

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.23

АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫЕ РЕФЛЕКТОРЫ КОМПАКТНОГО
ПОЛИГОНА – ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА АНАЛИТИЧЕСКОЙ
РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

© 2018 г. С. Б. Панин^{а, *}, Ю. А. Тучкин^{б, **}, А. Е. Поединчук^{с, ***}, И. Унал^{а, ****}

^а Институт Материалов, ТЮБИТАК-МРЦ, ул. Др. Зэки Ачар 1, Гебзе/Коджаэли, 41470, Турция

^б Технологический институт Гебзе, ПК 141, Гебзе/Коджаэли, 41400, Турция

^с Институт радиофизики и электроники НАН Украины, ул. Ак. Проскуры 12, Харьков, 61085, Украина

*e-mail: Sergiy.Panin@tubitak.gov.tr

**e-mail: Yury.Tu@gmail.com

***e-mail: Poyedinchuk@ire.kharkov.ua

****e-mail: Ilhami.Unal@tubitak.gov.tr

Поступила в редакцию 16.05.2017 г.

Проведен анализ и оптимизация аксиально-симметричного рефлектора со смешанно-закругленным краем для компактного полигона в строгой постановке задачи дифракции. Соответствующая краевая задача дифракции решена на основе метода аналитической регуляризации, который сводит задачу к операторному уравнению второго рода, что гарантирует численно устойчивое и эффективное решение. Распределение поверхностной плотности, поле на апертуре и в ближней зоне получены и проанализированы для различных типов закругления края рефлектора. Кроме того, была использована “смешивающая функция”, обеспечивающая бесконечную гладкость контура в месте состыковки параболоидной части рефлектора и его закругленного края. В строгой постановке задачи дифракции реализована процедура определения оптимального края посредством минимизации отклонения от плоской волны.

Ключевые слова: рефлектор компактного полигона, закругленный край, метод аналитической регуляризации, задача оптимизации, численные методы теории дифракции

DOI: 10.7868/S0320791918020132

ВВЕДЕНИЕ

Для проведения точных измерений эффективной площади отражения или диаграммы направленности антенны исследуемый объект необходимо облучать плоской волной. Условия близости к плоской волне обычно соблюдаются, когда размер измерительного полигона порядка ND^2/λ , где D – наибольший размер объекта, λ – длина волны, а величина N изменяется в диапазоне 1–4, в зависимости от допустимого отклонения амплитуды и фазы на объекте.

Компактный полигон (КП) предназначен для создания поля, близкого к однородной плоской волне в тестовой зоне (ТЗ), расположенной вблизи рефлектора. Использование КП значительно снижает необходимый размер полигона и, следовательно, его стоимость. Размер КП обычно около $4D$ [1, 2].

В КП основная часть поверхности рефлектора, как правило, выбирается параболоидной, поскольку в приближении геометрической оптики она преобразует сферический волновой фронт

источника, расположенного в фокусе параболоида, в плоский волновой фронт в ТЗ. Однако существует два фактора, вызывающие отличие поля, отраженного поверхностью рефлектора (поверхность с краем), от плоской волны. Первый фактор – конечные размеры апертуры рефлектора, и второй – дифракция на краю апертуры.

Наличие этих двух факторов порождает идею использовать их таким образом, чтобы они компенсировали друг друга. Нет возможности устранить конечность апертуры, но форма закругления краев рефлектора может являться решением соответствующей оптимизационной процедуры. Непрерывная оптимизация представляется достаточно сложной и, возможно, излишней. Поэтому нами была выбрана многопараметрическая оптимизация с малым числом параметров.

В [3] утверждается, что среди различных способов формирования края рефлектора смешанно-закругленный край (СЗК), описанный в [2], является преимущественным. Концепция СЗК основана на использовании смешивающей функ-

ции (СФ), когда эллиптическая поверхность (либо иная выпуклая поверхность) “смешивается” с продолжением параболоида вдоль его ребра так, что формируется гладкая поверхность, как показано на рис. 1. Применение СЗК снижает величину всплеска в зеркально отраженном поле, поскольку оно остается гладким в точке сопряжения параболоида и закругленного края. Следует отметить, что концепция СЗК нашла множество успешных реализаций – см., например, [4].

Выбор подходящей формы СЗК является объектом соответствующей задачи оптимизации. Вместо оптимизации в строгой постановке задачи дифракции авторы [2] предложили процедуру минимизации поля, дифрагированного на стыке параболоида и закругленного края, при соблюдении двух конструктивных условий. Первое – полный размер рефлектора не должен превышать выбранного предела, и второе – минимальный радиус СЗК должен составлять не менее четверти длины волны на нижней рабочей частоте. Более того, минимизация дифракционного поля, излучаемого стыком, была сведена к вопросу о гладкости кривизны на стыке. Было отмечено, что даже эта значительно упрощенная, “геометрическая” оптимизация является нетривиальной задачей: оптимизируемая функция не слишком удобна для глобальной минимизации, так как имеет множество локальных минимумов. Тем не менее, такой “геометрический” подход дает прямой метод для поиска параметров СЗК. Он применим к рефлекторам как с центральным, так и со смещенным возбуждением и ведет к закругленным краям с минимизированным скачком кривизны поверхности и, следовательно, минимизированным всплеском поля в точке сопряжения.

Несмотря на описанные существенные упрощения, такой подход часто приводит к приемлемым конструкциям. Однако этот подход исключает из рассмотрения влияние полной формы рефлектора на формирование ТЗ. Ввиду своей “геометрической” природы он не учитывает важные волновые явления, такие как поверхностные и стоячие волны, возможные резонансы и т.д., а также исключает из рассмотрения характеристики диаграммы направленности облучателя.

Конструкциям КП посвящено множество публикаций. Тем не менее, вычисление дифрагированного поля в них основывается, как правило, на различных версиях физической оптики или на конечно-разностных схемах во временной области и им подобных методах. Такие методы находят широкое применение ввиду их высокой гибкости, даже когда они применяются к отражателям достаточно сложной формы. Модифицированный метод дискретных источников [5] был использован при решении различных задач теории акустической и электромагнитной дифракции на телах вращения

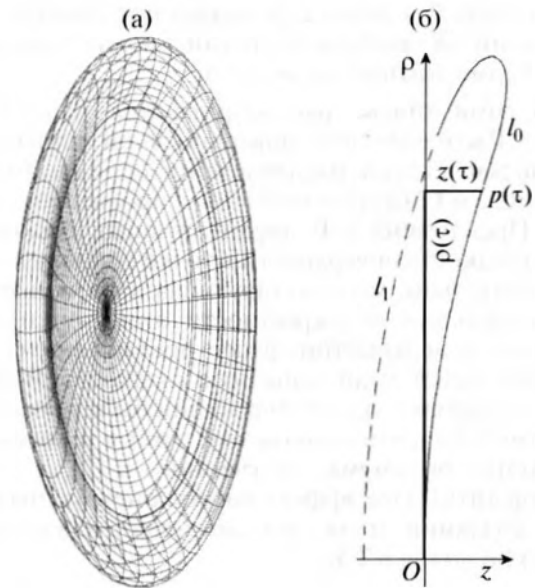


Рис. 1. (а) Рефлектор для КП, (б) производящая кривая.

[6, 7]. При помощи метода продолженных граничных условий решена акустическая задача дифракции на осесимметричном экране с обобщенными импедансными краевыми условиями [8]. Дифракция на сильно вытянутом теле вращения была рассмотрена на асимптотической основе в [9].

Для получения численно устойчивого и быстро сходящегося алгоритма решения, обладающего необходимой точностью, желательно трансформировать решение задачи дифракции к уравнению второго рода. Такая трансформация возможна на основе метода аналитической регуляризации, описанного в [10–12]. Аналитическая регуляризация предоставляет надежный и эффективный базис для решения как прямых задач дифракции, так и обратных задач оптимизации, чьи алгоритмы решения основываются на многократном решении соответствующих прямых задач.

Анализ, базирующийся на ранее созданных математически строгих и численно устойчивых алгоритмах [13–16], основанных на аналитической регуляризации, применен нами к рефлектору для КП. Эти алгоритмы гарантируют эффективное решение с наперед заданной точностью даже в реактивной ближней зоне рефлектора достаточно произвольного сечения, включая тонкие и бесконечно тонкие экраны.

Для изучения основных закономерностей рассеяния поля на рефлекторе для КП рассмотрена простейшая задача дифракции, но в строгой постановке, в которой поле удовлетворяет уравнению Гельмгольца в пространстве, условиям излучения Зоммерфельда и граничным условиям Дирихле на поверхности аксиально-симметричного рефлектора. Эта модель имеет широкую область

применений в физике: в теории потенциала, дифракции и распространении акустических и электромагнитных волн, и т.д.

В этой статье рассматриваются различные СЗК. Распределение поверхностной плотности вдоль рефлектора, распределение поля на апертуре и поле в ТЗ были вычислены и проанализированы. Предложена СФ, гарантирующая бесконечную гладкость поверхности в точке сопряжения и, следовательно, минимизирующая паразитное поле дифракции от окрестности этой точки. Насколько нам известно, ранее предложенные СФ обеспечивают лишь конечную гладкость. В строгой постановке задачи дифракции была проведена оптимизация, что позволило уточнить условия достижения оптимума, полученного в [2], а также определить более эффективную конструкцию КП для создания поля, максимально близкого к плоской волне в ТЗ.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И РЕШЕНИЕ

Рефлектор для КП показан на рис. 1а. Гладкая поверхность $p \in S_0$ этого аксиально-симметричного рефлектора образуется вращением вокруг оси OZ производящей кривой l_0 , которая является частью кривой $l = l_0 \cup l_1$ (рис. 1б). Предполагается, что l является плоской, гладкой и самонепересекающейся кривой, несовпадающие концы которой принадлежат оси OZ .

Пусть кривая l в цилиндрических координатах (ρ, z, φ) имеет параметризацию

$$\rho = \rho(\tau), \quad z = z(\tau), \quad \varphi = \text{const}, \quad (1)$$

где $\rho(\tau)$ и $z(\tau)$ являются заданными гладкими функциями параметра $\tau \in [0, \pi]$, а $\varphi \in [0, 2\pi]$. Предполагаем, что l_0 определена на интервале $\tau \in [0, \tau_0]$, где $\tau_0 \in (0, \pi]$. В [11, 16] сформулированы условия, налагаемые на $\rho(\tau)$ и $z(\tau)$, и показано, что предлагаемое решение не зависит от выбора l_1 . В качестве параметра τ будем использовать нормализованную длину дуги кривой: $\tau = \tau(p) = \pi s(p)/L$, где $s(p)$ – длина дуги в точке $p(\tau)$, отсчитываемая от $(z = 0, \rho = 0)$, а L – длина кривой l .

Рефлектор облучается скалярной сферической волной $U^i(q)$, $q \in R^3$ единичной амплитуды с фазовым центром в фокусе рефлектора. Гармоническая временная зависимость выбрана как $\exp(-i2\pi ft)$, где f – частота. Соответственно, длина волны $\lambda = v_0/f$, где v_0 – скорость распространения.

Дифрагированное поле $U(q)$ для $q \in R^3 \setminus S_0$ разыскивается удовлетворяющим однородному уравнению Гельмгольца и граничным условиям Дирихле при $q \in S_0$ в смысле работы [17]. Кроме того, $U(q)$ должно подчиняться условию излу-

чения Зоммерфельда и условию конечности энергии в любом ограниченном объеме пространства. Перечисленные условия гарантируют существование и единственность решения.

Эллиптически закругленный край, ввиду разрыва радиуса кривизны на стыке параболоида и края, порождает большой всплеск дифрагированного поля на стыке. Предложенная в [2] концепция СЗК позволяет снизить этот скачок. Сопряжение двух контуров достигается согласно формуле (2), а именно так, что закругленный край подобен параболе в окрестности стыка $\tau = \tau_j < \tau_0$ и подобен эллипсу на другом конце $\tau = \tau_0$. Кривая, производящая СЗК, определяется как

$$f_{\text{СЗК}}(\tau) = f_n(\tau) + \{f_s(\tau) - f_n(\tau)\} B(\tau), \quad (2)$$

$$\tau \in [\tau_j, \tau_0],$$

где функции $f_{\text{СЗК}}$, f_n и f_s определяют координаты (ρ, z) СЗК, параболы и эллипса соответственно, а $B(\tau)$ – СФ, которая монотонно возрастает от 0 при $\tau = \tau_j$ до 1 при $\tau = \tau_0$.

Следуя [2], определим координаты кривых в (2) как

$$\begin{aligned} \begin{cases} \rho_s(\tau) \\ z_s(\tau) \end{cases} &= a_e \sin(\gamma(\tau)) \begin{cases} l_{11} \\ l_{21} \end{cases} + \\ &+ b_e [1 - \cos(\gamma(\tau))] \begin{cases} l_{12} \\ l_{22} \end{cases} + \begin{cases} \rho_j \\ z_j \end{cases}, \\ \rho_n(\tau) &= \left(l_{11} \frac{\chi_m}{\gamma_m} \right) \gamma(\tau) + \rho_j, \quad z_n(\tau) = \frac{\rho_n^2(\tau)}{4F}, \\ \gamma(\tau) &= \frac{\tau - \tau_j}{\tau_0 - \tau_j} \gamma_m, \quad \begin{cases} l_{11} \\ l_{22} \end{cases} = \begin{cases} + \\ - \end{cases} \frac{2F}{D}, \\ l_{12} = l_{21} &= \frac{\rho_j}{D}, \quad z_j = \frac{\rho_j^2}{4F}, \quad D = \sqrt{\rho_j^2 + 4F^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\tau \in [\tau_j, \tau_0]$, а $\gamma \in [0, \gamma_m]$ – параметрический угол; F – фокусное расстояние параболы; координаты (ρ_j, z_j) определяют точку стыка, где начинается “смешивание” параболы и эллипса; a_e и b_e – большая и малая полуоси эллипса; параметры γ_m и χ_m определяют соответственно части дуг эллипса и параболы, участвующие в смешивании.

Таким образом, для заданных фокусного расстояния и точки стыка СЗК определяется функцией $B(\tau)$ и четырьмя геометрическими параметрами: a_e , b_e , γ_m и χ_m . Эти параметры являются объектом оптимизации для получения в ТЗ волны, близкой к плоской. Выбор этих параметров также подчиняется ограничению сверху на заданный размер апертуры рефлектора.

СФ должна обеспечивать заданную гладкость поверхности на стыке. В [2] СФ была предложена такой, что ее первые $n - 1$ производные обращаются в ноль на стыке, а n -я производная отлична от нуля. Для такой СФ радиус кривизны и его

первые $n - 1$ производные будут непрерывными на стыке при $n \geq 2$. Например, \cos -СФ

$$B_1(s) = \frac{1}{2}[1 - \cos(\pi s)], \quad s \in [0, 1], \quad (4)$$

где $s(\tau) = \gamma(\tau)/\gamma_m$, $\tau \in [\tau_j, \tau_0]$, обладает первой производной, равной нулю на стыке.

СФ, имеющая производные более высокого порядка, обращающиеся в ноль на стыке, создает более гладкое соединение.

Мы предлагаем использовать бесконечно гладкую \exp -СФ

$$B_\infty(s) = \frac{e(s)}{e(s) + e(1-s)}, \quad (5)$$

$$e(s) = \begin{cases} \exp(-1/s), & s > 0, \\ 0, & s \leq 0 \end{cases} \in C^\infty(-\infty, \infty)$$

с $B_\infty(s) = 0$, $s \leq 0$ и $B_\infty(s) = 1$, $s \geq 1$. Следовательно, эта функция порождает смешивание, приводящее к бесконечно гладкому контуру закругления, и таким образом к крайне низкой паразитной дифракции в окрестности точки стыка.

Рассматриваемая задача дифракции в строгой формулировке была решена методом аналитической регуляризации [10–13], который подробно изложен для статических [14] и дифракционных задач на аксиально-симметричных закрытых [15] и открытых [16] экранах с краевым условием Дирихле. Этот метод эквивалентно сводит исходную краевую задачу к решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода в пространстве l_2 . Процедура усечения уравнения второго рода именно в l_2 дает численно устойчивое и эффективное решение исходной краевой задачи с практически любой наперед заданной точностью. В этих работах также был проведен всесторонний численный анализ поведения числа обусловленности от порядка усечения матрицы, частоты и геометрических параметров рассеивателя. Скорость сходимости решения оценивалась, в соответствии с [18], поведением ошибки решения по максимальной норме и относительной ошибкой, а также была проанализирована невязка граничного условия. Проведенные численные исследования свидетельствуют о высокой эффективности и устойчивости решения. Например (см. [14–16]), для сильно вытянутого открытого сфероида ($b/a = 0.05$, где a и b – полуоси) число обусловленности (ν) выходит на постоянное значение $\nu = 3.5$ при порядке усечения матрицы (N_t) около $N_t = 65$ при краевой задаче для уравнения Лапласа; а для открытого сфероида с $b/a = 0.15$ при дифракционной задаче число обусловленности выходит на постоянное значение при $N_t = 80$ на уровне $\nu < 100$ вне внутреннего резонанса незамкнутого экрана и на уровне $\nu = 1450$ в окрестности резонансной частоты.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Используем прежде всего параметры рефлектора, выбранные в [2] как результат “геометрической” оптимизации с \cos -СФ. Рассмотрим СЗК для параболоидного рефлектора с фокусным расстоянием $F = 24.40088\lambda$ и $a_e = 4.57517\lambda$, $b_e = 0.92257\lambda$, $\gamma_m = 2\pi/3$, $\chi_m = 10.55362\lambda$. В дальнейшем используются именно эти значения параметров, если не оговорено иное.

Приведенные численные результаты получены для рассматриваемых ниже длин волн при порядке усечения матрицы $N_t = 377$. При этом число обусловленности выходит на постоянное значение $\nu = 1380$ для $N_t > 100$. Относительная невязка краевого условия составляет порядка 10^{-6} . Поведение числа обусловленности и ошибок вычислений как функций от порядка усечения матрицы и частоты качественно совпадают с соответствующими зависимостями, полученными в [14–16].

Рефлектор с фиксированной параболоидной частью

Пусть размер параболоидной части рефлектора фиксирован и равен $2r_j = 30.50110\lambda$. Характерные профили рефлекторов с закругленными краями, заданными (2)–(5), приведены на рис. 2. Представлены случаи закругления края с помощью (а) части эллипса, (б) смешивания окружности и параболы с использованием \exp -СФ, (в) СЗК, оптимизированного в [2] с использованием \cos -СФ, и (г) СЗК, полученного с использованием \exp -СФ.

Модули распределения поверхностной плотности для рефлекторов с этими закруглениями показаны на рис. 3. Распределение для эллиптически закругленного края имеет пусть слабую, но сингулярность в окрестности точки стыка, поскольку только первая производная параметризации контура непрерывна в этой точке. Распределение плотности для СЗК, полученного смешиванием дуги окружности и параболы с использованием \exp -СФ, демонстрирует более ярко выраженный всплеск, несмотря на наличие производных высших порядков. Это объясняется достаточно быстрым отклонением закругления ребра от параболы в случае использования окружности при смешивании (рис. 2). Такая особенность в распределении плотности порождает значительную волнистость поля вдоль апертуры рефлектора (рис. 4). Всплески поверхностной плотности, ответственные за сингулярности на кромке экранов ($\tau = \tau_0$), будучи на теневой стороне рефлектора, не оказывают значимое влияние на формирование поля в ТЗ.

Монотонное и гладкое поведение распределений поверхностных плотностей вдоль рефлектора наблюдается для случаев СЗК, полученных

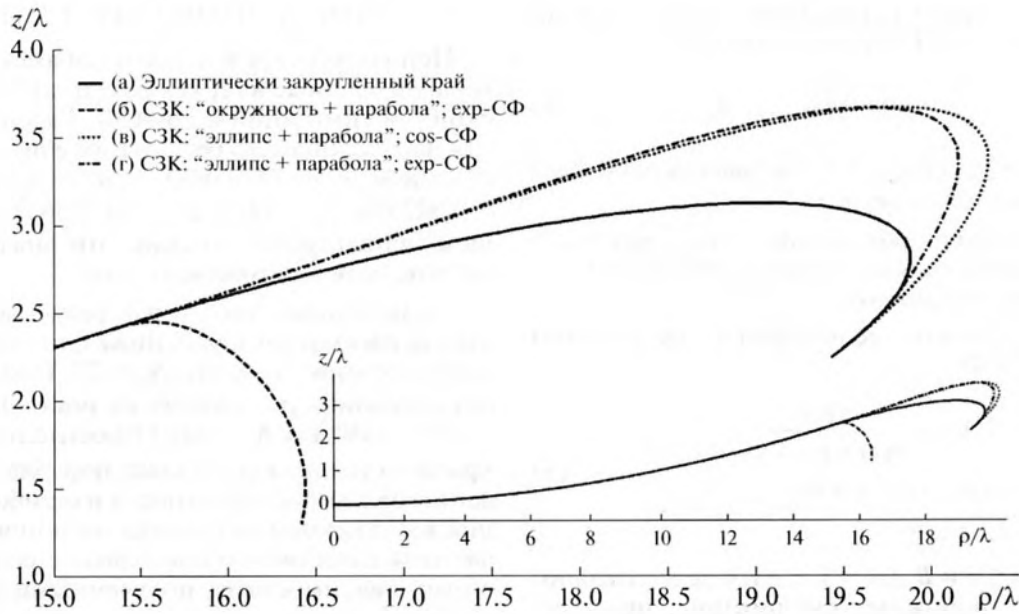


Рис. 2. Профили рефлекторов: (а) $B(\tau) = 1$; (б) $a_e = b_e = 0.92257\lambda$, $\chi_m = 0.92257\lambda$, $B(\tau) = B_\infty(\tau)$; (в) $B(\tau) = B_1(\tau)$; (г) $B(\tau) = B_\infty(\tau)$.

смешиванием эллипса и параболы с использованием как \cos -СФ, так и \exp -СФ (рис. 3). Такое поведение поверхностной плотности продуцирует гладкое распределение поля вдоль рефлектора (рис. 4).

Продольное и поперечное распределения поля в ТЗ представлены на рис. 5, где отчетливо проявляется влияние распределения поверхностной плотности на формирование поля.

Рефлектор с фиксированным размером апертуры

Для оценки качества функционирования КП мы будем использовать нормированное стандартное отклонение поля в ТЗ от плоской волны:

$$\hat{\sigma}_{std} = \frac{1}{|\bar{u}|} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N |u(r_n) - \bar{u}|^2}, \quad (6)$$

$$u(r_n) = U(r_n) \exp(-i2\pi r_n/\lambda),$$

где \bar{u} определяет среднее значение от величин $u(r_n)$, вычисленных в точках $r_n \in \text{ТЗ}$, $n = 1, \dots, N$. Пусть точки r_n равномерно распределены вдоль контура, размещенного в пределах ТЗ, как показано на рис. 6. Размер ТЗ обычно соизмерим с величиной рефлектора.

Пусть апертура рефлектора H фиксирована и равна 40.668λ . Положение точки сопряжения определяется значениями других параметров.

Нормированное стандартное отклонение $\hat{\sigma}_{std}$ как функция от большой полуоси эллипса a_e показано на рис. 7 для \cos - и \exp -СФ. Так как

остальные параметры рефлектора были получены “геометрической” оптимизацией с \cos -СФ, дизайн с \cos -СФ обладает меньшим отклонением, чем неоптимизированный дизайн с \exp -СФ. Отметим, что в соответствии со строгим решением задачи дифракции минимум $\hat{\sigma}_{std}$ достигается при $a_e = 4.067\lambda$, в отличие от вычисленного в [2] $a_e = 4.57\lambda$.

Качество функционирования КП для частоты $f_1 = \nu_0/\lambda$ и для удвоенной частоты ($f_2 = 2f_1$) иллюстрируется на рис. 8 на примере зависимости $\hat{\sigma}_{std}$ от большой полуоси эллипса a_e для \exp -СФ. При более высоких частотах вклад дифракционных явлений менее существенен, а параметры СЗК,

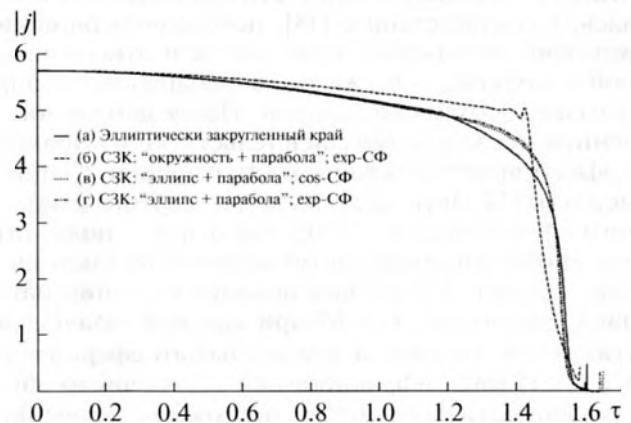


Рис. 3. Модуль распределения поверхностной плотности вдоль рефлектора.

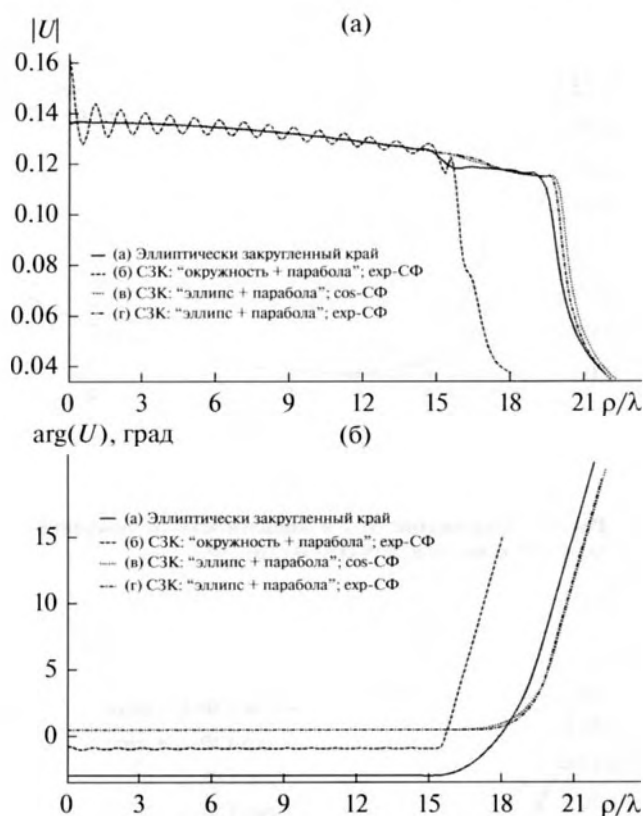


Рис. 4. Распределение поля вдоль апертуры рефлектора при $z = 1.005 \max(z(\tau))$: (а) модуль и (б) фаза поля.

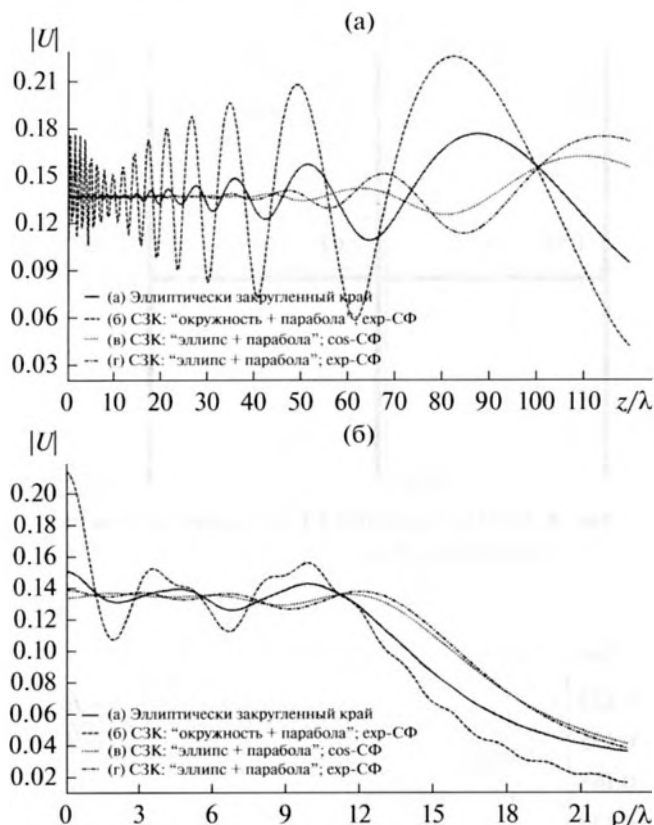


Рис. 5. (а) Продольное ($\rho = 0$) и (б) поперечное ($z = 2F$) распределения поля.

определяющие удовлетворительную работу КП, могут быть определены в более широком диапазоне. При удвоенной частоте диапазон величин a_e для приемлемой работы КП шире, а значения отклонения $\hat{\sigma}_{std}$ меньше (рис. 8).

Соотношение между эллиптической и параболической частями, используемыми в смешивании (2), существенно определяет отклонение закругленного края от параболы в начале закругления. Поведение КП, спроектированного при равной длине эллиптического (l_e) и параболического (l_p) контуров, представлено на рис. 9 вместе с поведением КП при постоянной длине параболического контура, соответствующей $\chi_m = 10.55362\lambda$. Отклонение $\hat{\sigma}_{std}$ возрастает по мере увеличения отличия закругления края рефлектора от формы, оптимизированной в [2].

Семейства кривых отклонения $\hat{\sigma}_{std}$ в зависимости от a_e для различных величин малой полуоси эллипса b_e представлены на рис. 10. Вариация b_e от величины, оптимизированной в [2], вызывает увеличение отклонения $\hat{\sigma}_{std}$ (рис. 10а). Рис. 10б показывает увеличение $\hat{\sigma}_{std}$ с ростом параметра b_e

в случае закругленного края, полученного с помощью exp-CФ при равной длине эллиптического и параболического контуров, участвующих в смешивании.

Оптимизация рефлектора

Для уменьшения отклонения поля от плоской волны в ТЗ была рассмотрена задача минимизации для нормированного стандартного отклонения $\hat{\sigma}_{std}$. Целевая функция (6) для этой задачи оптимизации была выбрана как функция трех переменных (a_e, b_e, χ_m), определяющих СЗК, с фиксированным параметром $\gamma_m = 2\pi/3$. Целевая функция была определена на контуре в пределах ТЗ (рис. 6).

Параметры рефлектора выбираются так, чтобы удовлетворить конструктивное ограничение на максимальный размер апертуры рефлектора. Как следует из общих физических рассуждений и подтверждается численными экспериментами, рефлектор с наибольшим размером апертуры является наилучшим для поставленной задачи оптимизации. Следовательно, задача оптимизации с ограничением в виде неравенства может быть заменена аналогичной задачей с равенством, при

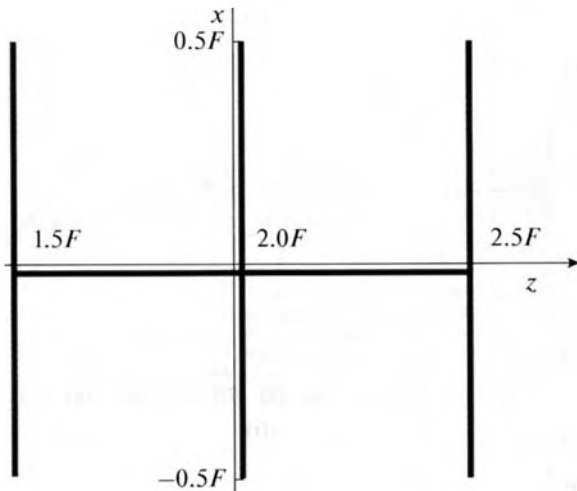


Рис. 6. Контур в пределах ТЗ, вдоль которого вычисляется отклонение $\hat{\sigma}_{\text{std}}$.

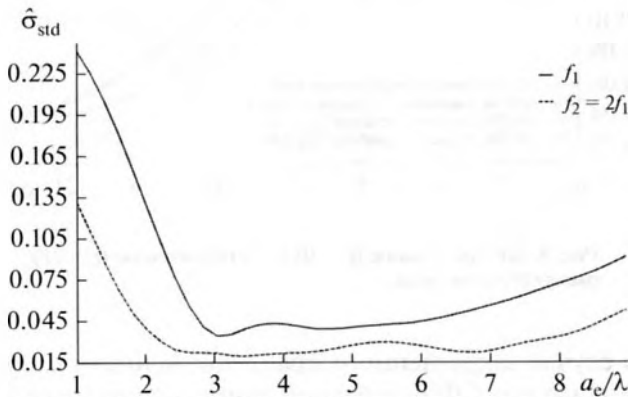


Рис. 8. Отклонение $\hat{\sigma}_{\text{std}}$ в зависимости от большой полуоси эллипса a_e для различных частот и exp-СФ, λ соответствует удвоенной частоте.

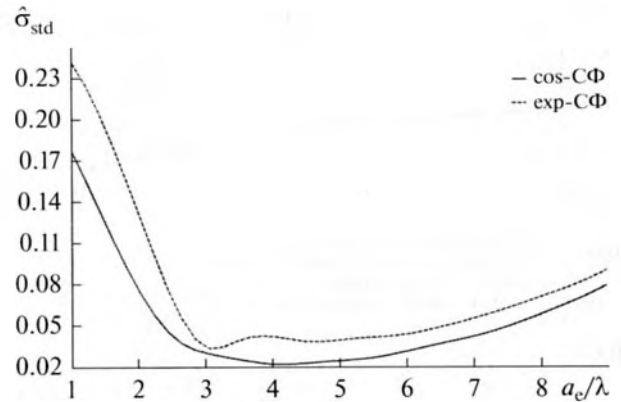


Рис. 7. Отклонение $\hat{\sigma}_{\text{std}}$ в зависимости от большой полуоси эллипса a_e для cos- и exp-СФ.

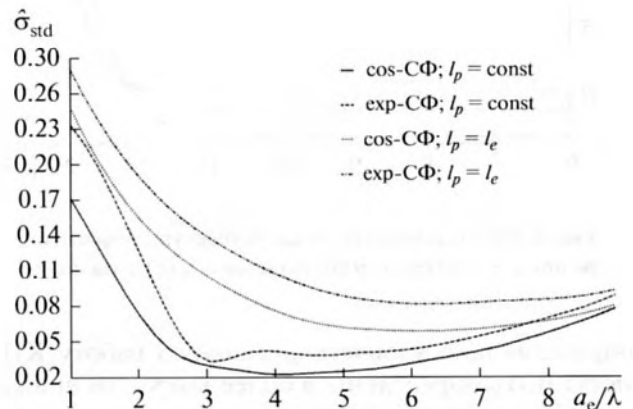


Рис. 9. Отклонение $\hat{\sigma}_{\text{std}}$ в зависимости от большой полуоси эллипса a_e .

этом положение точки сопряжения меняется в процессе оптимизации. Соответственно, ниже приведены численные результаты для максимального разрешенного размера апертуры. Поставленная задача минимизации была решена симплекс-методом [19].

Для рефлектора с фокусным расстоянием 24.40088λ , размером апертуры 40.668λ и exp-СФ минимум отклонения $\hat{\sigma}_{\text{std}}$ составляет 0.02073 и достигается при $a_e = 5.81718\lambda$, $b_e = 0.97456\lambda$, $\chi_m = 15.95308\lambda$, и $\gamma_m = 2\pi/3$. Рисунок 11 демонстрирует поведение распределения поля в пределах ТЗ для оптимизированных параметров.

ВЫВОДЫ

Аксиально-симметричные рефлекторы для компактного полигона со смешанно-закруглен-

ными краями были построены с помощью смешивающих функций и исследованы в строгой постановке задачи дифракции. Аналитическая регуляризация была применена к соответствующей задаче дифракции. Это позволило получить решение в форме бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода. Такая система предоставляет математически строгое и численно эффективное решение, обладающее практически любой наперед заданной точностью.

Поверхностная плотность распределения, поле вдоль апертуры рефлектора и ближнее поле были вычислены и проанализированы для различных типов и параметров смешанно-закругленных краев.

Было показано, что всплески поверхностной плотности распределения в окрестности соединения параболоида и ребра, как и резкая крутизна в

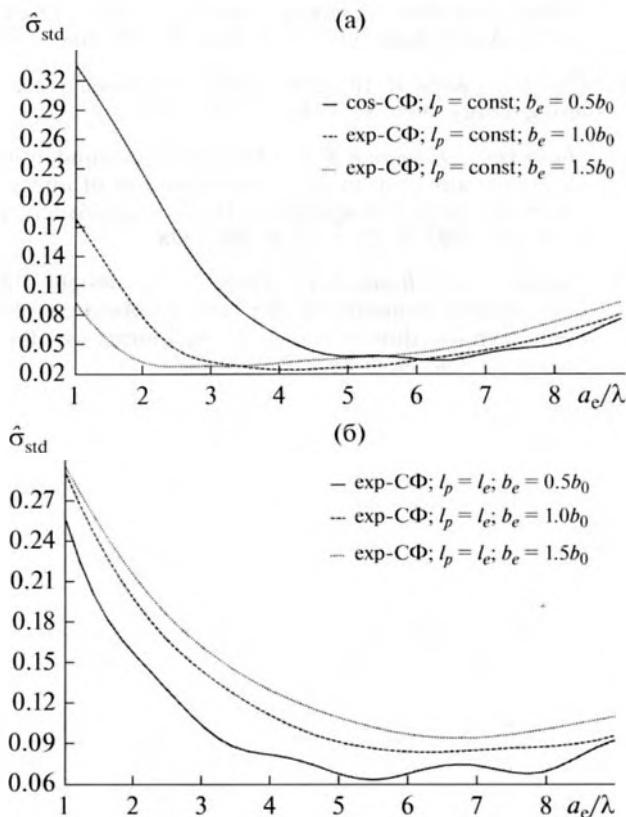


Рис. 10. Отклонение $\hat{\sigma}_{std}$ как функция от a_e для различных b_e : (а) cos-СФ при $l_p = \text{const}$; (б) exp-СФ при $l_p = l_e$ ($b_0 = 0.92257\lambda$).

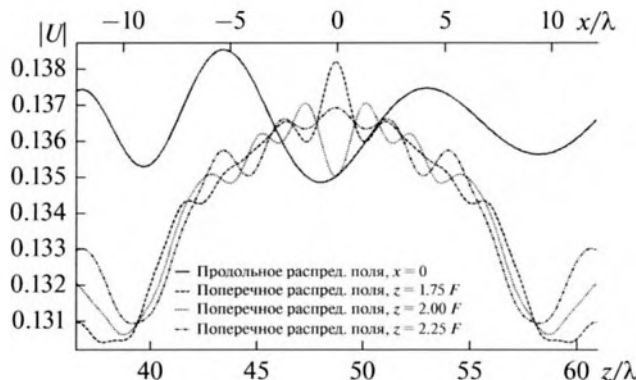


Рис. 11. Продольное и поперечное распределения поля в ТЗ.

поведении распределения, будут разрушать плоскую волну в тестовой зоне. Только при монотонной и гладкой поверхностной плотности распределения возможно формирование достаточно протяженной тестовой зоны. Для этого размеры закругленных краев должны быть около трети от размера апертуры параболоида, а отклонение закругленного края от параболоида должно быть

медленным, особенно в окрестности стыка. Для получения бесконечно гладкого контура на стыке нами была использована специальная смешивающая функция.

В строгой постановке краевой задачи дифракции было осуществлено моделирование оптимального закругления ребра рефлектора посредством минимизации отклонения от плоской волны. Достигнутое значение нормированного стандартного отклонения составляет менее чем 0.021.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gupta I.J., Burnside W.D.* Compact range measurement systems for electrically small test zones // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1991. V. 39. № 5. P. 632–638.
2. *Gupta I.J., Erickson K.P., Burnside W.D.* A Method to design blended rolled edges for compact range reflectors // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1990. V. 38. № 6. P. 853–861.
3. *Lee T.-H., Burnside W.D.* Performance trade-off between serrated edge and blended rolled edge compact range reflectors // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1996. V. 44. № 1. P. 87–96.
4. *Shields M.W., Fenn A.J.* A new compact range facility for antenna and radar target measurements // Lincoln Laboratory Journal. 2007. V. 16. № 2. P. 381–391.
5. *Anioutine A.P., Kyurkchan A.G., Minaev S.A.* About a universal modification to the method of discrete sources and its application // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2003. V. 79–80. P. 509–520.
6. *Kyurkchan A.G., Manenkov S.A., Negorozhina E.S.* Analysis of electromagnetic field diffraction by bodies of revolution with the use of the modified method of discrete sources // J. Comm. Technol. Electron. 2006. V. 51. № 11. P. 1209–1217.
7. *Маненков С.А.* Новая версия модифицированного метода дискретных источников применительно к задаче дифракции на теле вращения // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 2. С. 129–136.
8. *Алероева Х.Т., Кюркчан А.Г., Маненков С.А.* Рассеяние поля точечного источника на осесимметричном экране с переменным импедансом // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 1. С. 13–20.
9. *Андронов И.В.* Расчет дифракции на сильно вытянутых телах вращения // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 28–35.
10. *Poyedinchuk A.Ye., Tuchkin Yu.A., Shestopalov V.P.* New numerical-analytical methods in diffraction theory // Mathematical and Computer Modeling. 2000. V. 32. № 9. P. 1026–1046.
11. *Шестопалов В.П., Тучкин Ю.А., Поединчук А.Е., Сиренко Ю.К.* Новые методы решения прямых и обратных задач теории дифракции. Аналитическая регуляризация краевых задач электродинамики. Харьков: Основа, 1997. 285 с.
12. *Panin S.B., Turetken B., Poyedinchuk A.Y., Tuchkin Y.A.* Diffraction from a grating on a chiral medium: application of analytical regularization method // Progress in Electromagnetics Research B. 2014. V. 59. P. 19–29.

13. *Tuchkin Yu.A.* Analytical regularization method for wave diffraction by bowl-shaped screen of revolution. In: *Ultra-Wideband, Short-Pulse Electromagnetics 5*, ed. by Smith P.D., Cloude S.R. New York: Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2002. P. 153–157.
14. *Panin S.B., Smith P.D., Vinogradova E.D., Tuchkin Yu.A., Vinogradov S.S.* Regularization of the Dirichlet problem for Laplace's equation: Surfaces of revolution // *Electromagnetics*. 2009. V. 29. № 1. P. 53–76.
15. *Panin S.B., Smith P.D., Vinogradova E.D., Tuchkin Yu.A., Vinogradov S.S.* Diffraction from arbitrary shaped bodies of revolution: Analytical regularization // *J. Engineering Mathematics*. 2009. V. 65. № 2. P. 125–141.
16. *Panin S.B., Smith P.D., Vinogradova E.D., Tuchkin Yu.A., Vinogradov S.S.* Analytical regularization of the Dirichlet diffraction problem for screens of revolution // *Int. Electr. J. Pure Appl. Math.* 2011. V. 3. № 4. P. 289–308.
17. *Colton D., Kress R.* Integral equation methods in scattering theory. New York: Wiley, 1983. 272 p.
18. *Hsiao G.C., Kleinman R.E.* Mathematical foundations for error estimation in numerical solutions of integral equations in electromagnetics // *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 1997. V. 45. № 3. P. 316–328.
19. *Lagarias J.C., Reeds J.A., Wright M.H., Wright P.E.* Convergence properties of the Nelder–Mead simplex method in low dimensions // *SIAM Journal on Optimization*. 1998. V. 9. № 1. P. 112–147.