

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.26

ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА РЕЗОНАТОРОМ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

© 2017 г. А. И. Комкин^{а, *}, М. А. Миронов^{б, **}, А. И. Быков^а

^аМосковский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, 105005 Москва, ул. 2-я Бауманская 5

^бАкустический институт им. акад. Н.Н. Андреева РАН, 117036 Москва, ул. Шверника 4

*e-mail: akomkin@mail.ru

**e-mail: mironov@akin.ru

Поступила в редакцию 22.06.2016 г.

Рассмотрены характеристики поглощения резонатора Гельмгольца, размещенного на торцевой стенке круглого канала. Экспериментально исследована зависимость коэффициента поглощения резонатора от диаметра его горла и глубины полости резонатора. На основе полученных экспериментальных данных проведена верификация существующей линейной аналитической модели резонатора Гельмгольца, по результатам которой определена диссипативная присоединенная длина горла резонатора, обеспечивающая соответствие экспериментальных и расчетных данных. Получены зависимости поглощения звука резонатором Гельмгольца от его геометрических параметров.

Ключевые слова: резонатор Гельмгольца, собственная частота, присоединенная длина, коэффициент поглощения, измерение, расчет.

DOI: 10.7868/S0320791917030078

ВВЕДЕНИЕ

Успешное использование резонаторов Гельмгольца на практике связано с умением точно вычислять собственную частоту резонатора и коэффициент поглощения резонатора. Основы теории резонаторов Гельмгольца впервые были обстоятельно рассмотрены Ингардом [1], где, в частности, были рассмотрены и эти два вопроса. Определение собственной частоты резонатора напрямую связано с определением инерционной присоединенной длины горла резонатора. Ингардом эта величина была определена из рассмотрения присоединенной длины отверстия перегородки в канале. С появлением мощных расчетных программ, реализующих численные методы конечных или граничных элементов, появилась возможность вычислять инерционную присоединенную длину и для других случаев, соответствующих, например, отверстию на стенке канала. Такой подход был использован в [2, 3], где численными расчетами была определена присоединенная длина горла различных конфигураций системы резонатор Гельмгольца–канал. В принципе, на сегодняшний день эту проблему можно считать решенной.

Определение поглощения звука резонатором Гельмгольца представляет собой более сложную задачу. Поглощение происходит в вязком и тепловом пограничных слоях, образующихся на стенках резонатора и схематично представленных на рис. 1. В простейших моделях резонатора Гельмгольца предполагается, что потери в резонаторе происходят в вязком погранслое на стенке

горла резонатора. Они пропорциональны длине горла и обратно пропорциональны его диаметру, так что при уменьшении длины горла они должны стремиться к нулю. В действительности этого не происходит, и причиной тому наличие дополнительных вязких потерь в окрестностях горла резонатора. Эти дополнительные потери можно описать, по аналогии с инерционной присоединенной длиной, через диссипативную присоединенную длину горла резонатора. Следуя Ингарду [1], эту величину можно представить как сумму двух составляющих, одна из которых связана с потерями в вязком погранслое на передней стенке резонатора с расположенным на ней горлом, а вторая – на кромках горла (рис. 1). Величина первой составляющей в [1] принята равной радиусу отверстия. В действительности эта величина, конечно, должна зависеть от отношения диаметра горла резонатора к диаметру его цилиндрической полости. Соответствующая зависимость получена в [4]. Что касается второй составляющей диссипативной присоединенной длины, связанной с потерями на кромках горла, то Ингард [1], основываясь на результатах экспериментальных данных, просто предложил считать ее также равной радиусу отверстия. Оценить теоретически эту величину очень сложно. Так, в [5] было исследовано влияние вязкости среды на дифракцию звука в отверстии тонкого экрана, где авторы в результате сложных математических выкладок получили формулу для диссипируемой на кромке отверстия звуковой мощности, однако решение задачи бы-

ло получено не в замкнутом виде. Еще один механизм диссипации энергии в резонаторе связан с наличием температурного погранслоя в полости резонатора [1, 6], потери в котором при определенных условиях могут иметь существенное значение.

Следует отметить, что для расчетов поглощения звука в резонаторе нельзя использовать обычные пакеты конечно-элементных расчетов для идеальной среды, как это делается при расчете собственной частоты резонатора. Проведение же численных расчетов с помощью специализированных программ, учитывающих наличие пристеночного термовязкого пограничного слоя, является очень трудоемким. Поэтому основное внимание здесь должно быть уделено экспериментальным исследованиям, на основе которых проводится корректировка упрощенных аналитических моделей резонатора Гельмгольца, учитывающих потери в резонаторе.

С развитием измерительной техники появилась возможность получать с высоким разрешением по частоте характеристики поглощения резонатора Гельмгольца и их зависимости от геометрических параметров такого резонатора [7]. Однако до настоящего времени практически не приводилось детального сравнения результатов измерений с результатами вычислений с использованием известных теоретических моделей такого резонатора. Отчасти такое сравнение выполнено в [8], где исследовалась зависимость поглощения резонатора Гельмгольца от глубины его полости. Но там проводили сравнение данных расчета и измерений только на двух отдельных частотах и ограничивались рассмотрением резонатора Гельмгольца с небольшими глубинами его полости, когда существенное значение приобретают тепловые потери в полости резонатора.

По всей видимости, такое положение дел обуславливалось тем, что результаты измерений и расчета поглощения звука резонаторами Гельмгольца не всегда находились в соответствии друг с другом, а причины этого несоответствия оставались неясными. Ими могли быть как ошибки в постановке и проведении экспериментальных исследований, так и некорректность существующих математических моделей резонатора Гельмгольца. Анализ теоретических и экспериментальных данных по поглощению звука в резонаторе Гельмгольца с точки зрения их соответствия друг другу и посвящена данная работа.

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ РЕЗОНАТОРА ГЕЛЬМГОЛЬЦА

В данной работе рассматривается торцевой резонатор Гельмгольца, расположенный на задней стенке круглого канала соосно с его продольной осью. Предполагается, что диаметр цилиндрической полости резонатора равен диаметру канала.

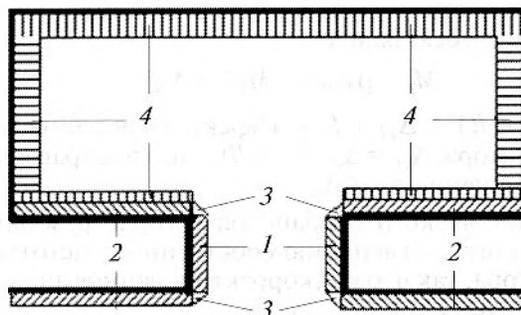


Рис. 1. Потери звуковой энергии в резонаторе Гельмгольца: 1 – вязкие на стенке горла; 2 – вязкие на передней стенке резонатора; 3 – вязкие на кромках горла; 4 – тепловые в полости резонатора.

Линейная модель резонатора Гельмгольца является аналогом простой механической колебательной системы. Колеблущейся массой M здесь является эффективная масса воздуха в горле резонатора, а жесткость C определяется упругими свойствами воздуха в объеме резонатора V . Кроме того, учитываются потери в резонаторе. Резонатор характеризуется входным импедансом, определяемым отношением внешнего звукового давления у горла резонатора к средней по сечению горла колебательной скорости. Величина этого импеданса, отнесенная к произведению плотности среды ρ_0 на скорость звука в ней c (безразмерный импеданс), определяется формулой

$$Z = m [R_v + i(\omega M - C/\omega)] / (\rho_0 c S_0), \quad (1)$$

где $m = S/S_0$; S, S_0 – площади поперечного сечения соответственно полости и горла резонатора; ω – угловая частота; R_v – нормированное сопротивление трения, определяющее потери звуковой энергии в вязком пограничном слое на поверхности горла резонатора диаметром d_0 и длиной l , которое может быть представлено в виде [9] $R_v = 2k\delta_v l/d_0$; $k = \omega/c$ – волновое число; $\delta_v = (2\nu/\omega)^{1/2}$ – глубина вязкого погранслоя; ν – кинематическая вязкость среды. Для воздуха $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

Определяемая равенством нулю мнимой части импеданса, собственная частота резонатора $\omega_0 = (C/M)^{1/2}$. В первом приближении масса $M = \rho_0 S_0 (l + l_a) = M_0 (1 + l_a/l)$, где l_a – инерционная присоединенная длина горла резонатора [2], $M_0 = \rho_0 S_0 l$. Если учитывать вязкий пограничный слой на поверхности горла резонатора, необходимо перейти к эффективной плотности воздуха в горле резонатора ρ , которая, согласно [10], равна: $\rho = \rho_0 (1 + 2\delta_v/d_0)$. Это приводит к соответствующему изменению массы воздуха в горле резонатора, которая становится равной $M_v = M_0 (1 + \Delta_v)$ с поправкой $\Delta_v = 2\delta_v/d_0$. При этом общая колеблю-

щаяся масса воздуха в горле резонатора (эффективная масса) равна

$$M_e = \rho_0 S_0 l_e = M(1 + \Delta_{vk}), \quad (2)$$

где $l_e = l(1 + \Delta_v) + l_a$ — эффективная длина горла резонатора, $\Delta_{vk} = \Delta_v/(1 + l_a/l)$, так что справедливо соотношение $\Delta_{vk} \leq \Delta_v$.

Учет вязкого погранслоя в горле резонатора приводит к изменению собственной частоты резонатора, так что ее скорректированное значение $\omega_{0k} = (C/M_e)^{1/2} = \omega_0(1 + \Delta_{vk})^{-1/2}$. С учетом того, что поправка Δ_{vk} мала, получим, что относительное изменение собственной частоты резонатора определяется величиной

$$\Delta\Omega = (\omega_0 - \omega_{0k})/\omega_0 \cong \Delta_{vk}/2 \leq \Delta_v/2 = \delta_v/d_0. \quad (3)$$

Поскольку эта величина не превышает отношения глубины погранслоя в горле резонатора к диаметру его горла, т.е. также является малой, то такая коррекция должна учитываться при необходимости очень точного определения собственной частоты резонатора Гельмгольца.

Далее введем поправку на акустическую жесткость полости резонатора C , которая в первом приближении определяется выражением $C = \rho_0 c^2 S_0^2/V$. С этой целью учтем наличие на стенках полости резонатора температурного погранслоя [6, 11], глубина которого равна $\delta_\chi = (2\chi/\omega)^{1/2}$, где χ — теплопроводность среды. Для воздушной среды $\chi = 2.1 \times 10^{-5}$ м²/с. Полость резонатора разбивается на две части — объемную (внутреннюю) и поверхностную. Поверхностная часть, прилегающая к поверхности полости, имеет толщину, равную глубине проникновения температурной волны δ_χ . Объем поверхностной части равен $V_s = S_s \delta_\chi$, где S_s — площадь поверхности полости резонатора. Объемная часть полости резонатора занимает оставшийся объем полости $V_v = V - V_s$. Полагаем, что движение среды в горле резонатора имеет поршневой характер. Смещение частиц в горле ξ приводит к объемному смещению среды в полости резонатора на величину $Q = S_0 \xi$ и создает в этой полости давление P . Это входное смещение Q представляется в виде суммы объемных смещений поверхностной Q_s и объемной Q_v частей. В объемной части под действием давления P среда сжимается адиабатически, так что ее объемное смещение Q_v , определяемое через адиабатическую сжимаемость среды β_a , равно: $Q_v = V_v \beta_a P$. Объемное смещение в поверхностной части Q_s определяется через изотермическую сжимаемость среды β_n и является комплексной величиной $Q_s = [(1+i)/\sqrt{2}] V_s \beta_n P$. Приравняем сумму объемных смещений в полости резонатора входному объемному смещению:

$$\{V_v \beta_a + [(1+i)/\sqrt{2}] V_s \beta_n\} P = S_0 \xi. \quad (4)$$

Положим, что действующая на среду в горле резонатора сила $F = PS_0$, и учтем, что отношение сжимаемостей среды β_n/β_a равно показателю адиабаты γ (для воздуха $\gamma = 1.4$). Жесткость полости резонатора становится комплексной и, в соответствии с (4), определяется следующим выражением:

$$C_c = \frac{F}{\xi} = \frac{C}{1 + (\tilde{\gamma} - 1 - i\tilde{\gamma}) V_s/V}. \quad (5)$$

В последнем выражении $\tilde{\gamma} = \gamma/\sqrt{2} \cong 1$. Тогда, учитывая, что $V_s/V \ll 1$, приведем в пренебрежении величинами второго порядка малости выражение (5) к виду

$$C_c \cong C(1 + i V_s/V). \quad (6)$$

Из (6) следует, что действительная часть комплексной жесткости, определяющая собственную частоту резонатора, остается равной исходной жесткости полости резонатора. Таким образом, учет теплового погранслоя в полости резонатора Гельмгольца не приведет к изменению его собственной частоты, а коррекция собственной частоты резонатора определяется только наличием вязкого погранслоя в горле резонатора. При этом скорректированная собственная частота резонатора представляется в виде $\omega_{0k} = c\sqrt{S_0/(V I_e)}$. Для полости резонатора цилиндрической формы с диаметром d и длиной L последняя формула приводится к виду

$$\omega_{0k} = cg/\sqrt{L(l_e + Lg^2/3)}, \quad (7)$$

где $g = d_0/d$, а дополнительно введенное второе слагаемое под корнем определяет поправку на длину полости резонатора [2, 12].

Мнимая часть в (6) будет определять связанные с тепловым погранслоем потери в резонаторе. Замена в (1) параметров M и C на M_e и C_c из (2) и (6) приводит к следующему выражению для безразмерного входного импеданса резонатора:

$$Z = m(R_v + R_\chi) + i \frac{S}{V k_{0k}} \left(\Omega_k - \frac{1}{\Omega_k} \right), \quad (8)$$

где $R_\chi = S_0 S_s \delta_\chi / (kV^2)$ — нормированное термическое сопротивление трения в полости резонатора, $k_{0k} = \omega_{0k}/c$, $\Omega_k = \omega/\omega_{0k}$ — скорректированная безразмерная частота.

Как следует из (8), учет теплового погранслоя в полости резонатора приводит к появлению в резонаторе дополнительных потерь. В отличие от потерь в горле резонатора, определяемых вязким сопротивлением R_v и пропорциональных $\omega^{1/2}$, тепловые потери в полости, определяемые термическим сопротивлением R_χ , пропорциональны $\omega^{-3/2}$. Следовательно, эти два вида потерь при изменении частоты изменяются в разных направле-

ниях. Так, при увеличении частоты вязкие потери возрастают, а тепловые, наоборот, уменьшаются.

Можно определить зависимость отношения R_x/R_v от геометрических параметров резонатора Гельмгольца. Целесообразно сделать это для собственной частоты резонатора ω_0 , для которой квадрат волнового числа $k_0^2 = S_0/[V(l + l_a)]$ и в окрестности которой потери резонатора максимальны. Для случая, когда полость резонатора является цилиндрической с диаметром d и длиной L , это отношение определится выражением

$$R_x/R_v = \sqrt{g}(2 + d/L)(1 + l_a/l), \quad (9)$$

где присоединенная длина горла резонатора l_a при $g < 0.4$ и $d/L < 5$ определяется выражением [2] $l_a = 0.82(1 - 1.34g)d_0$.

Таким образом, соотношение R_x/R_v оказывается пропорциональным параметру g . Оно увеличивается с ростом g (увеличением диаметра горла), а также с уменьшением длины горла, так как в этих случаях уменьшается сопротивление вязкого трения в горле резонатора. Это соотношение увеличивается также при уменьшении глубины полости резонатора, что обусловлено увеличением там тепловых потерь. Соответствующие графические зависимости представлены на рис. 2.

Отметим, что для резонатора как линейной системы максимальное значение коэффициента поглощения наблюдается на его собственной частоте. При этом, согласно (8), мнимая часть импеданса равна нулю, так что коэффициент отражения

$$R = [\operatorname{Re}(Z) - 1]/[\operatorname{Re}(Z) + 1]. \quad (10)$$

Из (10) следует, что когда потери на трение в резонаторе велики, $\operatorname{Re}(Z) > 1$, коэффициент отражения R положителен и в пределе стремится к +1, что соответствует абсолютно жесткой поверхности. В случае малых потерь, $\operatorname{Re}(Z) < 1$, R принимает отрицательные значения, в пределе стремясь к -1, что соответствует абсолютно мягкой (свободной) поверхности [13]. Однако вне зависимости от знака R коэффициент поглощения резонатора равен $\alpha = 1 - |R|^2$.

ПРОВЕДЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ И ПОЛУЧАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Исследовавшийся резонатор Гельмгольца размещался на торцевой поверхности измерительной трубы (рис. 3), диаметр цилиндрической полости резонатора равнялся диаметру измерительной трубы и составлял 99 мм. Длина горла резонатора l , его диаметр d_0 и глубина полости резонатора L варьировались. При проведении экспериментальных исследований звуковое поле в измерительной трубе генерировалось динамиком, размещенным в торце измерительной трубы, на который подавался линейно-частотно-мо-

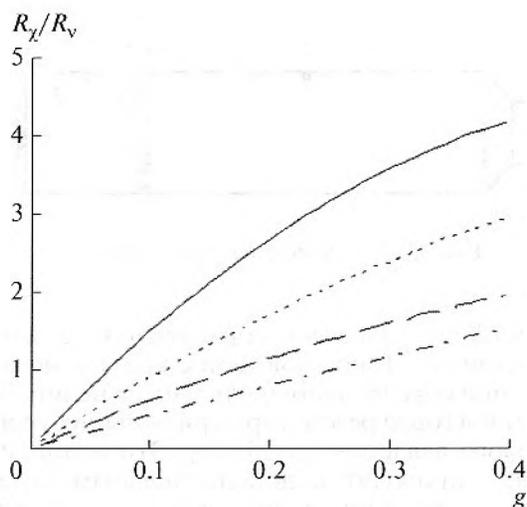


Рис. 2. Зависимости отношения сопротивлений трения от параметров резонатора: $d/L = 2.5$, $d_0/l = 2.5$ (—); $d/L = 2.5$, $d_0/l = 1.0$ (.....); $d/L = 1.0$, $d_0/l = 1.0$ (---); $d/L = 1.0$, $d_0/l = 0.2$ (- · - ·).

дулированный сигнал в частотном диапазоне от 50 до 600 Гц. Измерения осуществлялись методом двух микрофонов. Микрофоны устанавливались заподлицо с внутренней поверхностью трубы в точках 1 и 2. Расстояние между измерительными точками составляло 50 мм, а от точки 2 до передней стенки резонатора — 150 мм. Сигналы с микрофонов оцифровывались двухканальным АЦП и далее подвергались спектральному анализу. При этом вычислялись комплексные спектры сигналов, а затем по известным формулам [14] определялись коэффициент отражения R и коэффициент поглощения α .

Оказалось, что важным параметром, существенно влияющим на результаты измерений, является уровень звукового давления, генерируемый динамиком в измерительной трубе. На рис. 4а для резонатора с глубиной полости $L = 25$ мм и горлом длиной $l = 10$ мм, диаметром $d_0 = 5$ мм представлены зависимости коэффициента поглощения от частоты, полученные при четырех уровнях звукового давления в измерительной трубе. Кривая звукопоглощения, представленная сплошной линией, соответствует невысоким уровням звукового давления в трубе ($L \leq 85$ дБ на резонансной частоте). В этом случае значение коэффициента поглощения, соответствующее собственной частоте резонатора, достигает максимальной величины $\alpha_{\max} \cong 0.85$. Для данного резонатора длина горла вдвое превышает его диаметр, что обуславливает большие вязкие потери в нем. При этом вычисления согласно (8) дают $\operatorname{Re}(Z) > 1$. С увеличением уровней звукового давления в трубе значение α_{\max} падает, сама кривая звукопоглощения становится все более пологой, а кроме того, резонансная частота начинает все больше отличаться от соб-

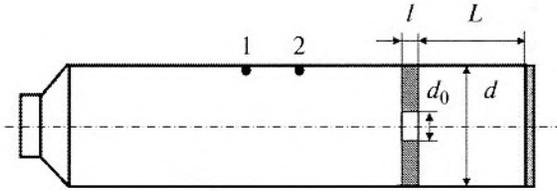


Рис. 3. Схема измерительной установки.

ственной частоты резонатора, отклоняясь в большую сторону. Такое поведение кривых звукопоглощения обусловлено проявлением нелинейных явлений в горле резонатора при больших уровнях звукового давления [1, 15, 16]. Эти нелинейные явления приводят к дополнительным потерям звуковой энергии в резонаторе, увеличению $\text{Re}(Z)$ и R и, следовательно, к еще большему снижению поглощения резонатором.

На рис. 4б представлены аналогичные зависимости для другой конфигурации резонатора с глубиной полости $L = 45$ мм и горлом длиной $l = 2$ мм, диаметром $d_0 = 7$ мм. При этом зависимость коэффициента поглощения от уровня звукового давления в канале более сложная. Линейному режиму работы резонатора, при $L \leq 85$ дБ, соответствует примерно то же значение коэффициента поглощения на резонансе, что и в предыдущей конфигурации резонатора. Однако термовязкие потери в данной конфигурации резонатора будут существенно ниже, в первую очередь благодаря существенно меньшей длине горла резонатора, так что при линейном режиме его работы обеспечивается значение $\text{Re}(Z) < 1$. По этой причине увеличение уровней звукового давления в трубе и

появление в горле резонатора нелинейных потерь приводит здесь вначале к возрастанию этой величины до 1, а затем, при дальнейшем возрастании уровня звукового давления, к падению значения α_{max} , как это было в предыдущей конфигурации резонатора. Отличие состоит в том, что в данном случае при больших уровнях звукового давления кривая звукопоглощения перестает быть симметричной относительно своего экстремума.

Таким образом, при проведении измерений акустических характеристик резонаторов в импедансной трубе следует обращать особое внимание на уровни возбуждаемого в ней звукового давления. Все последующие измерения и представленные результаты соответствовали линейному режиму работы резонатора с уровнем звукового давления в трубе на резонансе, не превышающим 85 дБ.

Вначале был рассмотрен резонатор Гельмгольца с глубиной полости $L = 40$ мм и горлом длиной $l = 2$ мм, диаметром $d_0 = 5$ мм. На рис. 5 точечной линией представлена полученная по результатам измерений зависимость коэффициента поглощения резонатора от частоты. При этом максимальное значение коэффициента поглощения, соответствующее собственной частоте резонатора, равно $\alpha_{\text{max}} \cong 1$. На этом же рисунке представлены характеристики поглощения данного резонатора, полученные расчетным путем. Пунктирная линия соответствует расчетам, учитывающим только вязкие потери на стенке горла, а сплошная — когда учитывались еще и тепловые потери в полости резонатора. Видно, что расчетные значения оказались значительно меньше соответствующих измеренных, в первую очередь по максимальным значениям коэффициента поглощения α_{max} . И хотя учет тепловых потерь в полости резонато-

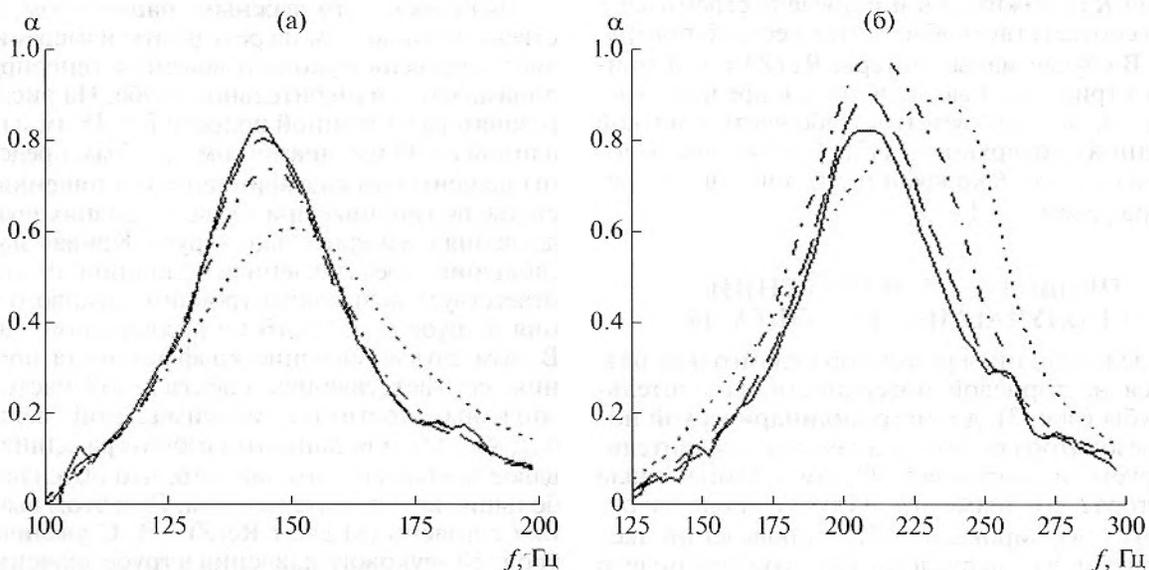


Рис. 4. Зависимость коэффициента поглощения от частоты при различных уровнях звукового давления: 85 дБ (—); 95 дБ (---); 105 дБ (· · ·); 115 дБ (- · - ·).

ра позволяет существенно приблизиться к данным эксперимента, различия все равно остаются значительными. Вместе с тем, как показывают представленные результаты, значения расчетных и измеренных частот резонаторов, соответствующих экстремумам на кривых коэффициента поглощения, хорошо согласуются между собой. Следовательно, представленная выше линейная модель резонатора Гельмгольца хорошо описывает собственную частоту резонатора, но определяемые ею диссипативные потери, выражаемые действительной частью импеданса (8), явно недостаточны для удовлетворения экспериментальным данным. Это в первую очередь относится к вязким потерям, которые в этой модели резонатора учитываются только на стенке горла резонатора.

Дополнительные вязкие потери в резонаторе можно учесть введением в рассмотрение диссипативной присоединенной длины горла резонатора, которая, как отмечалось выше, определяется двумя составляющими: первая определяет вязкие потери на передней стенке резонатора, а вторая — на краях горла. Обе эти величины оказываются пропорциональными диаметру горла. Тогда безразмерное сопротивление трения может быть представлено в виде

$$R_v = 2k\delta_v(l/d_0 + N + E), \quad (11)$$

где N , E — коэффициенты пропорциональности соответственно для первой (стенка) и второй (края) составляющих диссипативной присоединенной длины.

Значение входящего в (11) коэффициента N для рассматриваемого торцевого резонатора зависит от отношения d_0/d . Однако при небольших диаметрах горла, когда это отношение не превышает 0.1, можно, как показано в [4], положить $N = 0.28$. Что касается второго коэффициента, E , то его теоретическая оценка пока представляет собой сложную задачу. Поэтому на данном этапе оценку этого коэффициента целесообразно провести, основываясь на полученных в работе экспериментальных данных. Действительно, измеренное значение коэффициента отражения на резонансной частоте определяется, согласно (10), действительной частью безразмерного акустического импеданса резонатора, а именно вязким R_v и термическим R_χ сопротивлениями трения. Все входящие в эти величины составляющие, кроме параметра E , вычисляются теоретически для заданной конфигурации резонатора. Это позволяет, варьируя параметр E , найти такое его значение, при котором расчетные и измеренные кривые поглощения совпадают наилучшим образом.

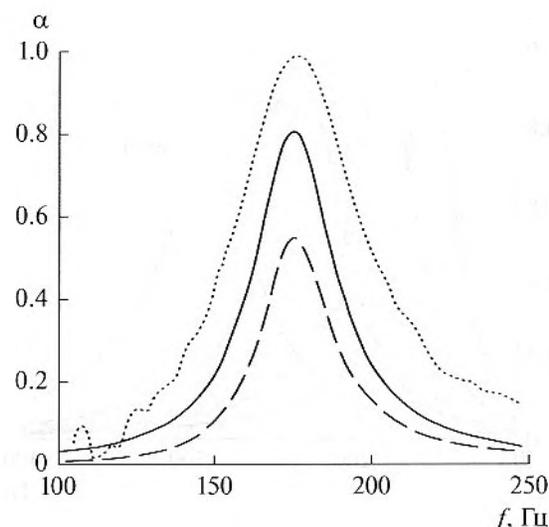


Рис. 5. Зависимости коэффициента поглощения от частоты: эксперимент (.....); расчет, учет потерь на стенке горла (---); расчет, учет потерь на стенке горла и полости (—).

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РЕЗОНАТОРА НА ПОГЛОЩЕНИЕ

На первом этапе исследовалось влияние диаметра горла резонатора на поглощение. Как и ранее, рассматривались резонаторы с длиной горла $l = 2$ мм и глубиной полости $L = 40$ мм. На рис. 6 точечными линиями представлены полученные по результатам измерений зависимости коэффициента поглощения резонатора Гельмгольца от частоты для четырех различных диаметров его горла, изменяющихся в пределах от 4 до 10 мм. Максимальное значение коэффициента поглощения на резонансной частоте получается при диаметре горла $d_0 = 5$ мм, когда $\alpha_{\max} \cong 1$. При этом коэффициент отражения $R \rightarrow 0$ и, следовательно, согласно (10), $\text{Re}(Z) \rightarrow 1$. Очевидно, что при трех других диаметрах горла резонатора значение коэффициента поглощения будет меньше 1. Действительно, так как вязкое сопротивление трения обратно пропорционально диаметру горла резонатора, то с увеличением d_0 сопротивление трения уменьшается, и наоборот. Поэтому если при диаметре горла 5 мм значение $\text{Re}(Z) = 1$, то при диаметре 4 мм значение $\text{Re}(Z) > 1$, а диаметры $d_0 > 5$ мм определяют значение $\text{Re}(Z) < 1$. При этом чем больше величина $\text{Re}(Z)$ будет отклоняться от 1, тем меньшее значение коэффициента поглощения будет достигнуто, независимо от того, в какую сторону происходит это отклонение.

Если теперь рассчитать поглощение резонатора аналитически, то расчеты показывают хорошее совпадение с результатами измерений для всех рассмотренных диаметров горла, если принять $E = 0.85$. Рассчитанные таким образом характери-

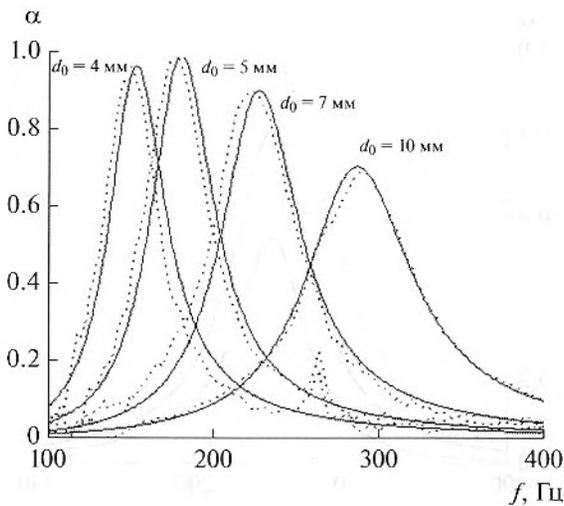


Рис. 6. Расчетные (—) и экспериментальные (.....) зависимости коэффициента поглощения от частоты при различных диаметрах горла резонатора.

стики поглощения резонаторов представлены на рис. 6 сплошными линиями. Следует отметить, что полученное значение параметра E , определяющего вязкие потери на кромке горла резонатора, не зависит от диаметра горла. Отметим также, что получаемая в этом случае сумма коэффициентов $N + E = 1.13$, что несколько больше предложенного Ингардом [1] значения этого параметра, равного 1. Кроме того, Ингардом не рассматривались тепловые потери в полости резонатора, что правомерно только когда эти потери существенно меньше вязких потерь в горле резонатора, а это, как показывает рис. 2, далеко не всегда справедливо. Поэтому в действительности потери в резонаторе могут быть существенно больше.

На втором этапе исследовалось влияние на поглощение длины горла резонатора. Рассматривались резонаторы с диаметром горла $d_0 = 10$ мм и глубиной полости $L = 40$ мм. На рис. 7 точечными линиями представлены результаты измерений зависимости коэффициента поглощения резонатора Гельмгольца от частоты для четырех различных длин его горла, изменяющихся от 2 до 20 мм. Эти измерения показывают, что с увеличением длины горла собственная частота резонатора уменьшается, как и следовало ожидать, а поглощение резонатора на этой частоте, наоборот, увеличивается вследствие увеличения вязких потерь в его горле. Сплошными линиями на этом рисунке представлены аналитические зависимости, полученные с помощью рассмотренной выше линейной модели резонатора. При этом аналитические расчеты хорошо совпадают с результатами измерений, когда параметр E , определяющий по-

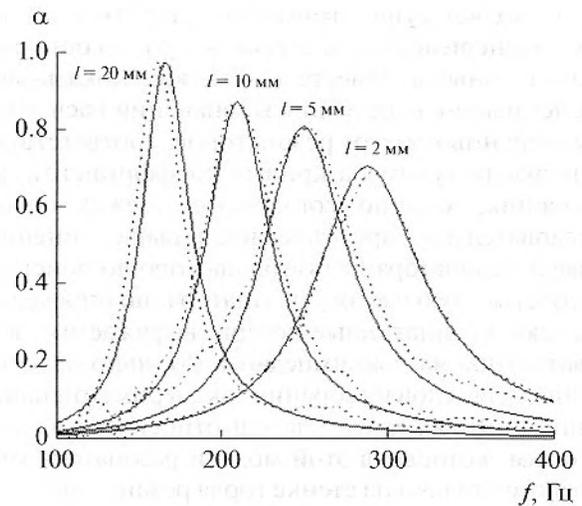


Рис. 7. Расчетные (—) и экспериментальные (.....) зависимости коэффициента поглощения от частоты при различных длинах горла резонатора.

тери на кромке горла резонатора, принимает в зависимости от длины горла следующие значения:

l , мм	2	5	10	20
E	0.85	1.15	1.2	2.3

Эти результаты показывают, что с увеличением длины горла, когда возрастают вязкие потери на стенке горла резонатора, увеличиваются также и потери на кромках горла. До тех пор, пока длина горла не превышает его диаметр, увеличение потерь на кромках небольшое. Но при дальнейшем увеличении длины горла, когда она начинает превышать его диаметр, потери на кромках возрастают значительно, более чем в два раза.

На третьем этапе исследовалось влияние на поглощение глубины полости резонатора. Рассматривались резонаторы с четырьмя различными глубинами полости, у которых диаметр d_0 и длина l горла равнялись 10 мм. Результаты измерений коэффициента поглощения и соответствующие расчетные значения представлены на рис. 8. Они показывают, что при данной конфигурации резонатора с уменьшением глубины его полости значения коэффициента поглощения резонатора увеличиваются, а затем достигают максимального значения и начинают уменьшаться. Это может быть обусловлено увеличением тепловых потерь в полости резонатора при уменьшении его объема. При этом аналитические расчеты хорошо совпадают с результатами измерений, когда параметр E принимает в зависимости от глубины полости следующие значения:

L , мм	10	15	20	40
E	4.3	3.4	1.8	1.2

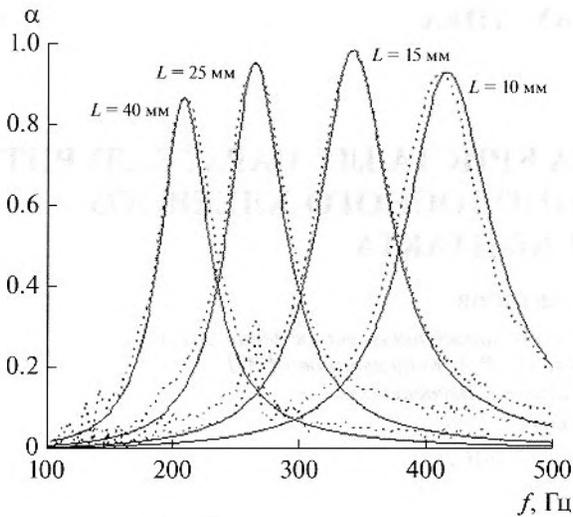


Рис. 8. Расчетные (—) и экспериментальные (.....) зависимости коэффициента поглощения от частоты при различных глубинах полости резонатора.

Представленные данные показывают, что изменение глубины полости резонатора приводит к гораздо большим изменениям параметра E , чем в предыдущем случае. Так, уменьшение глубины полости в четыре раза приводит практически к такому же росту параметра E . Это означает, что тепловые потери не являются, как ожидалось, определяющими при формировании общих потерь резонатора с малой глубиной полости, а на первый план в рамках сделанных допущений выходят потери на кромке горла резонатора. Вместе с тем, необходимо проведение дополнительных исследований, чтобы понять причины такого явления.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ линейной модели резонатора Гельмгольца на торцевой стенке канала показал, что поглощение звука в таком резонаторе обусловлено следующими четырьмя факторами: вязкими потерями на передней стенке резонатора с расположенным на ней горлом резонатора, вязкими потерями на стенке горла и на его кромках, тепловыми потерями на стенках полости резонатора. Три из этих факторов могут быть вычислены расчетным путем, а четвертый — вязкие потери на кромках отверстия, — основываясь на экспериментальных данных.

Для корректного сравнения расчетных значений коэффициента поглощения резонатора с соответствующими результатами измерений в импедансной трубе методом двух микрофонов звуковое давление в трубе на собственной частоте резонатора не должно превышать 85 дБ, что обеспечивает линейный режим работы резонатора.

Установлено, что вязкие потери на кромках горла пропорциональны его диаметру, слабо зависят от длины горла, пока она не начинает превышать его диаметр, а также существенно увеличиваются с уменьшением глубины цилиндрической полости резонатора, когда она становится значительно меньше диаметра полости.

Авторы выражают благодарность Н.Г. Каневу за полезное обсуждение результатов работы.

Работа поддержана грантом РФФИ (проект № 14-08-00703).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ingard U.* On the theory and design of acoustic resonators // *J. Acoust. Soc. Am.* 1953. V. 25. № 6. P. 1037–1061.
2. *Комкин А.И., Миронов М.А., Юдин С.И.* О присоединенной длине отверстий // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 6. С. 677–682.
3. *Комкин А.И., Быков А.И.* Инерционная присоединенная длина горла резонаторов Гельмгольца // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 3. С. 277–287.
4. *Комкин А.И., Миронов М.А.* О диссипативной присоединенной длине отверстия перегородки в круглом канале // *Акуст. журн.* 2015. Т. 61. № 4. С. 442–446.
5. *Davis A.M.J., Nagem R.J.* Influence of viscosity on the diffraction of sound by a circular aperture in a plane screen // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 3. № 6. P. 3080–3090.
6. *Комкин А.И., Миронов М.А.* Характеристики поглощения резонатора Гельмгольца // *Ученые записки физического факультета.* 2014. № 6. 146304.
7. *Tang S.K., Ng C.H., Lam E.Y.L.* Experimental investigation of the sound absorption performance of compartmented Helmholtz resonators // *Appl. Acoust.* 2012. V. 73. № 9. P. 969–976.
8. *Велижанина К.А., Вошукова Е.А., Свирина Л.Д.* Влияние потерь в объеме резонатора на его акустические характеристики // *Акуст. журн.* 1985. Т. 31. № 3. С. 386–388.
9. *Allard J.F., Atalla N.* Propagation of sound in porous media. 2nd ed. John Wiley & Sons, 2009. 358 p.
10. *Крендаль И.Б.* Акустика: Пер. с англ. М.: Комкнига, 2007. 172 с.
11. *Nolle A.W.* Small-signal impedance of short tubes // *J. Acoust. Soc. Am.* 1953. V. 25. № 1. P. 32–39.
12. *Panton R.L., Miller J.M.* Correlation of nonlinear orifice impedance // *J. Acoust. Soc. Am.* 1975. V. 57. № 6. Pt. 2. P. 1390–1396.
13. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
14. *Комкин А.И.* Методы измерения акустических характеристик звукопоглощающих материалов // *Измерительная техника.* 2003. № 3. С. 47–50.
15. *Panton R.L., Goldman A.L.* Correlation of nonlinear orifice impedance // *J. Acoust. Soc. Am.* 1976. V. 60. № 6. P. 1390–1396.
16. *Wu J., Rudnick I.* Measurements of the nonlinear tuning curves of Helmholtz resonators // *J. Acoust. Soc. Am.* 1986. V. 80. № 5. P. 1419–1422.