

УДК 534.21

ОБ ИЗМЕРЕНИИ УГЛОВ ПРИХОДА АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ
С ПОМОЩЬЮ ВЕРТИКАЛЬНОЙ АНТЕННЫ

© 2017 г. Д. В. Макаров

*Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН**690041 Владивосток, ул. Балтийская 43**e-mail: makarov@poi.dvo.ru*

Поступила в редакцию 22.11.2016 г.

Рассматривается недавно разработанный метод анализа угловой структуры импульсных акустических полей в подводном звуковом канале. В основе метода лежит преобразование Хусими, позволяющее приближенно установить связь между волновым полем и соответствующими лучевыми приходами. Преимуществом данного метода является возможность его практической реализации с помощью гирлянды гидрофонов, перекрывающей лишь малую часть океанической толщи. Целью представленной работы является отыскание оптимальных характеристик такой гирлянды, обеспечивающих одновременно и хорошее угловое разрешение, и достаточную надежность самого алгоритма расчета углов прихода. Рассмотрены случаи широкополосных импульсов с центральными частотами 80 и 240 Гц. Показано, что антенна длиной несколько сотен метров обеспечивает измерение углового спектра с неопределенностью менее 1 градуса. С ростом длины звуковой волны угловая разрешимость снижается, что связано с фундаментальными ограничениями, накладываемыми соотношением неопределенностей.

Ключевые слова: акустическая антенна, подводный звуковой канал, акустический импульс, преобразование Хусими, лучевое приближение.

DOI: 10.7868/S0320791917060107

ВВЕДЕНИЕ

Эффективный анализ акустических полей в океане с помощью относительно компактных приемных антенн является достаточно актуальной задачей в подводной акустике. Например, в последнее время немалое внимание уделяется акустической томографии с помощью одиночного гидрофона [1–4]. В случае глубокого океана потребность в эффективных компактных антеннах стоит еще более остро из-за технических сложностей, возникающих при использовании протяженных гирлянд гидрофонов. Здесь достаточно напомнить об известных экспериментах АТОС [5, 6] и АСТ [7], в ходе которых части гирлянд были утеряны.

Для гидроакустической томографии сокращение длины гирлянды гидрофонов приводит к уменьшению количества извлекаемой информации. Эта недостача может существенно увеличить неопределенность в реконструкции среды. Однако ее можно частично компенсировать с помощью анализа углового спектра [8, 9], сопровождая его лучевой интерпретацией полученных результатов. Один из возможных путей анализа углового спектра — это использование калиброванных векторных приемников, измеряющих колеба-

тельную скорость волны или градиент акустического давления [10]. С помощью таких измерений мы можем найти вектор потока акустической энергии, оценить угол прихода и сравнить результат с лучевыми оценками [11]. Однако здесь возникают трудности как технического, так и фундаментального характера. Последние связаны с ограничением, которое накладывается соотношением неопределенностей [12]:

$$\Delta z \Delta k_z \geq \frac{1}{2}, \quad (1)$$

где Δz и Δk_z — размер по глубине и разброс по вертикальным волновым числам для волнового пакета, который можно привести в соответствие некоторому лучу. Выражение (1) является математическим аналогом соотношения Гейзенберга в квантовой механике. Это ограничение имеет фундаментальный характер и не связано с отклонением условий приема сигнала от идеальных. Оно отражает тот факт, что любой пространственно локализованный волновой пакет является суперпозицией плоских волн с определенным разбросом по волновым числам и, соответственно, углам распространения. Таким образом, корректный расчет углового спектра должен быть не локальным в пространстве. Даже если мы имеем

возможность измерить с высокой точностью локальный вектор потока акустической энергии, попытка связать результат такого измерения с некоторой лучевой траекторией может привести к неверному определению пути распространения сигнала, если соотношение (1) не выполняется. В действительности мы можем несколько понизить угловую неопределенность, имея в наличии некоторую изначальную информацию о геометрической структуре волнового фронта. Однако надежность такой информации является сомнительной даже при сравнительно малых расстояниях между источником и приемником. В случае же дальнего распространения звука достоверная информация о форме волнового фронта практически отсутствует.

Помимо этого, возникают трудности, вызванные сложностью лучевых расчетов для дальнего распространения звука. Они связаны с рассеянием лучей на случайных неоднородностях поля скорости звука, в частности, вызванных океаническими внутренними волнами [13, 14]. Возникающий из-за рассеяния лучевой хаос делает бессмысленным поиск отдельных лучей, соединяющих источник и приемник, поскольку траектории этих лучей являются неустойчивыми к сколь угодно малым отклонениям в положении источника и/или приемника [15]. Более того, абсолютно точное решение этой задачи в условиях достаточно сильного хаоса является, строго говоря, практически невозможным [14]. В случае низкочастотного звука влияние лучевого хаоса ослаблено [16, 17], однако возрастает вклад дифракции, которая не учитывается в рамках лучевого приближения.

Альтернативный подход предполагает оценку угла прихода луча с помощью антенны, состоящей из обычных ненаправленных гидрофонов. Метод измерения угла прихода с помощью буксируемой горизонтальной антенны представлен в работе [18]. В настоящей работе мы рассматриваем метод анализа углов прихода с помощью вертикальной антенны, впервые предложенный в работах [19, 20]. Алгоритм расчета углов прихода основан на проецировании волнового поля на лучевое фазовое пространство, тем самым связывая интерференционную структуру с соответствующей геометрией распространения. Действительно, одна из координат в лучевом фазовом пространстве, обобщенный импульс, напрямую связана с углом скольжения луча χ формулой

$$p = n \sin \chi, \quad (2)$$

где n — показатель преломления для акустических волн. Для проецирования может быть использована функция Вигнера [21] или ее сглаженные аналоги [22]. Однако функция Вигнера определена только для тональных звуковых полей и не применяется по отношению к импульсным сиг-

налам. Эта трудность разрешена в работах [19, 20], где найдено обобщение функции Вигнера на случай многочастотных сигналов.

Настоящая работа является продолжением работ [19, 20]. Здесь мы задаемся целью найти некие оптимальные характеристики приемной антенны, соответствующие разумному балансу между угловым разрешением и технической простотой. В данной работе мы ограничиваемся анализом только гирлянд с эквидистантным расположением гидрофонов, поэтому в качестве характеристик выступают длина антенны и расстояние между соседними гидрофонами.

Статья построена следующим образом. В следующем параграфе описывается функция Хусими, являющаяся частным случаем сглаженной функции Вигнера и играющая ключевую роль в алгоритме анализа угловой структуры акустических импульсов. Затем рассматривается пример применения функции Хусими для модели подводного звукового канала в Японском море. В заключении приводятся основные результаты работы и обсуждаются пути дальнейшего развития рассмотренного здесь подхода.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ХУСИМИ ДЛЯ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА

В малоугловом приближении, которое традиционно привлекается для описания дальнего распространения звука, акустическое поле описывается стандартным параболическим уравнением, которое может быть записано в операторной форме [23]:

$$\frac{i}{k_0} \frac{\partial \Psi}{\partial r} = \hat{H} \Psi, \quad (3)$$

где r — горизонтальная координата, $k_0 = 2\pi f/c_0$, f — частота сигнала, c_0 — референтное значение скорости звука, \hat{H} — оператор Гамильтона, определяемый как

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2} + V(z, r), \quad (4)$$

где

$$\hat{p} = -\frac{i}{k_0} \frac{\partial}{\partial z}, \quad V(z, r) = \frac{c(z, r)}{c_0} - 1,$$

z — глубина. Волновая функция Ψ связана с акустическим давлением u с помощью формулы $u = \Psi \exp(ik_0 r) / \sqrt{k_0 r}$.

Операторное представление параболического уравнения делает очевидной математическую эквивалентность между однонаправленным распространением звуковых волн и движением квантовой частицы. Действительно, параболическое уравнение формально совпадает с уравнени-

ем Шредингера. В этом смысле горизонтальная координата r играет роль времени, \hat{p} действует как оператор импульса, а V – потенциальная энергия.

В коротковолновом пределе оператор \hat{H} преобразуется в классический лучевой гамильтониан H , который получается путем замены в (4) оператора \hat{p} на обобщенный импульс p , определяемый формулой (2). Соответствующие уравнения Гамильтона определяют траектории лучей:

$$\frac{dz}{dr} = \frac{\partial H}{\partial p} = p, \quad \frac{dp}{dr} = -\frac{\partial H}{\partial z}. \quad (5)$$

Как следует из (5), в малоугловом приближении формула (2) упрощается:

$$p = \operatorname{tg} \chi. \quad (6)$$

Соответствие между волновым полем и лучами может быть установлено с помощью преобразования Вигнера [24]:

$$W(p, z, k_0) = \frac{k_0}{2\pi A} \int d\zeta \Psi(z - \zeta/2, k_0) \Psi^*(z + \zeta/2, k_0) e^{ik_0 p \zeta}, \quad (7)$$

где A – норма волновой функции, определяемая как

$$A = \int |\Psi(z)|^2 dz. \quad (8)$$

Функцию Вигнера W можно рассматривать как плотность квазивероятности в пространстве лучевых переменных z и p . Это значит, что значение некоторой величины $G = G(p, z)$, соответствующее некоторому вертикальному срезу акустического поля Ψ , может быть рассчитано как

$$\langle G \rangle = \iint G(p, z) W(p, z) dz dp. \quad (9)$$

Приставка “квази” вытекает из того факта, что функция Вигнера может принимать отрицательные значения. В лучевом пределе $k_0 \rightarrow \infty$ функция Вигнера обращается в положительно определенную плотность лучей в фазовом пространстве. Применяя преобразование (7), мы можем рассчитать угловой спектр, проецируя волновое поле на лучевое фазовое пространство. Однако анализ функции Вигнера несколько затрудняется наличием быстрых осцилляций, обусловленных интерференцией. По этой причине для решения практических задач более удобно использовать сглаженную функцию Вигнера [22, 25]:

$$W_{sm}(p, z, k_0) = \frac{1}{2\pi} \int dz' dp' \times \exp \left[-\frac{(z - z')^2}{2\Delta_z^2} - \frac{(p - p')^2}{2\Delta_p^2} \right] W(z', p'). \quad (10)$$

При определении масштабов сглаживания нам необходимо учитывать ограничения, устанавливаемые соотношением неопределенностей (1). В малоугловом приближении оно может быть переформулировано как

$$\Delta_z \Delta_p \geq \frac{1}{2k_0}. \quad (11)$$

Случай наименьшей неопределенности

$$\Delta_z \Delta_p = \frac{1}{2k_0} \quad (12)$$

соответствует так называемой функции (или преобразованию) Хусими:

$$W_H(p, z, k_0) = |Y(p, z, k_0)|^2, \quad (13)$$

где $Y(p, z, k_0)$ – это свертка акустического поля с гауссовым волновым пакетом, распространяющимся под углом $\chi = \operatorname{arctg} p$ к оси волновода, т.е.

$$Y(p, z, k_0) = (2\pi \Delta_z^2 A^2)^{-1/4} \int \Psi^*(z', k_0) \times \exp \left[ik_0 p (z' - z) - \frac{(z' - z)^2}{4\Delta_z^2} \right] dz'. \quad (14)$$

Если мы имеем вертикальную антенну с эквидистантным расположением гидрофонов на глубинах $z = z_1, z_2, \dots, z_N$, где

$$z_n = z_1 + (n - 1)d, \quad (15)$$

тогда формула (14) приобретает вид

$$Y(p, z, k_0) = (2\pi \Delta_z^2 A_{discr}^2)^{-1/4} \times \sum_n \Psi^*(z_n, k_0) \exp \left[ik_0 p (z_n - z) - \frac{(z_n - z)^2}{4\Delta_z^2} \right], \quad (16)$$

$$A_{discr} = \sum_{n=1}^N |\Psi(z_n)|^2.$$

Функция Хусими уже использовалась в контексте распространения звука в океане в работах [26–29]. Поскольку она является по определению неотрицательной, она может рассматриваться как некоторое приближение для плотности лучей в фазовом пространстве. Например, с ее помощью можно вычислить энтропию волнового поля [30]. Распределение нулей функции Хусими может быть использовано для оценки проявлений динамического хаоса [28, 29, 31].

Функции Вигнера и Хусими обеспечивают лучевую интерпретацию акустических полей, создаваемых тональными сигналами. Однако в

акустических экспериментах, как правило, используются широкополосные импульсные сигналы. В этом случае расчет углового спектра можно провести с помощью фурье-образа функции $Y(p, z, k_0)$:

$$\tilde{Y}(p, z, t) = \int S(f)Y(p, z, k_0)e^{i(k_0 R - 2\pi f t)} df, \quad (17)$$

где $S(f)$ – временной спектр сигнала, R – расстояние от источника. Таким образом, мы получаем функцию Хусими для импульсного сигнала:

$$\tilde{W}_H(p, z, t) = |\tilde{Y}(p, z, t)|^2. \quad (18)$$

Формула (18) описывает угловую структуру акустических импульсов, попадающих в момент времени t в окрестность точки с глубиной z . Величина этой окрестности определяется параметром Δ_z и задает угловую неопределенность согласно формуле (12). Ниже мы будем называть значение глубины, для которой рассчитывается функция Хусими, *опорной глубиной*.

Из общих соображений следует, что для достаточно точного вычисления углового спектра с помощью преобразования (18) необходимо, чтобы расстояние между гидрофонами d было значительно меньше вертикальной длины акустической волны. Это требование можно сформулировать следующим образом:

$$d \ll \frac{2\pi}{k_{\max} p_{\max}}, \quad (19)$$

где k_{\max} и p_{\max} – максимальные значения волнового числа и тангенса угла скольжения в распространяющемся акустическом импульсе. В глубоком океане характерные значения p_{\max} составляют порядка 0.2–0.3. Таким образом, для низкочастотных импульсов с верхней границей частотного интервала 100 Гц неравенство (19) можно переписать как $d \ll 100$ м, что является сравнительно легко выполнимым требованием. При более высоких частотах критерий (19) может существенно ограничивать возможности измерения углового спектра. Для проведения натуральных экспериментов очень важно знать достаточно точно границу, устанавливаемую (19). Решение этой задачи является одной из целей представленной работы. Другой, возможно, даже более важной задачей, является оценка ограничений, связанных с длиной приемной антенны и соотношением неопределенностей (12). Действительно, преобразование (18) основано на свертке с гауссовым пакетом, достаточно хорошо локализованным по глубине. Поэтому, если мы поставим цель вычислить угловой спектр в окрестности некоторого значения опорной глубины $z = Z$, нам будет достаточно антенны длиной $6\Delta_z$, т.е. занимающей интервал глубин от $Z - 3\Delta_z$ до $Z + 3\Delta_z$, это

позволит достаточно точно воссоздать функцию Хусими. Вместе с тем, если мы хотим существенно снизить угловую неопределенность, величина Δ_z должна быть достаточно большой. Соответственно, антенна может оказаться слишком длинной. В связи с этим резонно возникает вопрос: насколько корректно будет работать алгоритм, если антенна будет короче? Для ответа на этот вопрос целесообразно ввести меру соответствия между результатами измерений угловой структуры, полученными с помощью некоторой “идеальной” антенны и ее “укороченного” аналога. В качестве такой меры можно ввести функцию воспроизводимости [16]

$$F = \frac{\left| \int dt \int dp \tilde{Y}_0(p, t) \tilde{Y}_\Delta^*(p, t) \right|^2}{\left(\int dt \int dp |\tilde{Y}_0(p, t)|^2 \right) \left(\int dt \int dp |\tilde{Y}_\Delta(p, t)|^2 \right)}, \quad (20)$$

где $\tilde{Y}_0(p, t)$ – точная функция $\tilde{Y}(p, t)$, а $\tilde{Y}_\Delta(p, t)$ – функция $\tilde{Y}(p, t)$, полученная с помощью тем или иным образом упрощенной антенны.

Следует принять во внимание, что амплитуда функции $\tilde{Y}(p, t)$, как правило, очень быстро нарастает с увеличением времени прихода, достигая максимума в финальной части. Это означает, что значение воспроизводимости главным образом определяется приосевыми приходами, формирующими финальную часть. Поскольку более ранние приходы тоже несут информацию о состоянии океанической среды, целесообразно преобразовать функцию $\tilde{Y}(p, t)$ следующим образом:

$$\Upsilon(p, t) = \frac{\tilde{Y}(p, t)}{\rho(t)}, \quad \rho(t) = \int \tilde{Y}(p, t) \tilde{Y}^*(p, t) dp. \quad (21)$$

Воспроизводимость функции $\Upsilon(p, t)$

$$F = \frac{\left| \int dt \int dp \Upsilon_0(p, t) \Upsilon_\Delta^*(p, t) \right|^2}{\left(\int dt \int dp |\Upsilon_0(p, t)|^2 \right) \left(\int dt \int dp |\Upsilon_\Delta(p, t)|^2 \right)} \quad (22)$$

в равной степени учитывает и сравнительно слабые ранние, и поздние приходы. Согласно определению (22), значение воспроизводимости равно 1, если идеальная $\Upsilon_0(p, t)$ и измеренная $\Upsilon_\Delta(p, t)$ функции совпадают, и уменьшается по мере нарастания различий между $\Upsilon_0(p, t)$ и $\Upsilon_\Delta(p, t)$, достигая минимального значения, равного 0, при полном отсутствии перекрытия между этими функциями.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В качестве примера рассмотрим глубоководный акустический волновод в Японском море, в

котором опорный профиль скорости звука описывается формулой [23, 32]

$$c_b(z) = \begin{cases} c_0 + c_1 e^{-z/B}, & z \leq z_0, \\ c_0 + c_1 e^{-z_0/B} + g(z - z_0), & z > z_0, \end{cases} \quad (23)$$

где $c_0 = 1455$ м/с, $c_1 = 70$ м/с, $z_0 = 200$ м – глубина оси подводного звукового канала, $B = 30$ м – глубина термоклина, $g = 0.017$ с⁻¹. Дно океана предполагается плоским и расположено на глубине 3 км. Верхняя часть опорного профиля скорости звука представлена на рис. 1. Отметим, что похожий профиль скорости звука был представлен в работе [33], посвященной распространению взрывных сигналов в Японском море.

В настоящей работе мы рассматриваем только один фактор горизонтальной изменчивости океана, связанный с внутренними волнами, порождающими случайные флуктуации скорости звука. Используемая нами здесь модель соответствующего поля флуктуаций подробно описана в работе [32]. Важность учета рассеяния звука на внутренних волнах связана с тем, что этот процесс сопровождается накачкой высоких мод волновода, тем самым изменяя угловой спектр поля. Вместе с тем проведенное нами дополнительное исследование показало, что рассеяние на внутренних волнах весьма незначительно влияет на зависимость воспроизводимости от параметров антенны, поэтому при проведении численного моделирования, результаты которого приведены ниже, функция Хусими усреднялась всего лишь по 10 реализациям поля внутренних волн.

При численном моделировании мы использовали импульсы следующего вида:

$$s(t) = s_0 \exp(-2\pi i f_0 t - 2\pi^2 \Delta f^2 t^2). \quad (24)$$

Спектр такого импульса имеет гауссову форму:

$$S(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta f}} \exp\left[-\frac{(f - f_0)^2}{2\Delta f^2}\right]. \quad (25)$$

В настоящей работе рассматривается два случая: $f_0 = 240$ Гц и $f_0 = 80$ Гц. В обоих случаях $\Delta f = f_0/2$. Начальный волновой пакет выбран в следующем виде:

$$\Psi_0(z) = \exp\left[-\frac{(z - z_s)^2}{4\sigma_z^2}\right], \quad (26)$$

где $z_s = 200$ м, $\sigma_z = 50$ м. Моделирование распространения акустических импульсов проводилось путем численного решения параболического уравнения. Горизонтальное расстояние приемной антенны от источника звука взято равным 350 км. При расчете воспроизводимости в качестве сигнала от “идеальной” антенны мы взяли акустическое поле во всей толще воды (т.е.

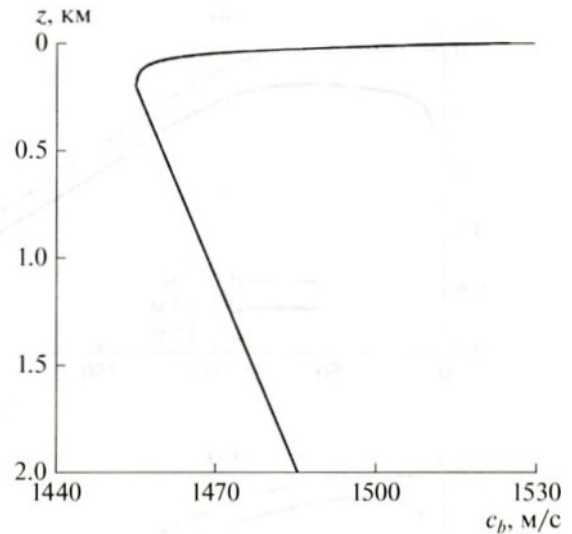


Рис. 1. Опорный профиль скорости звука в верхнем слое океана.

3000 метров), при этом шаг сетки значений по глубине был равен 1 м.

На рис. 2 представлена зависимость воспроизводимости от параметра функции Хусими Δ_z , который определяет угловую неопределенность согласно формуле (12). Во всех рассмотренных случаях антенна перекрывает верхний слой океана, т.е. ее верхняя точка находится вблизи поверхности воды. Рисунки 2а и 2б соответствуют антенне с самым нижним гидрофоном на глубине 400 метров (за исключением случаев $d = 15$ м и $d = 30$ м, когда самый нижний гидрофон расположен на глубине 390 метров). Угловой спектр рассчитывался в окрестности опорной глубины $z = 200$ м. Рисунки 2в и 2г соответствуют антенне с самым нижним гидрофоном на глубине 200 метров (в случаях $d = 15$ м и $d = 30$ м самый нижний гидрофон расположен на глубинах 195 и 180 метров соответственно). Угловой спектр для этой антенны рассчитывался в окрестности опорной глубины $z = 100$ м.

Прежде всего, обратим внимание на немонотонность функции $F(\Delta_z)$. Она возникает за счет областей малых значений Δ_z , где Δ_z имеет один порядок величины с расстоянием между гидрофонами d , т.е. антенна не может обеспечить точное воссоздание функции Хусими из-за недостаточной плотности измеряемых точек акустического поля. В рабочем диапазоне параметров, где $\Delta_z \gg d$, воспроизводимость монотонно убывает с ростом Δ_z .

Для определенности мы будем считать, что воссоздание функции Хусими является достаточно точным, если $F \geq 0.9$. Тем самым мы фикси-

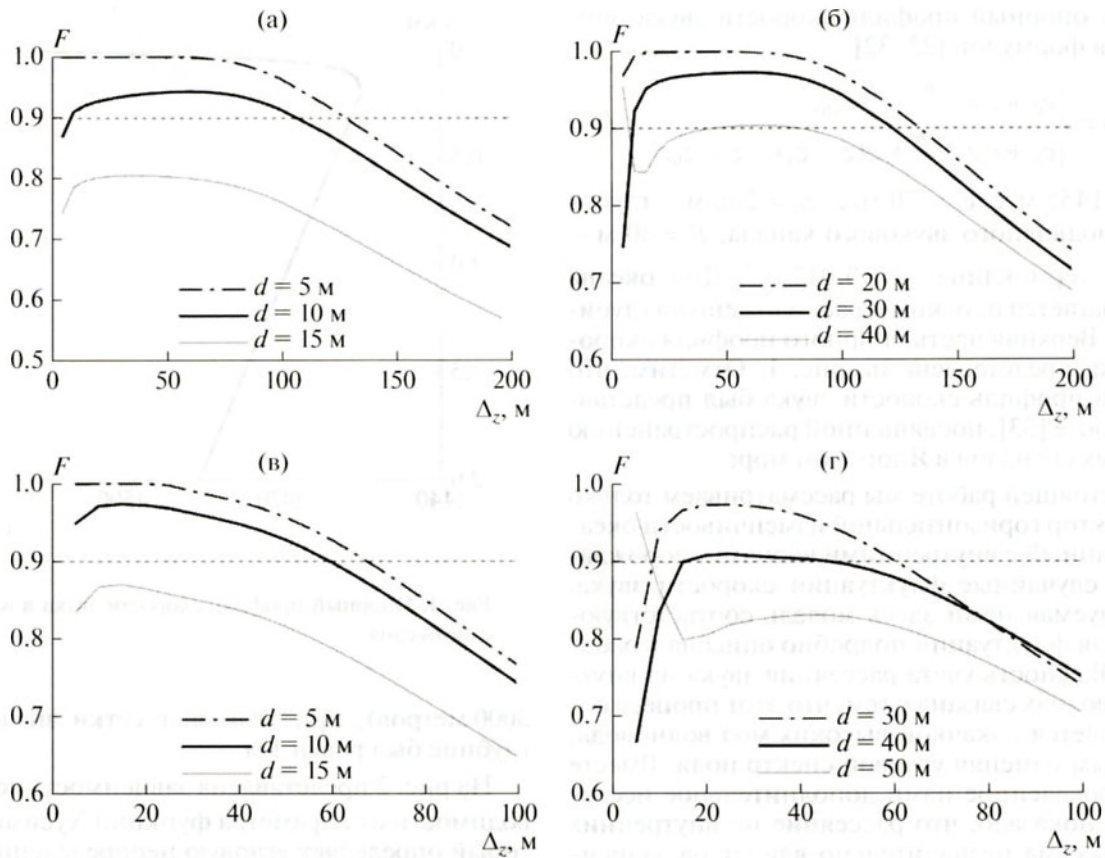


Рис. 2. Зависимость воспроизводимости F от параметра преобразования Хусими Δ_z . Панели (а) и (б) соответствуют 400-метровой антенне, панели (в) и (г) – 200-метровой антенне. Результаты для импульса с центральной частотой 240 Гц приведены на панелях (а) и (в), для импульса с центральной частотой 80 Гц – на панелях (б) и (г). Расстояния между соседними гидрофонами указаны на каждой панели внизу.

руем предел допустимой алгоритмической погрешности. Уровень $F = 0.9$ изображен на рисунках горизонтальной прерывистой линией. Таким образом, мы можем считать, что оптимальные значения параметров соответствуют точкам пересечения кривой $F(\Delta_z)$ с этой линией при условии, что $\Delta_z \gg d$.

На рисунках приведены кривые, соответствующие разным расстояниям между гидрофонами. Если мы рассматриваем импульс с центральной частотой 240 Гц и 400-метровую антенну, то увеличение d от 5 до 10 метров, т.е. уменьшение числа гидрофонов в два раза, достаточно мало меняет оптимальное значение Δ_z . В то же время при увеличении d до 15 метров кривая $F(\Delta_z)$ оказывается целиком ниже определенного нами уровня $F = 0.9$. Отсюда можно сделать вывод, что $d = 10$ м является близким к оптимальному значению, а соответствующее оптимальное значение Δ_z равно 105 м. Величину угловой неопределенности можно оценить, если воспользоваться формулой (12), положив в ней $k_0 = 2\pi f_0/c_0$, т.е. взяв волновое

число, соответствующее центральной частоте. При этом выражение для угловой неопределенности запишется как

$$\Delta\chi = \arctg \frac{1}{2k_0\Delta_z}. \quad (27)$$

Вычисленная таким образом угловая неопределенность равна 0.26° . И действительно, как видно по рис. 3а и 3б, в этом случае разрешимость отдельных приходов по углу является достаточно хорошей. Проведя сравнение с лучевыми расчетами, мы можем найти углы выхода, соответствующие наиболее заметным приходам на рис. 3а и 3б. Так, например, три наиболее ранние пары приходов приблизительно соответствуют углам выхода $\pm 9.7^\circ$, $\pm 8.8^\circ$ и $\pm 8.0^\circ$. Последние различимые приходы соответствуют углам выхода около ± 3 градусов, более поздние приходы сильно сливаются между собой. Если сравнить рис. 3а и 3б, можно отметить, что алгоритмическая погрешность приводит к появлению мнимых приходов под большими углами в наиболее поздней части принимаемого сигнала (в окрестности времени прихода

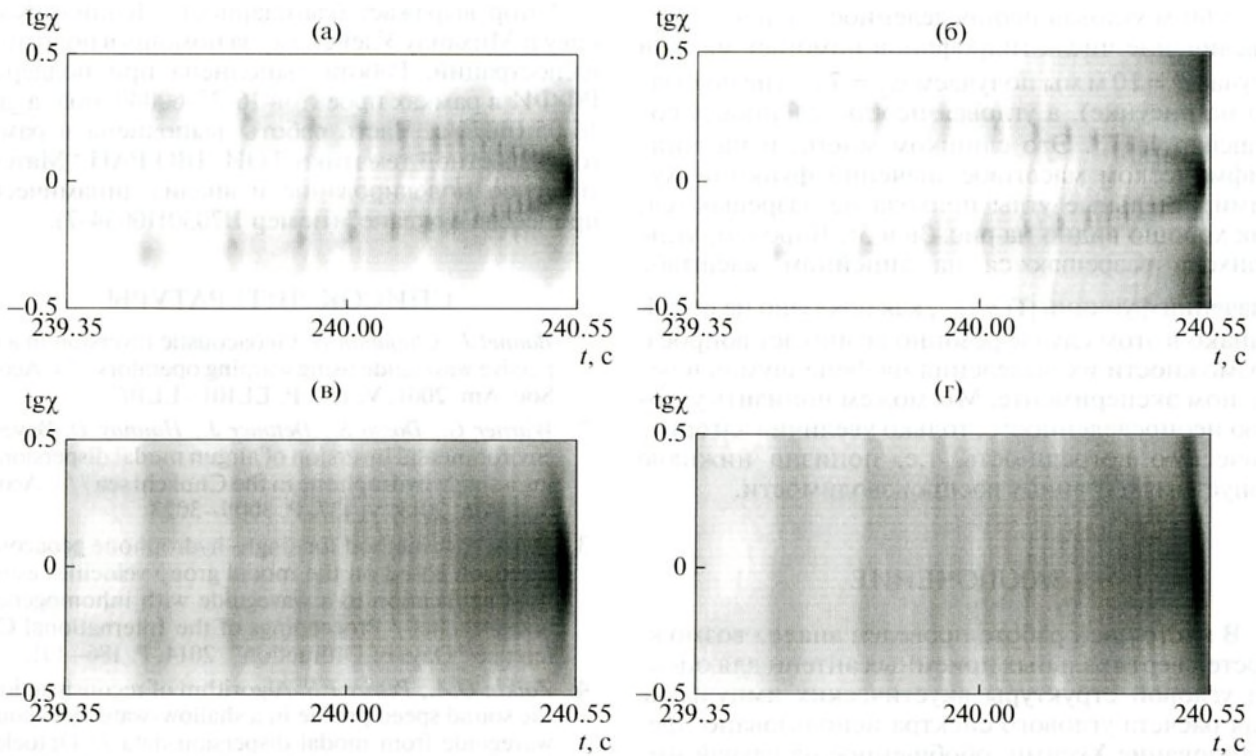


Рис. 3. Величина натурального логарифма функции Хусими $\tilde{W}_H(p, t)$, рассчитанной для импульсов с центральной частотой 240 Гц (верхняя пара рисунков) и 80 Гц (нижняя пара рисунков). На рисунках (а) и (б) параметр преобразования Хусими Δ_z равен 105 м, опорная глубина составляет 200 м. Рисунок (а) соответствует “идеальной” антенне, рисунок (б) – 400-метровой антенне с расстоянием между гидрофонами d , равным 10 м. На рисунках (в) и (г) параметр преобразования Хусими Δ_z равен 60 м, а опорная глубина – 100 м. Рисунок (в) соответствует “идеальной антенне”, рисунок (г) – 180-метровой антенне с $d = 30$ м.

240.5 с). Эти мнимые приходы представляют собой некий аналог боковых лепестков рассматриваемой антенны. Их появление связано с эквидистантностью расположения гидрофонов.

Аналогичные рассуждения для той же 400-метровой антенны и импульса с центральной частотой 80 Гц приводят к оптимальному расстоянию между гидрофонами $d = 30$ м. Трехкратное соотношение между оптимальными значениями d для разных импульсов здесь представляется вполне логичным, если принять во внимание трехкратную разницу в длинах волн. Соответствующее оптимальное значение Δ_z приблизительно равно 120 м, а угловая неопределенность составляет 0.68° .

Перейдем теперь к данным для 200-метровой антенны. В случае импульса с центральной частотой 240 Гц близкое к оптимальному значение d , как и случае 400-метровой антенны, равно 10 м. Оптимальное значение Δ_z равно 60 м, а угловая неопределенность составляет 0.46° . Наихудшие результаты с точки зрения углового разрешения

получены для импульса с центральной частотой 80 Гц. В этом случае мы можем в лучшем случае претендовать на угловую неопределенность порядка одного градуса. Так, в случае $d = 30$ м и

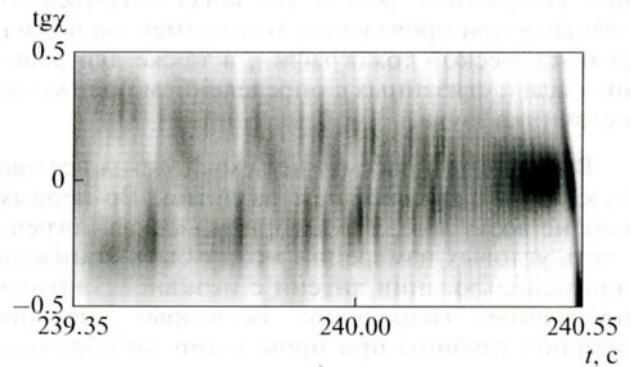


Рис. 4. Функция $|\Upsilon(p, t)|^2$, соответствующая данным рис. 3г.

$\Delta_z = 60$ м угловая неопределенность равна 1.38° . Увеличение числа гидрофонов помогает мало: в случае $d = 10$ м мы получаем $\Delta_z = 71$ м (не показано на рисунке), а угловая неопределенность составляет 1.17° . Это слишком много, и на логарифмическом масштабе значений функции Хусими отдельные углы прихода не разрешаются, как хорошо видно на рис. 3в и 3г. Впрочем, углы прихода разрешаются на линейном масштабе значений функции $|\Upsilon(p, t)|^2$, как показано на рис. 4, однако в этом случае резонно возникает вопрос о возможности их выделения на фоне шумов в реальном эксперименте. Мы можем понизить угловую неопределенность, только увеличив алгоритмическую погрешность, т.е. понизив нижнюю допустимую границу воспроизводимости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведен анализ возможностей вертикальных приемных антенн для оценки угловой структуры акустических импульсов. Для расчета углового спектра использовано преобразование Хусими, обобщенное на случай импульсных сигналов. Основное внимание в работе уделено вопросу минимизации угловой неопределенности, связанной с волновым аналогом соотношения Гейзенберга. Показано, что с помощью антенны длиной порядка нескольких сотен метров можно идентифицировать вертикальные углы прихода с точностью менее одного градуса. Найдены оптимальные значения расстояния между соседними гидрофонами, обеспечивающие достаточно точное преобразование Хусими при сравнительно малой неопределенности. Исключение составляет тот случай, когда мы пытаемся рассчитывать углы прихода низкочастотных импульсов с помощью данных от относительно коротких антенн. Можно также отметить, что для низкочастотных импульсов требуется большая длина антенны, но меньшая плотность гидрофонов. Полученные результаты могут оказаться полезными при проведении экспериментов по гидроакустической томографии, а также для решения задач, связанных с определением положения источника звука.

Вместе с тем рассматриваемый метод все еще нуждается в дальнейшем развитии. Во-первых, вполне возможно, что алгоритмическая погрешность угловых измерений может быть понижена при использовании антенн с неэквидистантным положением гидрофонов. Во-вторых, значение опорной глубины при проведении преобразования Хусими может варьироваться, что может дать гораздо более полную картину акустического поля, например, разделить отдельные модовые составляющие принимаемых импульсов.

Автор выражает благодарность Леониду Конькову и Михаилу Улейскому за помощь в подготовке иллюстраций. Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проектов 16-35-60040-мол_а_дк и 16-05-01074-а. Часть работы выполнена в рамках госбюджетной тематики ТОИ ДВО РАН “Математическое моделирование и анализ динамических процессов в океане” (номер 117030110034-7).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bonnel J., Chapman N.* Geoacoustic inversion in a dispersive waveguide using warping operators // *J. Acoust. Soc. Am.* 2001. V. 130. P. EL101–EL107.
2. *Warner G., Dosso S., Dettmer J., Hannay D.* Bayesian environmental inversion of airgun modal dispersion using a single hydrophone in the Chukchi sea // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 137. P. 3009–3023.
3. *Petrov P.* A method for single-hydrophone geoacoustic inversion based on the modal group velocities estimation: application to a waveguide with inhomogeneous bottom relief / *Proceedings of the International Conference “Days of Diffraction”*. 2014. P. 186–191.
4. *Zaikin O.A., Petrov P.S.* Algorithm of reconstruction of the sound speed profile in a shallow-water geoacoustic waveguide from modal dispersion data // *Optoelectr. Instr. Data Process.* 2016. V. 52. № 3. P. 259–265.
5. *Worcester P.F., Cornuelle B.D., Dzieciuch M.A., Munk W.H., Howe B.M., Mercer J.A., Spindel R.C., Colosi J.A., Metzger K., Birdsall T.G., Baggeroer A.B.* A test of basin-scale acoustic thermometry using a large-aperture vertical array at 3250-km range in the eastern North Pacific Ocean // *J. Acoust. Soc. Am.* 1999. V. 105. № 6. P. 3185–3201.
6. *Beron-Vera F.J., Brown M.G., Colosi J.A., Tomsovic S., Virovlyansky A.L., Wolfson M.A., Zaslavsky G.M.* Ray dynamics in long-range acoustic experiment // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 114. P. 1226–1242.
7. *Wage K.E., Dzieciuch M.A., Worcester P.F., Howe B.M., Mercer J.A.* Mode coherence at megameter ranges in the North Pacific Ocean // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 117. № 2. Pt. 2. P. 1565–1581.
8. *Галкин О.П., Харченко Е.А., Швачко Л.В., Дымищ А.М.* Экспериментальные исследования угловой структуры звуковых полей в районе Гольфстрима // *Акуст. журн.* 1994. Т. 40. № 6. С. 943–949.
9. *Aulanier F., Nicolas B., Roux P., Mars J.I.* Time–angle sensitivity kernels for sound-speed perturbations in a shallow ocean // *J. Acoust. Soc. Am.* 2013. V. 134. № 1. P. 88–96.
10. *Захаров Л.Н., Ржевкин С.Н.* Векторно-фазовые измерения в акустических полях // *Акуст. журн.* 1974. Т. 20. № 3. С. 393–401.
11. *Дзюба В.П.* Скалярно-векторные методы теоретической акустики. Владивосток: Дальнаука, 2006.
12. *Sundaram B., Zaslavsky G.M.* Wave analysis of ray chaos in underwater acoustics // *Chaos.* 1999. V. 9. № 2. P. 483–492.
13. *Вировлянский А.Л., Макаров Д.В., Пранц С.В.* Лучевой и волновой хаос в подводных акустических

- волноводах // Успехи физ. наук. 2012. Т. 182. № 1. С. 19–48.
14. *Makarov D., Prants S., Virovlyansky A., Zaslavsky G.* Ray and wave chaos in ocean acoustics: chaos in waveguides. Singapore, World Scientific, 2010.
 15. *Tappert F.D., Tang X.* Ray chaos and eigenrays // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 99. № 1. P. 185–195.
 16. *Hegewisch K.C., Cerruti N.R., Tomsovic S.* Ocean acoustic wave propagation and ray method correspondence: Internal wave fine structure // *J. Acoust. Soc. Am.* 2005. V. 117. № 2. Pt. 2. P. 1582–1594.
 17. *Макаров Д.В., Коньков Л.Е., Улейский М.Ю.* Соответствие между лучевой и волновой картиной и подавление хаоса при дальнем распространении звука в океане // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54. № 3. С. 439–450.
 18. *Зверев В.А., Коротин П.И.* Метод определения вертикального угла прихода на буксируемую антенну // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 6. С. 764–772.
 19. *Артельный П.В., Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Коротин П.И., Стуленков А.В.* Эксперимент по изучению устойчивости пространственно-временной структуры звукового поля в Ладожском озере / *Акустика океана. Доклады XV школы-семинара им. акад. Л.М. Бреховских, совмещенной с XXIX сессией Российского Акустического Общества.* М.: ГЕОС, 2016. С. 13–16.
 20. *Макаров Д.В., Коньков Л.Е.* Угловая структура акустических импульсов в горизонтально-неоднородном подводном звуковом канале // *Электронный журнал “Техническая Акустика”.* www.ejta.org. 2016. № 3.
 21. *Wigner E.* On the quantum correction for thermodynamic equilibrium // *Phys. Rev.* 1932. V. 40. № 5. P. 749–759.
 22. *Вировлянский А.Л., Окомелькова И.А.* Лучевой подход для расчета сглаженного по угловым и пространственным масштабам локального спектра поля в волноводе // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1997. Т. 40. № 12. С. 1542–1554.
 23. *Makarov D.V., Kon'kov L.E., Uleysky M.Yu., Petrov P.S.* Wave chaos in a randomly inhomogeneous waveguide: spectral analysis of the finite-range evolution operator // *Phys. Rev. E.* 2013. V. 87. № 1. 012911.
 24. *Татарский В.И.* Вигнеровское представление квантовой механики // *Успехи физ. наук.* 1983. Т. 139. № 4. С. 587–619.
 25. *Virovlyansky A.L., Zaslavsky G.M.* Evaluation of the smoothed interference pattern under conditions of ray chaos // *Chaos.* 2000. V. 10. № 1. P. 211–223.
 26. *Smirnov I.P., Virovlyansky A.L., Zaslavsky G.M.* Wave chaos and mode–medium resonances at long-range sound propagation in the ocean // *Chaos.* 2004. V. 14. № 2. P. 317–332.
 27. *Smirnov I.P., Virovlyansky A.L., Edelman M., Zaslavsky G.M.* Chaos-induced intensification of wave scattering // *Phys. Rev. E.* 2005. V. 72. № 2. 026206.
 28. *Kon'kov L.E., Makarov D.V., Sosedko E.V., Uleysky M.Yu.* Recovery of ordered periodic orbits with increasing wavelength for sound propagation in a range-dependent waveguide // *Phys. Rev. E.* 2007. V. 76. № 5. 056212.
 29. *Makarov D.V., Kon'kov L.E., Uleysky M.Yu.* Wave chaos in underwater acoustics // *Журн. СФУ. Сер. матем. и физ.* 2010. Т. 3. № 3. С. 336–348.
 30. *Sugita A., Aiba H.* Second moment of the Husimi distribution as a measure of complexity of quantum states // *Phys. Rev. E.* 2002. V. 65. № 3. 036205.
 31. *Arranz F.J., Seidel L., Giralda C.G., Benito R.M., Borondo F.* Onset of quantum chaos in molecular systems and the zeros of the Husimi function // *Phys. Rev. E.* 2013. V. 87. № 6. 062901.
 32. *Макаров Д.В., Коньков Л.Е., Петров П.С.* Влияние океанических синоптических вихрей на длительность модовых акустических импульсов // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2016. Т. 59. № 7. С. 638–654.
 33. *Вадов Р.А.* Поле точечного источника в подводном звуковом канале Японского моря // *Акуст. журн.* 1998. Т. 44. № 5. С. 601–609.