распространяющиеся от струи, продуцируются вне обычно обозначаемых ее границ, то есть вне границ, охватывающих область турбулентного течения. Для свободной турбулентной струи примером такой границы является линия $y_2 = 0.16x$ (она показана на рис. 1).

В настоящем исследовании для анализа процессов, связанных с шумообразованием турбулентных струй, проанализированы пульсационные параметры течения в струях и вблизи их границ.

На некотором отдалении от струй создаваемые ими возмущения в окружающей среде воспринимаются как звуковые волны. Исходные же возмущения являются следствием нестационарных процессов, происходящих в струях: турбулентность, перемежаемость турбулентности, прецессионное движение в закрученных струях. Иначе говоря, существует механизм воздействия нестационарных процессов в струях на окружающую среду, который приводит к появлению звуковых волн. Можно предположить следующую последовательность элементов этих процессов: нестационарное движение в струе, его воздействие на ближайшую окрестность струи, где при этом возникает нестационарное движение во внешнем течении, образование потока акустической энергии и звукового поля.

Объектом настоящего исследования являлось определение роли так называемого “ближнего поля” струи в этом процессе. Существующие представления для определения его границ изложены в [4] следующим образом: в ближнем акустическом поле фазы пульсаций скорости и давления не совпадают из-за наличия гидродинамических пульсаций, которые исчезают вне ближнего поля; границы ближнего поля определяются завершением этого процесса; расстояние этих границ от общепринятых границ струи также зависит от частоты рассматриваемых пульсаций, т.е. скорости истечения струи.

В результате настоящего исследования обосновываются другие представления о ближнем поле. Согласно полученным данным, излучение звука, которое наблюдается в дальнем поле на больших удалениях от струи, может образовываться в непосредственной близости от границ струи во внешней среде. Таким образом, гидродинамические пульсации, наблюдаемые в ближнем поле, могут приводить к возникновению потока излучаемой акустической энергии. Это в свою очередь согласуется с определяющей ролью для акустических характеристик струи акустического числа Маха, вычисляемого по скорости истечения и скорости звука во внешней среде: $M_a = u/a$.

Поскольку акустическое излучение обычной турбулентной струи является широкополосным, и имеются трудности в проведении фазового анализа распространяющихся возмущений, для исследования свойств создаваемого струями акустического излучения были также привлечены результаты экспериментов с закрученными струями [23, 24]. Шум таких струй излучается на фиксированных частотах, что облегчает проведение экспериментальных исследований.

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В СТРУЯХ И ВБЛИЗИ ИХ ГРАНИЦ

Акустическое излучение обычной турбулентной струи является широкополосным, и имеются трудности в проведении экспериментов с фазовым анализом. В связи с этим использовалось вычислительное моделирование турбулентного течения в струе, методика и отдельные результаты которого изложены в [14, 25]. Были использованы также результаты экспериментов по исследованию связи характеристик турбулентного течения в слое смешения струи с излучаемым ею шумом из [7], которые были получены при исследовании образования звука в свободной турбулентной струе.

Как уже упоминалось выше, в соответствии с данными по расположению источников шума для фиксированной частоты и результатами измерений скорости конвекции вихрей разных масштабов сделан вывод о связи продольного масштаба L неоднородности, движущейся в слое смешения со скоростью конвекции u_c , и длины волны λ создаваемого акустического возмущения (3).

Согласно измерениям [7], которые обобщены в соотношениях (1)–(4), динамические неоднородности, движение которых вызывает пульсации вне струи, имеют продольный размер L , превосходящий ширину слоя смешения b в соответствующем сечении струи:

$$L \cong 0.385x = 1.425b. \quad (5)$$

Таким образом, согласно [7] L является характерным масштабом неоднородностей, создающих исходные возмущения на частоте $f = u_c/L$, которая соответствует излучаемым звуковым волнам.

Данные расчетов позволяют дополнительно проверить этот результат. Проведен расчет турбулентных струй, распространяющихся из сопла диаметром $d = 2$ м с дозвуковой скоростью истечения около 200 и 310 м/с. Использовалась LES-технология, описанная в [14, 26]. Представительность результатов численного расчета подтверждается практически полным совпадением осредненной структуры течения с известными данными (см. рис. 1), соответствием характерных размеров динамических неоднородностей, получаемым в результате расчета, экспериментальным данным работы [7]. Кроме того, определяемые по результатам численного расчета характеристики акустического поля струи по спектру, диаграмме направленности и уровню звукового давления соответствуют известным данным [25].

На рис. 2 приведена структура течения в слое смешения свободной турбулентной струи, полученная в результате расчетов. Показано “мгновенное” поле статического давления в плоскости симметрии. Значение координаты $y/d = 0.5$ соответствует кромке сопла и средней части слоя сме-

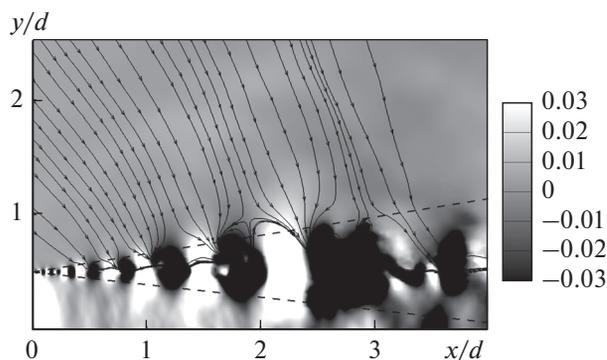


Рис. 2. Результаты расчета “мгновенного” распределения статического давления в слое смешения и линий тока в эжектируемом потоке.

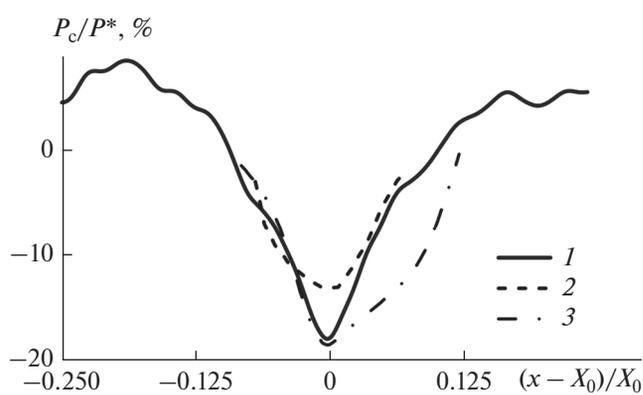


Рис. 3. Результаты определения “мгновенных” значений статического давления в пределах одной неоднородности распределения статического давления. Кривая 1 – эксперимент; кривые 2 и 3 – расчет для $u_0 = 200$ и 310 м/с соответственно. P^* – скоростной напор на срезе сопла.

шения. Светлые области соответствуют превышению давления над атмосферным, темные – разрежению. Приведены также линии тока. Результаты расчетов осредненных значений параметров течения показывают, что они хорошо соответствуют известным данным об осредненной структуре течения в струях. По аппроксимации данных расчетов толщина слоя смешения и положение его границ соответствует рис. 1.

На рис. 3 приведены результаты определения статического давления за вычетом атмосферного в показанных на рис. 2 “мгновенных” распределениях, полученных в [26] по результатам расчетов и измерений. Разница статического давления и давления во внешней среде отнесена к скоростному напору струи и представлена в виде зависимости от координаты подобия $(x - X_0)/X_0$ (где X_0 – координата минимального значения давления), смещенной в продольном направлении. На рис. 3 можно видеть хорошее соответствие полученных данных эмпирическому соотношению (4).

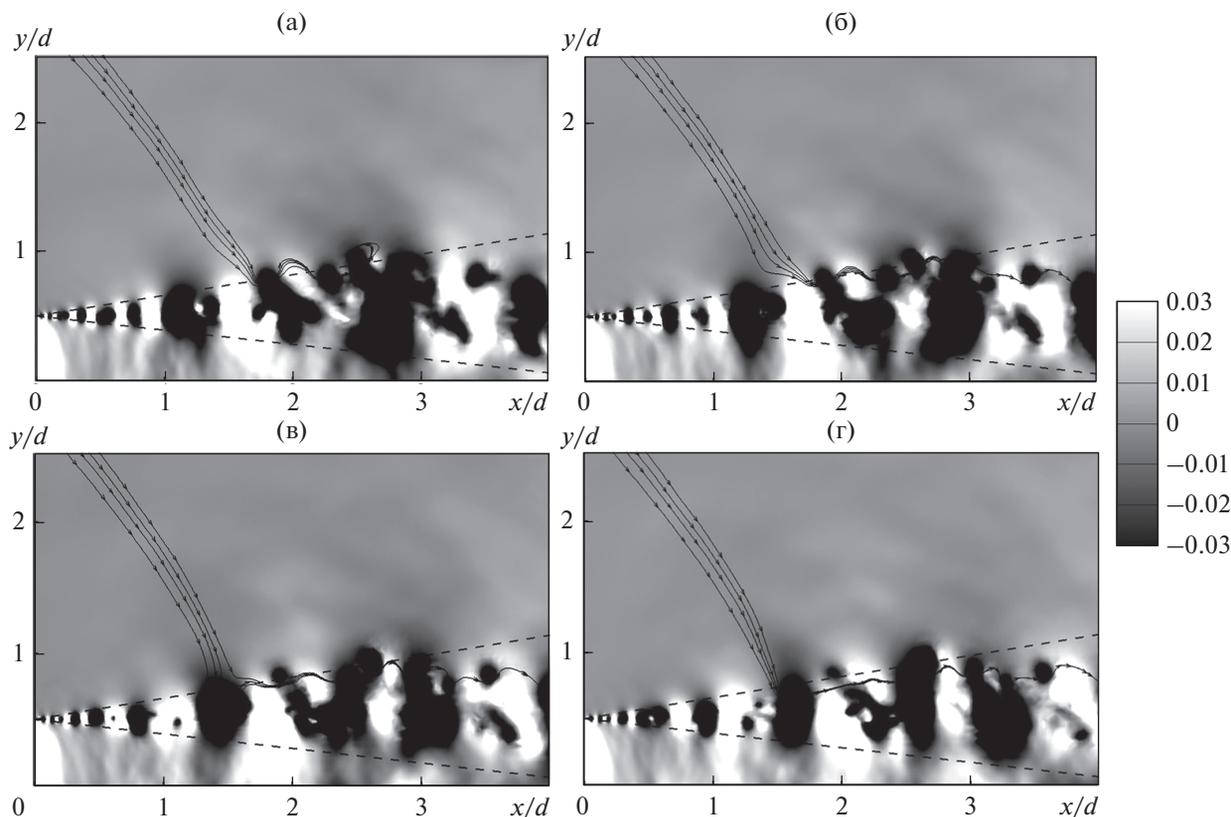


Рис. 4. Мгновенные картины течения с выделением линий тока.

Данные рис. 3 показывают, что в областях пониженного давления разрежение составляет до 20% от скоростного напора в струе. Среднее значение давления на линии, продолжающей кромку сопла, соответствует разрежению на уровне ~4% от скоростного напора струи [26]. Это понижение статического давления индуцирует втекание в струю внешней среды, линии тока которого представлены на рис. 2. Данные расчетов статического давления в струях подтверждены экспериментально в [26].

На рис. 4 приведены мгновенные картины течения с выделением линий тока в течении, индуцированном струей во внешней среде. Визуализация сделана так же, как и на рис. 2. На рис. 4а показано распределение параметров в некоторый начальный момент времени, на рис. 4б–4г — в следующие моменты времени через 0.0016 с физического времени с выделением малой области внешнего течения. Можно видеть, что внешние линии тока увлекаются областями с пониженным давлением и в результате совершают возвратно-поступательное движение.

При анализе движения линий тока обнаружено проявление периодичности. Тянущиеся за движущимися областями пониженного давления группы из нескольких линий тока возвращаются

в исходное положение. Наблюдаемое возвратно-поступательное движение линий тока имеет период, который согласно (2) соответствует характерной частоте излучения для данного удаления от среза сопла:

$$T = \frac{1}{f} \cong \frac{0.645x}{u_0}.$$

Для дополнения данных о пульсационном движении вблизи границ струи были проведены корреляционные измерения пульсаций скорости и статического давления. Пульсации статического давления измерялись при помощи специального насадка со встроенными быстродействующими датчиками Endevco 8507. Методика и условия измерений описаны в [26]. Скорость струи на выходе из сопла составляла около 40 м/с, диаметр сопла — 190 мм.

На рис. 5 приведены результаты измерений коэффициентов корреляции пульсаций скорости (измеряемых термоанемометром) и пульсаций статического давления на удалении 200 мм от среза сопла. Датчик статического давления располагался в середине слоя смешения на уровне кромки сопла. Измерения проводились при разных положениях датчика термоанемометра, перемещавшегося по нормали к оси струи.

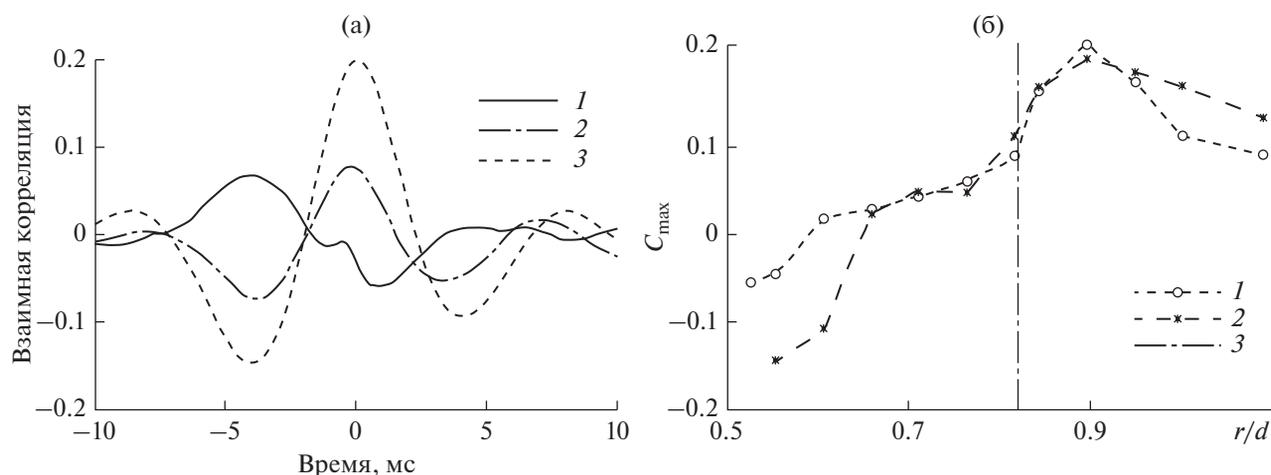


Рис. 5. (а) Взаимные корреляции пульсаций давления в середине слоя смешения и продольной скорости для $r/d = 0.9$ (кривая 1), 0.82 (2), 0.53 (3); (б) зависимость значения максимума корреляции от расстояния до оси струи: 1 – u' , 2 – v' , 3 (вертикальная линия) – внешняя граница струи.

На рис. 5а приведен пример корреляционных зависимостей пульсаций поперечной скорости и давления в виде зависимостей коэффициента корреляции от времени при разных положениях датчика термоанемометра. На рис. 5б приведены максимальные значения коэффициентов корреляции, определенных при измерении продольной u и v вертикальной компонент скорости при различных положениях датчика термоанемометра. Там же показана координата, соответствующая внешней границе струи $y \approx 0.16x$.

Можно видеть, что максимальная корреляция пульсаций скорости втекания в струю и пульсаций статического давления в струе наблюдается вне границ струи. Эти данные соответствуют представленным ранее результатам исследования появления в пульсационном движении вне струи периодических составляющих, индуцируемых движением крупномасштабных неоднородностей статического давления, обусловленного перемежаемостью турбулентности.

Вид корреляционных функций на рис. 5а свидетельствует о наличии определенного временного масштаба в рассматриваемом процессе. На рис. 6 представлены значения этого масштаба, полученные по результатам измерений, аналогичных приведенным на рис. 5, в разных сечениях струи. Временной масштаб определялся как удвоенное расстояние между максимумом и первым минимумом корреляционных зависимостей для пульсаций скорости вне струи и давления в середине слоя смешения. На рис. 6 символы – результаты измерений, линия соответствует зависимости (1): $Sh_d = fd/u_0 = 1.55d/x$. Эти данные согласуются с тем, что вблизи границ струи создаются периодические возмущения с частотой излучения, которая соответствует данным экспериментов и рас-

четов по определению расположения источников шума турбулентных струй.

Аналогичные данные имеют место для закрученных струй при высокой интенсивности закрутки. В [2, 23, 24] приведены результаты исследований закрученных струй при интенсивности закрутки $W_0 \geq 1$, когда в приосевой области возникает зона возвратного течения. Благодаря наличию тонального излучения струи периодический сигнал этого излучения использовался как базовый сигнал для отсчета времени при анализе изменений структуры осредненного течения в струе.

Согласно результатам измерений, в поперечном сечении струи происходит вращение (прецессия) распределения динамических параметров

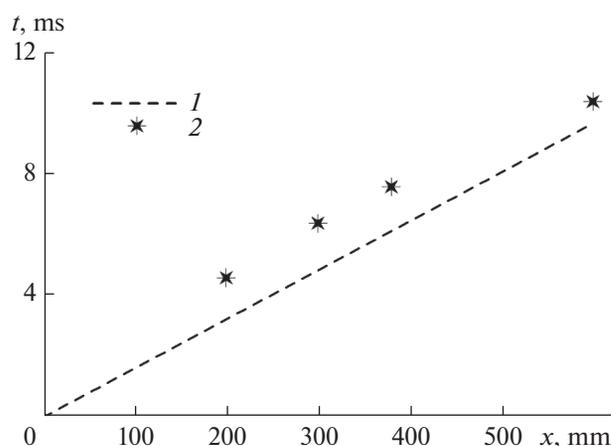


Рис. 6. Временной масштаб, определенный по корреляции скорости вне струи и давления в середине слоя смешения: 1 – $Sh_d = 1.55d/x$, 2 – эксперимент.

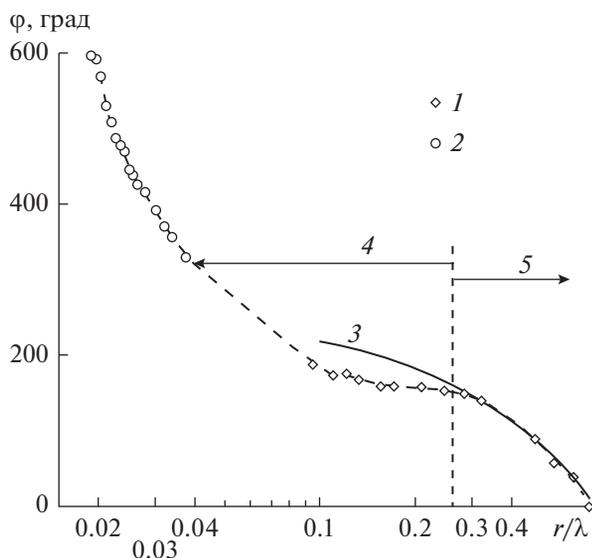


Рис. 7. Результаты измерения фаз пульсаций давления и скорости вблизи закрученной струи. 1 – фаза давления, 2 – фаза скорости, 3 – $\phi = \text{const } fr/a_0$, 4 – переходная область, 5 – акустическое поле.

(средних по фазовым реализациям) практически как целого по закону вращения твердого тела. Частота этого вращения совпадает с первой, основной частотой тонального излучения.

В работах [23, 24] показано, что прецессия в закрученной струе сопровождается практически “вмороженным” вращательным движением распределений в поперечном сечении струи статического давления и других параметров. Круговое перемещение неоднородности статического давления вызывает периодические возмущения в структуре потока, вовлекаемого в струю.

Согласно [26], линии тока внешнего течения, так же как и на рис. 3 в случае обычной струи, увлекаются прецессионным движением области пониженного давления в закрученной струе и также демонстрируют возвратное перемещение при значительном повороте структуры потока из-за прецессии. Период этого движения совпадает с периодом прецессии и соответствует частоте тонального излучения звука.

В случае закрученной струи, как и в случае турбулентной струи, наблюдается резкое движение в окружающей среде при возвратном перемещении линий тока. Эти пульсации, по-видимому, вызывают возникновение звуковых волн.

Полученные данные подтверждают наличие во внешнем течении, индуцируемом струями, квазипериодических возмущений, нарушающих его однородность.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА И ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ФАЗОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ И ДАВЛЕНИЯ

В закрученной струе создается акустическое излучение [2, 27], основной тон которого определяется интенсивностью закрутки W_0 :

$$\text{Sh}_w = fd/u_0 \cong 0.7w_0, \tag{6}$$

где f – частота, d – диаметр сопла, $w_0 = w_m/u_0$, u_0 – среднерасходная скорость истечения, w_m – максимальное значение вращательной компоненты скорости (на срезе сопла).

В [23, 24] представлены результаты подробного исследования закрученной струи при $w_0 \cong 1.7$. Определялась структура течения и характеристики пульсаций скорости и давления. Измерения показали, что разница фаз пульсаций радиальной компоненты скорости и давления изменяется в потоке струи в диапазоне от 0° до 360° . Результаты измерений соотношения фаз вне струи приведены на рис. 7. Представлены фазы пульсаций скорости и давления (ϕ) на различном расстоянии от струи по нормали к оси r , которое отсчитывалось от кромки сопла; по оси абсцисс отложено отношение r/λ , где λ – длина волны тонального звука. Значение разницы фаз $\Delta\phi$ уменьшается с ростом r и переходит через значение $\Delta\phi = 90^\circ$ при $r/\lambda \approx 0.03$. Начиная с этого значения r фазы пульсаций давления и радиальной компоненты скорости сближаются и при $r/\lambda \approx 0.28$ совпадают, что соответствует окончанию формирования звуковой волны. Эти данные свидетельствуют: 1) об отсутствии потока пульсационной энергии из области струйного течения; 2) о формировании акустического излучения в области изменения величины $\Delta\phi$ от 90° до 0° . С этим согласуются данные работ [23, 24, 26] о периодической перестройке подтекания к струе.

Для изучения процессов шумообразования обычной турбулентной струи, в отличие от анализа фаз в случае закрученной струи, использовалось выделение конкретных частот по методике, изложенной в [14]. Расчеты, основанные на решении трехмерных нестационарных уравнений Навье–Стокса для сжимаемой среды, требуют значительных вычислительных ресурсов и специальной обработки результатов, которые представляют собой большие числовые массивы. При проведении расчетов использовались пространственные сетки с числом элементов приблизительно 3×10^6 . Расчеты проводились с установлением по времени внутри временного интервала 10^{-4} с на десяти итерациях и с накоплением данных для приблизительно одной секунды.

Следует заметить, что вследствие большого объема обрабатываемых данных при их представлении приходилось ограничиваться некоторой их частью, которая в наименьшей мере зависела от

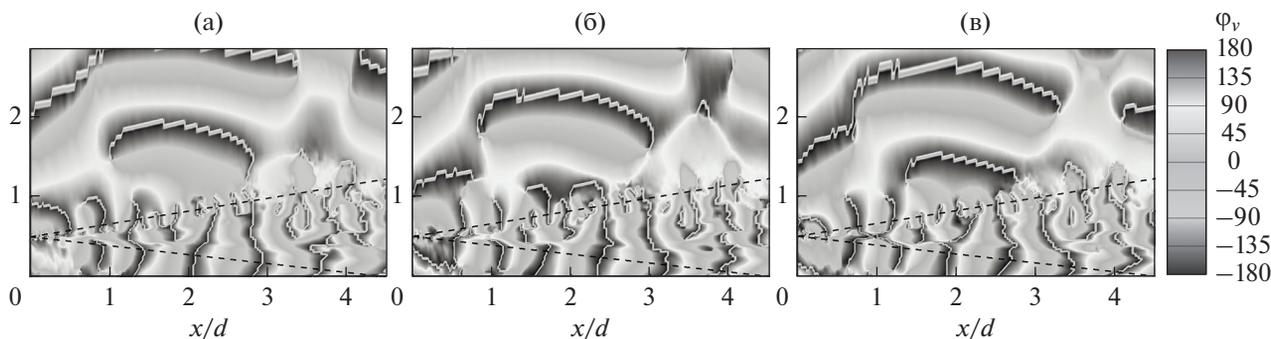


Рис. 8. Иллюстрация образования звуковых волн.

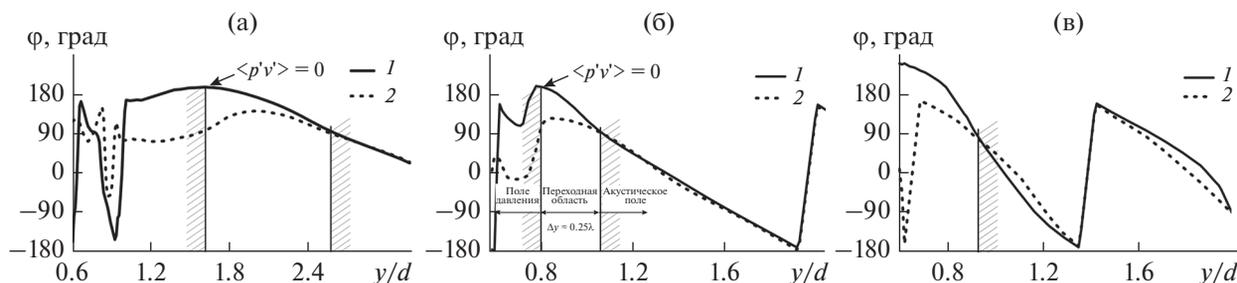


Рис. 9. Распределение фазы пульсаций давления и скорости в поперечном сечении струи: (а) $Sh = 0.5$, (б) $Sh = 1$, (в) $Sh = 1.5$; 1 – пульсации давления, 2 – пульсации скорости. Значения x/d приведены в тексте.

неточностей при расчетах, обусловленных ограничением объема вычислений и недостаточной точностью, связанной со спецификой вычисления при определении очень малых отклонений значений параметров, таких как плотность, давление, температура, фаза пульсаций и т.п.

Проведено исследование изменения фазы пульсаций скорости и давления на различных частотах ($Sh = var$) по времени. Получение стационарного распределения фазы излучения по пространству проводилось нижеописанным методом путем накопления значений давления на каждом шаге по времени во время расчета в выбранном сечении. В результате в каждой точке сечения сохранена реализация давления по времени $P_{i,j}(t_n)$ (или компонент скорости), где i и j – индексы точки, $t_n = t_0 + n\Delta\tau$ – время, $n = 0, \dots, N - 1$ – индекс времени, N – количество сохраненных шагов по времени, t_0 – время начала сохранения данных, $\Delta\tau$ – шаг по времени.

Тогда для каждой точки для шага по времени t_n можно построить дискретное преобразование Фурье (ДПФ):

$$X_{i,j}(k) = \sum_{l=n}^{n+\Delta n} P_{i,j}(t_l) e^{-i \frac{2\pi}{T} k(l-n)},$$

$$k = 0, \dots, \Delta n - 1,$$

где:

- k – индекс частоты;
- l – номер шага по времени;
- Δn – количество обрабатываемых шагов по времени;
- $T = \Delta n \Delta\tau$ – длина исследуемого отрезка времени;
- $X_{i,j}(k)$ – набор комплексных амплитуд синусоидальных сигналов;
- $\arg(X_{i,j}(k))$ – фаза k -го синусоидального сигнала.

Индекс частоты связан с частотой сигнала следующим соотношением:

$$f = \frac{k}{T} = \frac{k}{\Delta n \Delta\tau}.$$

В настоящих расчетах для ДПФ используется интервал Δn , равный 1024 шагам по времени. Тогда, например, индексу частоты $k = 16$ будет соответствовать частота $f = 156$, что примерно соответствует числу $Sh = 1$ для данной задачи.

Далее, для каждой точки сечения для момента времени t_n можно рассчитать фазу пульсаций на заданной частоте. При $Sh = 1$

$$\varphi_{i,j}^n = \arg(X_{i,j}(k = 16)).$$

После расчета фазы излучения для всего сечения выбирается следующий шаг по времени $n = n + 1$. В результате для каждой точки получается реализа-

ция фазы пульсации по времени $\varphi_{i,j}(t_n) = \varphi_{i,j}^n$, где $n = 0, \dots, (N - \Delta n) - 1$. Для вычисления ДПФ применяется метод быстрого преобразования Фурье. Использование вдвое большего или меньшего интервала Δn дает качественно такие же результаты, но с большим количеством искажений. При реализации описанной методики фиксируются все возмущения в рассматриваемой области течения для заданной частоты.

Результаты расчетов мгновенного распределения фаз для частоты 156 Гц представлены на рис. 8. Здесь и далее приведены результаты численных расчетов формирования и распространения акустического возмущения для различных значений числа Sh из [13–15]. На рис. 8 показана последовательность распределений фазы пульсаций вертикальной компоненты скорости через $1/3$ периода для Sh = 1 в виде кадров с мгновенными значениями фазы. Показаны линии, на которых фазы пульсаций скорости равны 0° или 360° , т.е. они характеризуют положение звуковых волн. Координаты сечения, где согласно (1) располагается источник звука для этой частоты, $x/d \cong 1.55$.

На первом кадре можно визуально наблюдать первоначальное расположение малой области, где возникает звуковая волна; ее координаты: $x/d \cong 1.55$, $y/d = 1.01 \dots 1.04$. Аналогичные данные получены для пульсации давления. Начиная с этого значения вертикальной координаты расстояние между линиями равных фаз достаточно точно соответствует длине волны с частотой $f = 156$ Гц. Подтвердить это наблюдение позволяет сравнение распределения фаз пульсаций скорости и давления для фиксированных частот по вертикальной координате в момент времени, соответствующий первому кадру рис. 8.

На рис. 9б предоставлены значения фазы пульсаций скорости и давления для Sh = 1 при $x/d \cong 1.55$ вдоль вертикальной линии. Эти данные показывают, что при $y/d < 0.8$ разница фаз превышает 90° и принимает нулевое значение начиная с $y/d \cong 1.04$. Возможное объяснение этому заключается в том, что в области между этими значениями поперечной координаты происходит формирование звуковой волны.

Аналогичные данные получены для других сечений струи: Sh = 0.5, $x/d \cong 3.1$ и Sh = 1.5, $x/d \cong 1.05$, соответственно рис. 9а и 9в. Эти данные показывают, что формирование звуковых волн для фиксированных частот происходит вне зоны смещения, в области, где значение координаты $y > y_2(x)$, которая в традиционной схеме течения в струе (рис. 1) разграничивает область зоны смещения и окружающее пространство.

Разница фаз пульсаций скорости и давления $\Delta\varphi$ характеризует направление распространения

возмущений и величину потока энергии в направлении скорости v [5]. Корреляция

$$\langle p'v' \rangle = (\langle p'^2 \rangle \langle v'^2 \rangle)^{1/2} \cos(\varphi). \quad (7)$$

При значениях $\Delta\varphi$, приближающихся к 90° , передача энергии за счет распространения пульсаций уменьшается, и ее направление меняет знак. Энергетическая составляющая этих возмущений зависит от всех трех составляющих в соотношении (7). Поскольку максимальный уровень пульсаций с удалением от зоны смещения может только уменьшаться, увеличение потока акустической энергии для фиксированной частоты, от нулевого значения (при $\Delta\varphi = 90^\circ$) до конечной величины, может происходить только за счет сближения фаз пульсаций с передачей энергии от гидродинамических возмущений к акустическим.

Таким образом, на основе данных, представленных на рис. 9, можно предположить, что образование звуковых волн происходит вне зоны смещения из-за индуцирования пульсационного движения в подтекающем потоке внешней среды. Механизм возникновения индуцированных пульсаций описан в предыдущем разделе.

Необходимо отметить, что данные расчетов в целом согласуются с соотношением (1), которое определяет координату положения источника звука для данной частоты. При расчетах зависимостей фазовых характеристик пульсаций от поперечной координаты были проведены вариации начального момента времени и значения координаты x/d . Результаты расчетов показали, что наилучшее согласование с соотношением (1) имело место для Sh = 1.

При Sh = 1.5 согласование можно считать удовлетворительным. Для Sh = 0.5 по данным визуализации, аналогичным представленным на рис. 8, начало распространения звуковой волны соответствует $x/d = 3.2 \dots 3.3$, что несколько больше, чем по (1). Ограничение вычислительных возможностей не позволило провести более тщательного исследования.

На рис. 10 результаты расчетов для свободной турбулентной струи представлены в виде определенных по этим данным границ различных областей формирования и распространения возмущений. На рис. 10 вместе с известными (см. рис. 1б) данными о положении границ зоны смещения (y_1, y_2, b) показаны границы предполагаемой области (y_p и y_f), в которой значение разницы фаз пульсаций поперечной скорости и давления для конкретных частот изменяется от 90° до нуля.

На рис. 11 приведены такие же экспериментальные данные для закрученной струи в ее поперечном сечении. В области, ограниченной штриховыми линиями, формируется звуковое излучение.

О ФОРМИРОВАНИИ ИСТОЧНИКА АКУСТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

В незакрученной турбулентной струе звукообразование происходит в результате множества периодических процессов, возникновение которых обусловлено перемежающимся движением крупномасштабных неоднородностей “турбулентной” жидкости, областей с пониженным статическим давлением. Этот процесс “гидродинамического” образования звуковых волн целесообразно рассмотреть в сравнении с образованием звуковых волн, создаваемых периодическим движением твердого тела.

В [28] приведены результаты численного расчета (на основании решения уравнений Эйлера) акустического излучения, возникающего при эксцентричном вращении цилиндра с заданной частотой. При этом рассматривался случай, когда размер источника меньше длины волны образующегося акустического излучения. В результате расчетов определены закономерности образования звуковых волн.

Вблизи цилиндра фазы пульсаций давления и радиальной компоненты скорости в распространяющихся возмущениях не совпадают, и с приближением к поверхности вращения, образуемой границей цилиндра, разница фаз близка к 90° , но несколько меньше. На удалении от цилиндра, приблизительно соответствующем четверти длины волны, фазы сближаются и в распространяющихся возмущениях соответствуют звуковым волнам. Несмотря на это, поток энергии I в распространяющихся возмущениях не изменяется с удалением от цилиндра:

$$I = \langle p'v' \rangle R = \text{const}, \quad (8)$$

где R – удаление от центра. Таким образом, энергия распространяющихся возмущений генерируется в тонком слое в непосредственной близости от источника.

Выше были приведены результаты исследований образования звуковых волн, создаваемых нестационарным движением жидкости или газа.

В случае турбулентных струй характерные размеры неоднородностей потока, в котором формируются распространяющиеся акустические возмущения фиксированной частоты, могут быть определены по данным, полученным при определении фаз пульсаций скорости и давления. Эти данные приведены на рис. 8–10. Для фиксированных частот начало формирования распространяющихся от слоя смещения периодических акустических возмущений соответствует величине $\langle p'v' \rangle = 0$, т.е. значению разницы фаз 90° .

Для примера рассмотрим звукообразование в струе при $Sh = 1$. Согласно данным рис. 8–10 это соответствует значению $y/d \cong 0.81$. При выполнении условия сохранения потока акустической энергии I для данной частоты, подобно (8) могла бы сохраняться величина $\langle p'v' \rangle R = \text{const}$ при

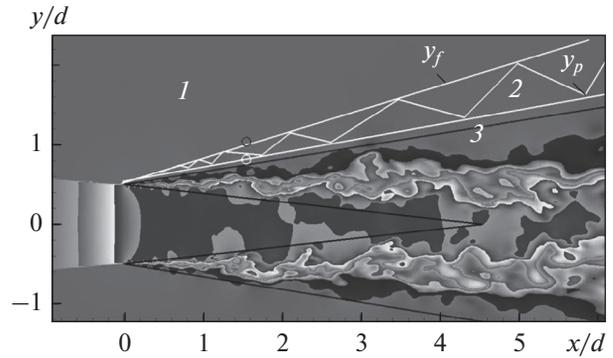


Рис. 10. Границы характерных зон для затопленной турбулентной струи. 1 – акустическое поле, 2 – переходная область, 3 – поле турбулентного течения.

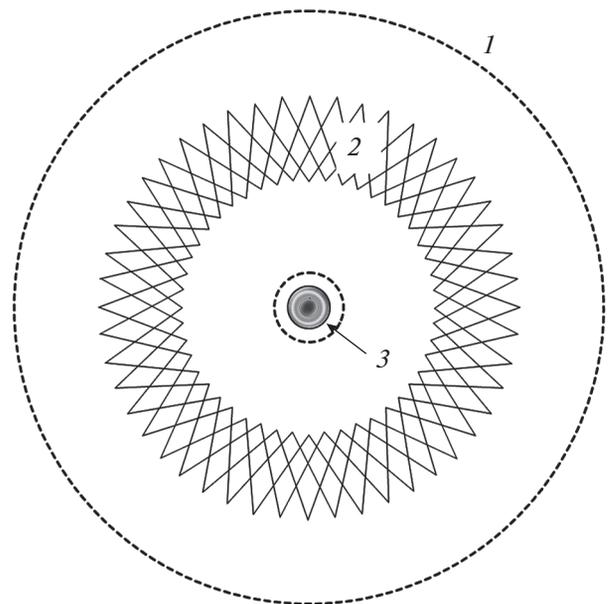


Рис. 11. Границы характерных зон для закрученной струи: 1 – акустическое поле, 2 – переходная область, 3 – поле давления.

условию, что удаление от источника отсчитывается от координаты его центра r_0 . В данном случае $r_0 = 0.81d$.

Если принять, что первоначально звук распространяется по нормали к оси струи, то $R = y - r_0$. Можно использовать эти упрощенные представления для анализа полученных данных вычисления моделирования, представленных на рис. 9–10. Они получены для фиксированной частоты излучения $Sh = 1$ ($f = 156$ Гц), для которой источник излучения располагается при $x/d \approx 1.51$. Согласно этим данным, визуально (рис. 8) распространение акустического возмущения для скорости истечения струи 310 м/с начинается при $y/d = 1.1$, при этом же значении координаты (рис. 9, 10) начинают совпадать фазы пульсаций

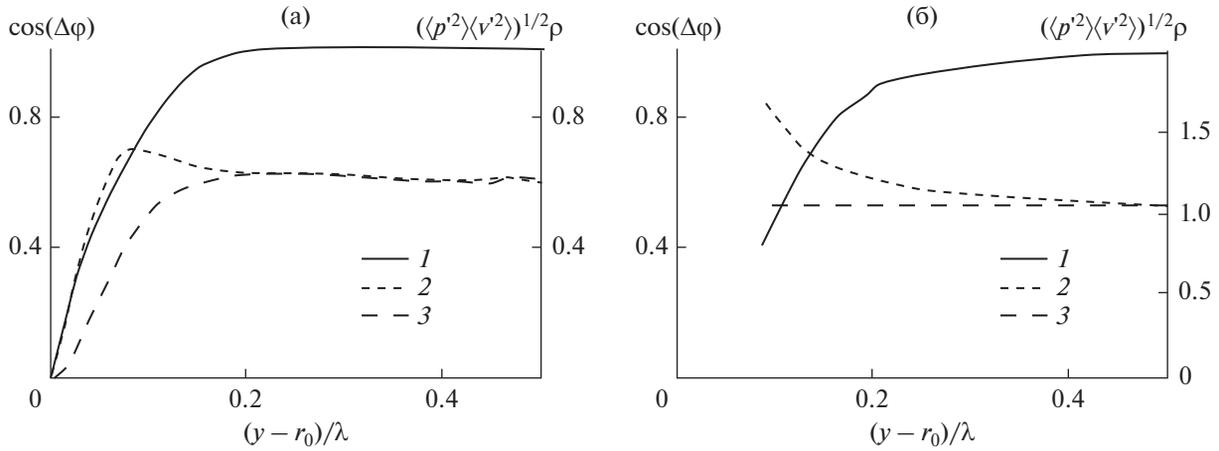


Рис. 12. Распределение величин $\langle p'v' \rangle$ и $\langle p'v' \rangle \rho$: (а) по радиусу для свободной струи при $x/d = 1.55$ ($Sh = 1$), (б) для вращающегося цилиндра. Обозначения: 1 – $\cos(\Delta\varphi)$ (левая шкала), 2 и 3 – $\rho = R/\lambda$ и $\cos(\Delta\varphi)R/\lambda$ соответственно (правая шкала).

p' и v' . В то же время начало формирования акустических возмущений приходится на $r_0 = 0.81d$.

Для проверки этой схемы условного источника звука на рис. 12а и 12б объединены данные для параметров распространяющихся возмущений в случае струи и вращающегося цилиндра. Представлены определенные по (7) зависимости величин $\langle p'v' \rangle$ и $\langle p'v' \rangle R$ от расстояния, отсчитываемого от центра источника. Для турбулентной струи по оси абсцисс отложены значения $(y - r_0)/\lambda$, для вращающегося цилиндра – R/λ . (Значение λ для струи определено по соотношению (3).) Можно видеть, что в последнем случае соотношение (8) выполняется с удовлетворительной точностью. На рис. 12 сопоставлены также зависимости значений $\cos(\Delta\varphi)$, где $\Delta\varphi$ – разница фаз пульсаций скорости и давления, от поперечной координаты для струи и вращающегося цилиндра, (а) и (б) соответственно.

Подобие зависимостей, характеризующих изменение разницы фаз пульсаций скорости и давления ($\cos(\Delta\varphi)$), подтверждает сделанный ранее вывод об определяющем параметре для размеров области формирования акустического излучения – это приблизительно четверть длины волны.

С другой стороны, данные рис. 12, где представлены результаты определения потоков акустической энергии по (8), свидетельствуют о принципиальном различии процессов передачи энергии от пульсационного движения к акустическим пульсациям в случае образования звука пульсирующим движением твердого тела или пульсирующим движением жидкой и газообразной среды.

При сравнении других данных рис. 12 для $R/\lambda > 0.2$ можно видеть, что начиная с некоторого удаления от источника соотношение (8) для струи выполняется, подобно тому как оно заведомо выполняется для цилиндра. Таким образом, в некоторой области распространение акустических возмущений в случае струи подобно распро-

странению возмущений от цилиндрического источника. (Однако данные расчетов показывают, что при больших удалениях, чем представлено на рис. 12а, эта зависимость нарушается.)

Данные рис. 9–12 показывают, что с увеличением расстояния от оси струи происходят изменения в направлении распространения возмущений. Начиная приблизительно от границы струи y_2 большие возмущения скорости и давления, существующие в слое смешения, не обнаруживаются. Вблизи границы струи при $y = y_p \approx y_2$ величина разницы фаз пульсаций для характерных частот излучения (1) составляет 90° , корреляция $\langle p'v' \rangle = 0$ и поток энергии пульсационного движения вовне отсутствует. Только наличие пульсаций в индуцированном струей течении обеспечивает энергией порождение этих квазипериодических акустических пульсаций.

В соответствии с представлениями, изложенных в монографиях [30, 31], в гидродинамических пульсациях возникают пульсации акустические “из-за взаимодействия поля скоростных пульсаций с самими собой”. Эти распространяющиеся от струи пульсации получают энергию от пульсационного движения подтекающего потока. Их интенсивность выходит на конечный уровень на удалениях, где индуцированное пульсационное движение в подтекающем потоке полностью ослабевает. Этот процесс иллюстрируют данные фазовых измерений (рис. 9–11).

При $y \approx y_2$ значение $\cos(\Delta\varphi)$ – разницы фаз пульсационной скорости и давления – равно нулю. С удалением от границы струи его значение приближается к единице, т.е. для рассматриваемых частот постепенно увеличивается энергетическая составляющая распространяющихся пульсаций, хотя уровень пульсаций скорости уменьшается (рис. 12).

Эти данные позволяют обозначить область, в которой расположены некие условные источни-

ки возмущений. Их характерные частоты соответствуют соотношению (1). Схема этой области представлена на рис. 10. За внешнюю границу этой области можно принять значение $y = y_f$, при котором $\Delta\varphi \approx 0$, то есть когда возмущения становятся чисто акустическими. Что касается исходного расположения условного источника, то он располагается ближе к слою смещения, ориентировочно это положение представлено на рис. 10 областью между y_p и y_f . Характерный размер области между границами y_p и y_f может зависеть от двух характерных размеров для рассматриваемого процесса — L и λ . По данным рис. 7–12 он приблизительно соответствует четверти длины волны образующегося излучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные результаты исследований можно интерпретировать следующим образом. Формирование акустического излучения, шумообразование в струях, хотя и обусловлено нестационарными процессами в тех областях, которые принято обозначать как области струйного течения, может происходить вне этих областей за счет энергии индуцированных пульсаций в подтекающей среде. Область, где возникают эти пульсации, принято называть ближним акустическим полем струи, которую в таком случае можно считать источником акустического излучения.

Обращаясь к рис. 10, можно предложить следующую схематизацию течения в струе: основной является схема, предложенная Г.Н. Абрамовичем, представленная на рис. 1. К ней добавляются две новые границы — y_p и y_f . Граница y_p практически совпадает с наружной границей слоя смешения y_2 . Отсюда начинает формироваться акустическое излучение. Граница y_f — это значение поперечной координаты, начиная с которого в распространяющихся пульсациях фазы давления и скорости совпадают. По физическому смыслу область между y_2 и y_f можно считать ближним акустическим полем струи. В начальном участке турбулентной струи положение границ приближенно можно считать линейным по x .

По полученным данным для турбулентной струи и закрученной струи расстояние между границами y_p и y_f приблизительно соответствует четверти волны акустического излучения.

Можно отметить, что представленные данные согласуются с изложенными в работах [16, 32, 33] представлениями о снижении шума струи при воздействии на нее продольной завихренности, создаваемой в источнике струи шевронами или лепестками. Согласно [32] шевроны и лепестки, расположенные на выходе из сопла, создают завихренность в потоке во внешней части струйного течения, и при этом уменьшается интенсивность шума, излучаемого струей, приблизительно пропорционально величине создаваемой продоль-

ной завихренности [16, 32]. Сопоставляя данные настоящего исследования с картиной втекания в струю при наличии шевронов из [33], можно сделать вывод, что продольная завихренность воздействует на струю именно в области формирования звукового излучения.

Представленные результаты являются подтверждением модели шумообразования турбулентных струй, изложенной в начале статьи. Однако в полученных результатах исследования не показана непосредственная связь наблюдаемого и получаемого при численных расчетах на основе LES-технологии акустического поля с представленными данными анализа пульсационного движения в струе. Обоснованием является то, что характеристики дальнего поля и изученные пульсационные характеристики течения получаются в одном и том же расчете, и их подтверждают данные экспериментов по отдельным свойствам течения в струе.

Чтобы обосновать полученные выводы, они должны быть подкреплены анализом интегральной акустической мощности, излучаемой на выделенных частотах. Для этого необходимо показать, что энергия акустического излучения, образующегося в исследованных периодических процессах в “ближнем поле” струи, начиная с некоторого расстояния перестает меняться и соответствует характеристикам дальнего поля.

Основные представления о процессе порождения шума в турбулентном потоке содержатся в предложенной Лайтхиллом модели образования шума, создаваемого турбулентными струями [1]. Согласно этой модели поток I звуковой энергии, излучаемой струей, определяется соотношением, которое может быть представлено в следующем виде:

$$I(x) = \frac{x_i x_j x_k x_l}{16\pi^2 a^5 x^6 \rho} \times \iint \left\langle \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} (T_{ij} - \langle T_{ij} \rangle) \right] \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} (T'_{kl} - \langle T'_{kl} \rangle) \right] \right\rangle dy dy',$$

$$T_{ij}(y) = \rho u_i u_j + P_{ij} - a^2 \rho \delta_{ij},$$

$$P_{ij} = p \delta_{ij} + \eta \left[-\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right],$$

где угловые скобки обозначают осреднение по времени, x — расстояние до источника, ρ — пульсации плотности в звуковой волне, p — давление; u_i, u_j — компоненты скорости, η — молекулярная вязкость, ρ — плотность, a — скорость звука в окружающей среде. Обычно предполагается, что областью, по которой должно проводиться интегрирование, является слой смещения, т.е. область между границами y_1 и y_2 . Данные настоящего исследования показывают, что интегрировать нужно по области, которую принято считать ближним акустическим полем струи. Такой анализ мог бы подтвердить эти выводы или потребовать но-

вых исследований. В то же время для выполнения соответствующих расчетов требуются значительные усилия, совершенствование и развитие новых вычислительных технологий.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 17-01-00213а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lighthill M.J.* On sound generated aerodynamically. Pt 1. General Theory // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1952. V. 221 № 1107. P. 564–587.
2. Турбулентное смещение газовых струй. Под редакцией Абрамовича Г.Н. М.: Наука, 1974. 272 с.
3. *Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А., Крашенинников С.Ю., Секундов А.Н., Смирнова И.П.* Теория турбулентных струй. М.: Наука, 1984. 716 с.
4. *Мунин А.Г., Кузнецов В.М., Леонтьев Е.А.* Аэродинамические источники шума. М.: Машиностроение, 1981. 248 с.
5. *Зарембо Л.К., Красильников В.А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1966. 519 с.
6. Авиационная акустика. Под ред. Мунина А.Г. и Квитки В.Е. М.: Машиностроение, 1973. 448 с.
7. *Крашенинников С.Ю., Миронов А.К.* Попытка определения положения источников звука в турбулентной струе по результатам измерений акустического поля и корреляций пульсаций скорости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 3. С. 69–83.
8. *Tam C., Aurialt L.* Jet mixing noise from fine-scale turbulence // AIAA J. 1999. V. 37. № 2. P. 145–153.
9. *Morris P., Boluriaan S.* The prediction of jet noise from CFD data // AIAA Paper 2004–2977.
10. *Tam C., Viswanathan K., Ahuja K., Panda J.* The sources of jet noise: experimental evidence // JFM. 2008. V. 615. P. 253–292.
11. *Копьев В.Ф., Беляев И.В., Зайцев М.Ю., Копьев В.А., Фараносов Г.А.* Акустическое управление волнами неустойчивости в турбулентной струе // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 1. С. 19–30.
12. *Guitton A., Kerheve F., Jordan P., Delville J.* The sound production mechanism associated with coherent structures in subsonic jets // AIAA 2008. № 2892.
13. *Крашенинников С.Ю., Бендерский Л.А.* Исследование шумообразования в турбулентной струе на основе численных расчетов с использованием LES технологии // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20–24 августа 2015 года. 2015. С. 2073–2075.
14. *Бендерский Л.А., Крашенинников С.Ю.* Исследование шумообразования в турбулентных струях на основе вычислительного моделирования нестационарного течения в слое смещения // Изв. РАН. МЖГ. 2016. № 4. С. 149–162.
15. *Бендерский Л.А., Крашенинников С.Ю., Миронов А.К.* О турбулентном смещении и шумообразовании в струях по результатам экспериментов и вычислительного моделирования // Сборник трудов Шестой всероссийской конференции Вычислительный эксперимент в аэроакустике, Светлогорск, 19–24 сентября 2016г. ISBN 978-5-98354-025-5. С. 58–64.
16. *Миронов А.К., Крашенинников С.Ю.* Экспериментальное исследование влияния условий истечения на акустомеханический КПД // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 3. С. 451–458.
17. *Fisher M.J., Harper-Bourne M., Glegg S.A.L.* Jet engine noise source location: The polar correlation technique // J. Sound Vibr. 1977. V. 51. № 1. P. 23–54.
18. *Mac-Gregor G.R., Simcox C.D.* The location of acoustic sources in jet flows by means of the wall isolation technique // AIAA Paper. 1973. №73–1041.
19. High velocity jet noise source location and reduction. U. S. Department of Transportation. 1977. FAA, Report № FAA-RD-76-79.
20. *Миронов А.К., Крашенинников С.Ю., Маслов В.П., Захаров Д.Е.* Экспериментальное исследование распространения волн неустойчивости в затопленной струе при поперечном акустическом возбуждении // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 4. С. 480–488.
21. *Lee H.K., Ribner H.S.* Direct correlation of noise and flow of a jet // AIAA Paper. 1972. № 72–640.
22. *Schaffar M.* Direct measurements of the correlation between axial in-jet velocity fluctuations and far field noise near axis of a cold jet // J. Sound Vibr. 1979. V. 64. № 1. P. 73–84.
23. *Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Пудовиков Д.Е., Токталиев П.Д.* Исследование образования звуковых волн, создаваемых турбулентными струями // МЖГ. 2015. № 2. С. 57–75.
24. *Захаров Д.Л., Крашенинников С.Ю., Маслов В.П., Миронов А.К., Токталиев П.Д.* Исследование нестационарных процессов, свойств течения и тонального акустического излучения закрученной струи // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 1. С. 59–72.
25. *Бендерский Л.А., Любимов Д.А.* Применение RANS/ILES метода высокого разрешения для исследования сложных турбулентных струй // Ученые записки ЦАГИ. 2014. Т. 45. № 2. С. 22–36.
26. *Бендерский Л.А., Крашенинников С.Ю., Миронов А.К.* Исследование образования индуцированных течений, создаваемых дозвуковыми турбулентными струями, и их связи с эффектом понижения статического давления в струе // Изв. РАН. МЖГ. 2017. № 6. С. 50–60.
27. *Крашенинников С.Ю.* Исследование затопленной воздушной струи при высокой интенсивности закрутки // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 6. С. 148–154.
28. *Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Пудовиков Д.Е., Пьянков К.С.* Сопоставительный анализ порождения звука различными аэродинамическими источниками // Тезисы докладов 3-й Всерос. откр. конф. по авиационной акустике. 2013. Звенигород. С. 40–41.
29. *Яковлевский О.В., Секундов А.Н.* Течения жидкости, индуцированные турбулентными струями. // Изв. АН СССР, Механика и Машиностроение. 1964. № 3. С. 39–46.
30. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Ч. 2. М.: Наука, 1967. 720 с.
31. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидромеханика. М.: Наука, 1986. 736 с.
32. *Крашенинников С.Ю., Миронов А.К.* Воздействие продольной компоненты завихренности, формирующейся в источнике турбулентной струи, на ее акустические характеристики // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 43–59.
33. *Браилко И.А., Крашенинников С.Ю.* Исследование аэродинамических характеристик шевронных сопел на основе численного расчета течения // Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 2. С. 76–89.