

## ТОМОГРАФИЧЕСКАЯ ИНВЕРСИЯ ИЗМЕРЕННЫХ ФУНКЦИЙ ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ШУМОВ ОКЕАНА В МЕЛКОЙ ВОДЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛУЧЕВОЙ ТЕОРИИ

© 2016 г. В. В. Гончаров\*, А. С. Шуруп\*\*, О. А. Годин\*\*\*, Н. А. Заботин\*\*\*,  
А. И. Веденев\*, С. Н. Сергеев\*\*, М. G. Brown\*\*\*\*, А. В. Шатравин\*

\*Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН

117997 Москва, Нахимовский просп. 36

E-mail: gvv@ocean.ru

\*\*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

119991, ГСП-1, Москва, Ленинские горы

\*\*\*University of Colorado, Boulder, Colorado, USA

\*\*\*\*University of Miami, Miami, Florida, USA

Поступила в редакцию 09.09.2015 г.

На основе экспериментальных данных, полученных в 2012 г. во Флоридском проливе, исследуется возможность применения лучевой томографии для восстановления профилей скоростей звука и течения по измеренной двухточечной функции корреляции шумов океана. Описаны результаты численных экспериментов, которые характеризуют погрешности инверсии, обусловленные особенностями лучевой структуры в мелком море, трудностями однозначной идентификации лучевых приходов и снижением точности геометрической акустики на низких частотах. Показано, что в условиях маломодового распространения звука использование классической схемы лучевой томографии может дать лишь грубую оценку профиля скорости звука, но позволяет приближенно восстановить профиль скорости течения. Применение пассивной лучевой томографии к экспериментальным данным дает профиль скорости течения во Флоридском проливе, который согласуется в пределах погрешности инверсии с независимыми измерениями.

*Ключевые слова:* шумы океана, корреляция, функция Грина, интерферометрия, пассивная томография океана, численный эксперимент, инверсия экспериментальных данных.

DOI: 10.7868/S0320791916040079

### ВВЕДЕНИЕ

Корреляционная функция шумов, измеренных в пространственно разнесенных точках, аппроксимирует функции Грина, которые описывают распространение волн в обоих направлениях между этими точками [1–3]. В задачах о дистанционном зондировании сред это позволяет заменить излучение зондирующих сигналов синхронной записью шумов в нескольких точках и последующей обработкой таких записей. Использование корреляционной функции шумов для определения параметров среды распространения называют интерферометрией шумов. При достаточно плавной угловой зависимости направленности шума приемники шумов (гидрофоны) заменяют [4, 5] значительно более дорогостоящие акустические трансиверы, используемые в активной томографии океана [6, 7].

В основе шумовой интерферометрии лежит соотношение [1–5]

$$C(\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B, \omega) = Q(\omega)[G(\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B, \omega) + G^*(\mathbf{R}_B, \mathbf{R}_A, \omega)].$$

Здесь  $\omega$  – частота;  $C(\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B, \omega)$  – спектр взаимной корреляционной функции флуктуаций акустического давления, измеренных в точках  $\mathbf{R}_A$  и  $\mathbf{R}_B$ ; функция  $Q(\omega)$  определяется энергетическим спектром шумов; звездочка означает комплексное сопряжение. Для идеально диффузных шумов, т.е. изотропных шумов с равномерным распределением энергии по степеням свободы,  $G(\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B, \omega)$  – функция Грина в частотной области [1–3, 8], которая определена как акустическое давление в точке  $\mathbf{R}_A$ , создаваемое расположенным в точке  $\mathbf{R}_B$  монохроматическим источником объемной скорости единичной амплитуды. Функции Грина  $G(\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B, \omega)$  и  $G(\mathbf{R}_B, \mathbf{R}_A, \omega)$  описывают распространение звука в противоположных направлениях между точками  $\mathbf{R}_A$  и  $\mathbf{R}_B$  и, в силу принципа

взаимности, совпадают в неподвижной среде. В движущейся среде  $G(\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B, \omega)$  и  $G(\mathbf{R}_B, \mathbf{R}_A, \omega)$  различны и несут информацию о поле течений. Для анизотропных звуковых полей с плавной угловой зависимостью их направленности приведенное выше соотношение между корреляционной функцией и функциями Грина выполняется асимптотически на больших по сравнению с длиной волны расстояниях между точками  $\mathbf{R}_A$  и  $\mathbf{R}_B$  [3–5, 8]. Чем быстрее изменяется направленность, тем дальше должны располагаться точки  $\mathbf{R}_A$  и  $\mathbf{R}_B$  [4]. При этом  $G(\mathbf{R}_A, \mathbf{R}_B, \omega)$  и  $G(\mathbf{R}_B, \mathbf{R}_A, \omega)$  оказываются аппроксимациями соответствующих функций Грина, которые при лучевом или модовом описании поля состоят из лучей (нормальных волн) с теми же временами распространения и фазами, что и в точных функциях Грина. Однако с отличными амплитудами, причем амплитуды зависят от направленности шумов [3–5]. Как отмечалось в [9], во временной области измеренную корреляционную функцию нужно сравнивать не с функцией Грина, а с интегралом по времени от функции Грина в случае белого шума (или после процедуры выбеливания спектра шумов океана).

Шумовая интерферометрия привела к революции в сейсмических методах исследования земной коры [8]. Напротив, интерферометрия шумов океана пока далека от реализации своего потенциала, что связано в первую очередь с более быстрым изменением параметров среды во времени и значительно более высокими требованиями к точности измерений скорости звука. Не менее, реализуемость пассивной акустической томографии [10, 11] и термометрии [12] глубокого океана была недавно продемонстрирована экспериментально. В прибрежных районах результаты пассивного акустического измерения параметров морского дна [9, 13] и средней по глубине скорости течения [14] на трассах длиной 5–10 км были впервые получены на основе измерений корреляционной функции шумов во Флоридском проливе. Вопрос о возможности пассивного акустического измерения профилей скоростей звука и течения в мелком море остается открытым. Применение как активной, так и пассивной томографии, в том числе томографии течений [14–16], в мелком море [9, 15, 17, 18] имеет ряд особенностей по сравнению с глубоким морем. В частности, пригодная для шумовой интерферометрии полоса частот оказывается ограниченной сверху вследствие многократных отражений от динамичной морской поверхности [9, 14]. Это затрудняет выделение и идентификацию лучевых приходов и ставит под сомнение применимость лучевых подходов к решению обратной задачи. В настоящей работе возможность применения классической схемы лучевой томографии [6, 7, 19] для пассивного акустического измерения скоростей звука и течений в мелком море, а также возникающие при этом погрешности и ограничения,

исследуются при помощи численных экспериментов и обращения корреляционной функции шумов, измеренной в натурном эксперименте [9, 14]. Для оценки качества инверсий используются независимые измерения, описанные в [9, 14].

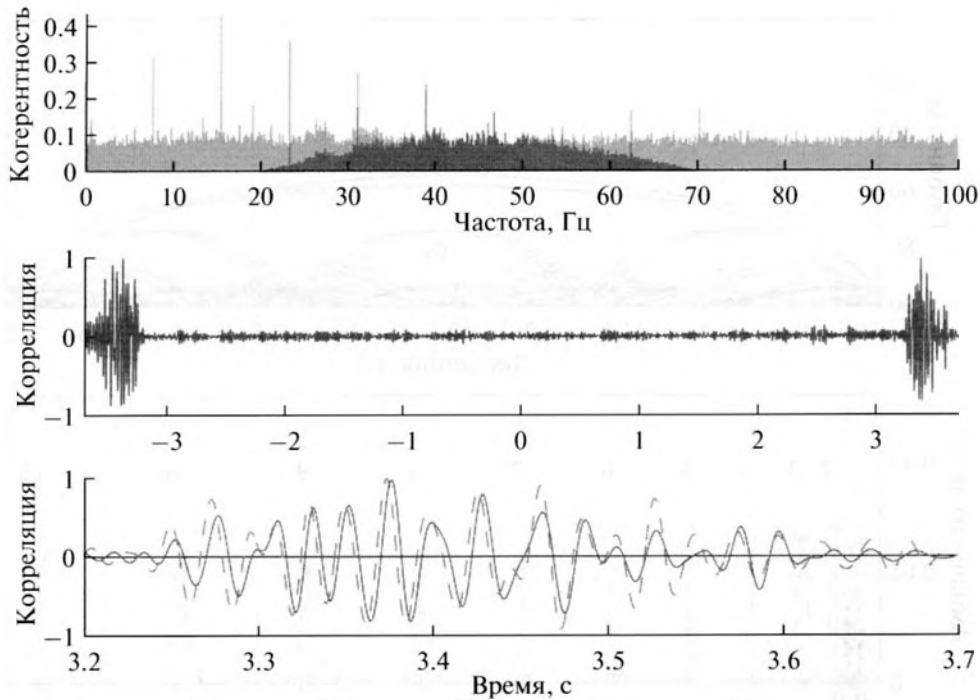
## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

В работе используются данные, полученные в эксперименте по шумовой интерферометрии во Флоридском проливе [9, 14] от двух разнесенных по горизонтали на 5.01 км автономных приемных систем. Гидрофоны этих систем располагались на континентальном шельфе примерно по изобате 100 м и в 5 м от дна. Фрагмент оценки спектра функции взаимной корреляции шума между этими гидрофонами в частотной полосе 10–100 Гц и при времени усреднения около шести дней приведен на верхнем рис. 1 серым цветом. Как отмечается в [9, 14], в этом случае лишь на частотах ниже  $\approx 70$  Гц потери когерентности, вызванные приливами и ограниченным временем накопления данных, невелики и не приводят к исчезновению детерминированных функций взаимной корреляции шума. На частотах ниже  $\approx 20$  Гц определяющее влияние на звуковое поле оказывает структура морского дна, и чувствительность к параметрам водной толщи теряется. Рассчитанная в полосе 20–70 Гц со спектральным окном (черный цвет) функция взаимной корреляции показана на том же рисунке ниже. Шумовые корреляционные функции  $C_c(t)$  обеспечивают приближение к детерминированным функциям Грина, описывающим распространение звука в противоположных направлениях между гидрофонами [3, 5]. Следовательно, их можно сопоставить с аналогичными модельными функциями, рассчитанными, например, по лучевым или модовым программам, и тем самым получить данные для инверсии профилей скорости звука и течения в водной толще.

В нашем распоряжении были также STD-измерения двух профилей скорости звука в районе эксперимента и ADCP-измерения скорости течения [9, 14].

## ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ОЦЕНКЕ ТОЧНОСТИ КЛАССИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ЛУЧЕВОЙ ТОМОГРАФИИ

На основе данных STD- и ADCP-измерений была построена модель среды в районе эксперимента. Были рассчитаны параметры собственных лучей для источника и приемника на глубинах 95 м для случаев распространения вдоль, против и в отсутствие течения вдоль трассы длиной 5.01 км. В последнем случае для этих лучей были рассчитаны также коэффициенты  $a_{ij}$  томографической матрицы  $\hat{A} = \{a_{ij}\}$ , связывающей неизвестные вариации скорости звука  $\Delta c = \{\Delta c_j\}$  на  $z_j$  глубинах,  $j = 1, 2, \dots, J$ , с вариациями времен прихода  $\Delta T =$



**Рис. 1.** Верхний рисунок: фрагмент оценки спектра функции взаимной корреляции шума между гидрофонами в частотной полосе 10–100 Гц и при времени усреднения  $\approx 6$  дней. Средний рисунок: функция взаимной корреляции шума  $C_e(t)$ . Нижний рисунок: участки этой функции при распространении против течения  $C_{-e}(t)$  и вдоль течения  $C_{+e}(t)$  показаны сплошной и штриховой линиями соответственно.

$= \{\Delta T_l\}$  каждого из  $l = 1, 2, \dots, L$  собственных лучей:  $\hat{A}\Delta c = \Delta T$  [6, 7]. Траектории этих  $L = 64$  лучей показаны на верхнем рис. 2, среди которых 44 луча (11 четверок), имеющих контакт с поверхностью (от одного до 11 отражений), и 20 придонных лучей. Используемый для расчета профиль скорости звука  $c_0(z)$  с опорными точками на  $J = 11$  глубинах показан сплошной линией с обозначением “ $\odot$ ” на рис. 3 (слева). На нижнем рис. 2 показаны времена прихода собственных лучей  $T_{+l}$  и огибающая соответствующего звукового импульса в приемнике  $P_{+l}(t)$  (отклик среды на излученный импульс длительностью 3 мс в соответствии с данными эксперимента на рис. 1). Подобные картины и времена прихода  $T_{+l}$  и  $T_{-l}$  были получены и при расчете распространения вдоль и против потока для среды со скоростью звука  $c(z)$ , его вариации  $\Delta c_0 = c(z) - c_0(z)$  и течения  $u(z)$ , показаны штриховой линией с обозначением “ $\ominus$ ” на левом, среднем и правом рис. 3 соответственно. Влияние течений учитывалось в приближении эффективной скорости звука  $c_{\text{eff}}(z) = c(z) \pm u(z)$ . Эти картины, помимо сдвига времен прихода сигналов, отличались отсутствием наиболее быстрой группы “0” придонных лучей на рис. 2 при распространении по течению.

Из рис. 2 следует, что ограничения точности восстановления параметров среды методами линейной лучевой томографии обусловлены не

только ошибками лучевой теории на низких частотах, но также и рядом факторов, присущих, прежде всего, мелководным водоемам (см., например, [15]). А именно, формированием томографических уравнений в основном достаточно крутыми отраженными от поверхности лучами, которые проходят через одни и те же неоднородности среды и приводят к малым собственным значениям используемой при инверсии матрицы  $\hat{A}\hat{A}'$ , где  $\hat{A}'$  – транспонированная матрица. Кроме того, не разрешаются отдельные лучи в каждой из четверок, отраженных от поверхности, и практически во всей группе придонных лучей, времена прихода которых оказались в нашем случае близкими к отраженным от поверхности лучам 1 и 2. Поэтому эффективное число уравнений (строк матрицы  $\hat{A}$ ) существенно сокращается. Фактически, проводится суммирование (вычисление средних значений) уравнений, отвечающих разрешаемым группам лучей. Значения правых частей этих уравнений (средние времена прихода  $T_m$  в каждой из групп лучей, пронумерованных в порядке возрастания  $T_m$ ,  $n = 1, \dots, N = 11$ ) отмечены на нижнем рис. 2 кружками. В силу этого представляет интерес провести численный эксперимент по восстановлению параметров среды в наших условиях с использованием линейной лучевой схемы инверсии. В частности, это позволит оценить предельные точности восстановления параметров среды по данной схеме. Отметим так-



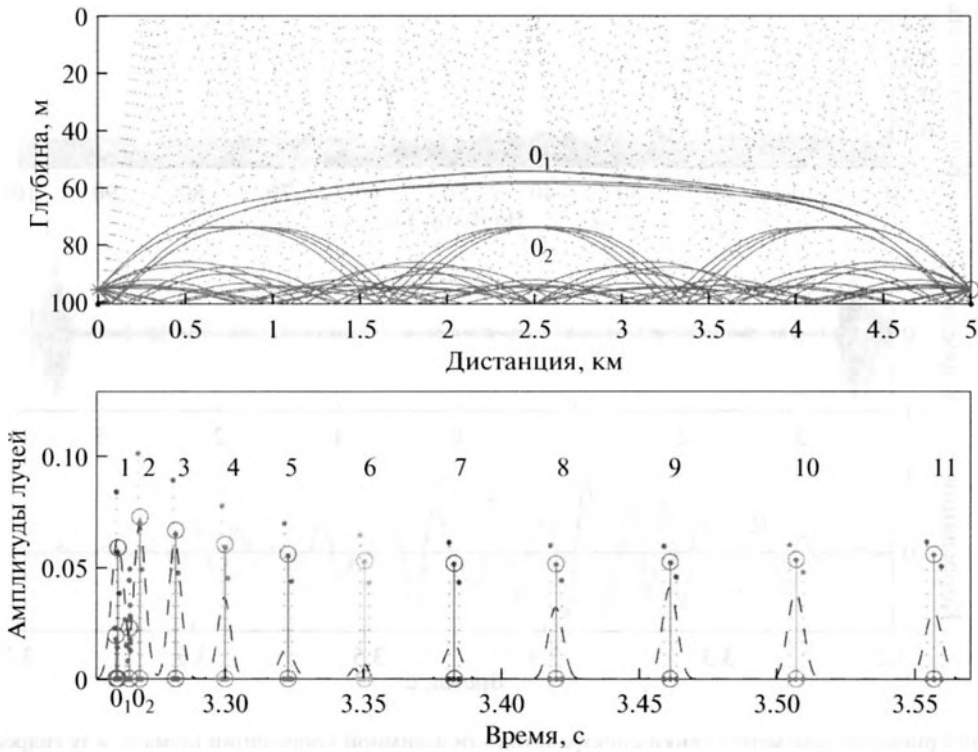


Рис. 2. Верхний рисунок: траектории собственных лучей, имеющие контакт с поверхностью (точки) и придонные  $0_1$ ,  $0_2$  (сплошные линии). Нижний рисунок: амплитуды собственных лучей (столбики) и огибающая звукового импульса (штриховая линия). Цифры 0–11 соответствуют числу отражений от поверхности.

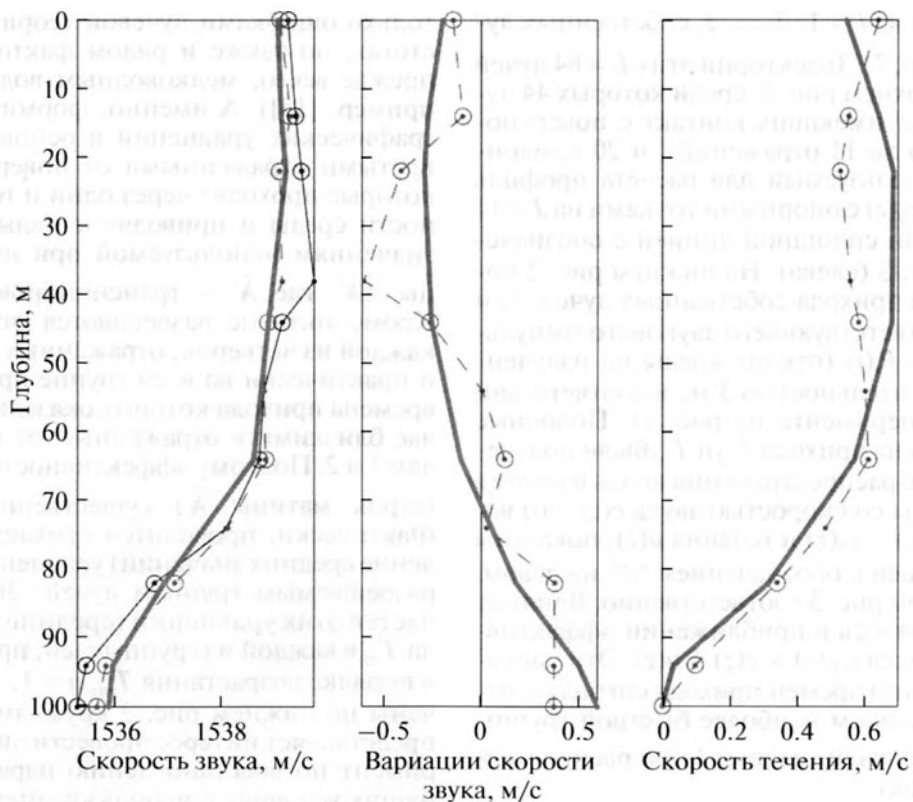


Рис. 3. Профили параметров среды. Скорость звука (слева), ее вариации (в центре) и течение (справа). Исходный  $c_0(z)$  – сплошная линия с обозначением “○”, возмущенные  $c_r(z)$ ,  $\Delta c_0(z)$ ,  $u(z)$  – штриховые с обозначением “○” и восстановленные по расчетным лучевым приходам профили  $c_r(z)$ ,  $\Delta c_r(z)$ ,  $u_r(z)$  – сплошные линии.

же, что эффективное число уравнений инверсии может оказаться меньше числа неизвестных (11 значений  $\Delta c_j$  и  $u_j$  в нашем случае). В первую очередь, это имеет место при обращении экспериментальных данных. Поэтому число неизвестных также было сокращено до  $K = 8$  (на глубинах, отмеченных кружками на рис. 3). Вариации  $\Delta c_j$  или  $u_j$  на промежуточных (исключенных) глубинах предполагались линейными по отношению к опорным (восстанавливаемым). Естественно, что при этом ошибки восстановления также возрастут.

В результате приходим к следующей системе линейных алгебраических уравнений:

$$b_{nk}(\Delta c_k \pm u_k) = T_{\pm n} - T_m, \quad (1)$$

$$k = 1, \dots, K, \quad n = 1, \dots, N.$$

Здесь правые части  $T_{\pm n} - T_m$  и коэффициенты  $b_{nk}$  равны средним значениям  $T_{\pm l} - T_l$  и  $a_{ij}$  (с учетом их изменения при линеаризации  $\Delta c_j$  и  $u_j$ ) для соответствующих групп лучей. В матричной форме уравнения (1) запишутся в виде:  $\hat{\mathbf{B}}(\Delta \mathbf{c} \pm \mathbf{u}) = \mathbf{T}_{\pm} - \mathbf{T}_r$ . Складывая и вычитая пары уравнений вдоль (знак "+") и против ("-") течения, получим по отдельности уравнения для определения вариаций скорости звука  $\Delta c_k$  и течения  $u_k$ :

$$\hat{\mathbf{B}}\Delta \mathbf{c} = (\mathbf{T}_{+} + \mathbf{T}_{-})/2 - \mathbf{T}_r = \Delta \mathbf{T}_c, \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{B}}\mathbf{u} = (\mathbf{T}_{+} - \mathbf{T}_{-})/2 = \Delta \mathbf{T}_u.$$

Строго говоря, в отсутствие горизонтальной рефракции в линейной томографии восстанавливается только продольная компонента скорости течения, которая лежит в вертикальной плоскости, проходящей через источник и приемник (или оба приемника в случае пассивной томографии) [16]. В эксперименте [9, 14], однако, поперечная компонента скорости течения была мала, и можно не различать полную скорость и ее продольную компоненту.

Уравнения (2) решались стандартным методом минимизации среднеквадратичных невязок с регуляризацией по А.Н. Тихонову [7]:

$$\mathbf{B}'\mathbf{B}\Delta \mathbf{c} = \mathbf{B}'\Delta \mathbf{T}_c + \varepsilon_c \mathbf{E} + \varepsilon_{dc} \mathbf{E}_3, \quad (3)$$

$$\mathbf{B}'\mathbf{B}\mathbf{u} = \mathbf{B}'\Delta \mathbf{T}_u + \varepsilon_u \mathbf{E} + \varepsilon_{du} \mathbf{E}_3,$$

где штрих означает транспонирование,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{E}_3$  — единичная и трехдиагональная матрицы. Параметры  $\varepsilon_c$  и  $\varepsilon_u$  ограничивают значения  $|\Delta c_k|$  и  $|u_k|$ , а  $\varepsilon_{dc}$  и  $\varepsilon_{du}$  — их разности  $|\Delta c_{k+1} - \Delta c_k|$  и  $|\Delta u_{k+1} - \Delta u_k|$ . Несколько собственных значений матрицы  $\mathbf{B}'\mathbf{B}$  оказались весьма малыми (большая часть уравнений формируется крутыми отраженными от поверхности лучами), поэтому и необходима регуляризация.

Результат восстановления профилей скорости звука, его вариаций и течения представлен на рис. 3. Среднеквадратичные ошибки восстановления для скоростей звука  $\sigma_c$  и течения  $\sigma_u$ , а также соот-

ветствующие им относительные ошибки  $\delta_c$  и  $\delta_u$ , равные

$$\sigma_c = \langle (\Delta c_k - \Delta c_{0k})^2 \rangle^{1/2}, \quad \sigma_u = \langle \Delta u_k^2 \rangle^{1/2}, \quad (4)$$

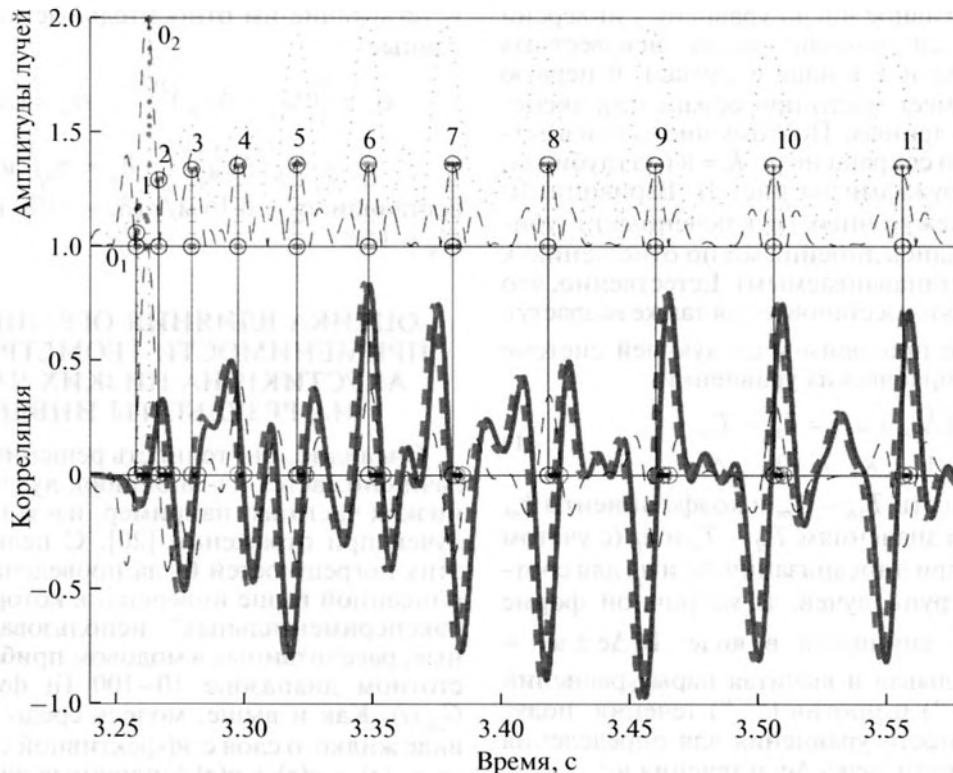
$$\delta_c = \sigma_c / \langle \Delta c_{0k}^2 \rangle^{1/2}, \quad \delta_u = \sigma_u / \langle u^2 \rangle^{1/2},$$

составили:  $\sigma_c = 0.16$  м/с ( $\delta_c = 53\%$ ) и  $\sigma_u = 0.08$  м/с ( $\delta_u = 16\%$ ).

### ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ОГРАНИЧЕННОЙ ПРИМЕНИМОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ НА НИЗКИХ ЧАСТОТАХ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИНВЕРСИИ

Очевидно, что точность решения обратной задачи снижается из-за ошибок лучевой теории на низких частотах, например, из-за неучета сдвига лучей при отражении [20]. С целью выявления этих погрешностей была проведена аналогичная описанной выше инверсия, в которой в качестве "экспериментальных" использовались модельные, рассчитанные в модовом приближении в частотном диапазоне 10–100 Гц функции Грина  $G_{\pm m}(t)$ . Как и выше, модель среды выбиралась в виде жидкого слоя с эффективной скоростью звука  $c_{\text{эф}}(z) = c(z) \pm u(z)$  (сплошные линии с обозначением "⊙" на рис. 3), лежащем на жидком полупространстве со скоростью звука  $c_b = 1800$  м/с и плотностью  $\rho_b = 2.1$  г/см<sup>3</sup>.

Наиболее сложной и не вполне однозначной представляется идентификация (сопоставление) времен прихода групп лучей  $T_m$  и времен  $T_{\pm m}$ , определяемых из функции Грина  $G_{\pm m}(t)$ , вычисляемой как фурье-образ спектра звукового поля в виде суммы нормальных мод. Обратим внимание (см. верхний рис. 4), что приходы крутых лучей (столбики с  $n \geq 3$ ) хорошо соответствуют максимумам, рассчитанным по собственным лучам как функции Грина  $G_r(t)$ , показанной штриховой линией, так и импульсу в приемнике  $P_r(t)$  на нижнем рис. 2. В то же время, в области пологих лучей ( $n = 1, 2$  и придонных  $0_1, 0_2$ ) такого соответствия не наблюдается, по-видимому, из-за существенного различия спектральных компонент этих лучей с близкими временами прихода  $T_r$ . Различие усиливается при сопоставлении времен прихода лучей с модовым расчетом импульса в приемнике  $P_m(t)$  (точечная линия на верхнем рис. 4) и еще в большей степени — с рассчитанной по модам функциями Грина  $G_{\pm m}(t)$  на нижнем рисунке. В последнем случае времена прихода лучей могут соответствовать как максимумам функций  $G_{\pm m}(t)$ , так и их минимумам и экстремумам их производной. Это обстоятельство существенно осложняет процедуру идентификации (вычисления правых частей уравнений связи (2)), прежде всего в области пологих лучей, наиболее информативных и определяющих для придонных слоев воды, где они имеют точку заворота и скорость течения не



**Рис. 4.** Верхняя часть — увеличенные на единицу амплитуды собственных лучей (столбики), модуль рассчитанной по лучам функции Грина (штриховая линия) и рассчитанный по модам импульс в приемнике (точки). Нижняя часть — взаимные корреляции вдоль (штриховая линия) и против (сплошная) течения (модовый расчет), рассчитанные по лучам функция Грина — штриховая линия. Времена идентификации показаны сплошной линией, соединяющей кружки времен прихода  $T_{\pm m}$  вдоль и против течения с лучевыми  $T_m$  (вертикальные линии).

была измерена ADCP. Поэтому в этой области в качестве опорного (формирующего уравнение связи) выбирался один из двух приходов групп придонных лучей  $T_{r1}$  или  $T_{r2}$  ( $0_1$  или  $0_2$  на рис. 4 и рис. 2) или их усредненное значение (как и уравнений связи). На рис. 4 показан пример такой идентификации времен прихода группы лучей  $T_m$  с определенными из функции  $G_{\pm m}(t)$  временами  $T_{\pm m}$  ( $n, m = 1, 2, \dots, 11$ ).

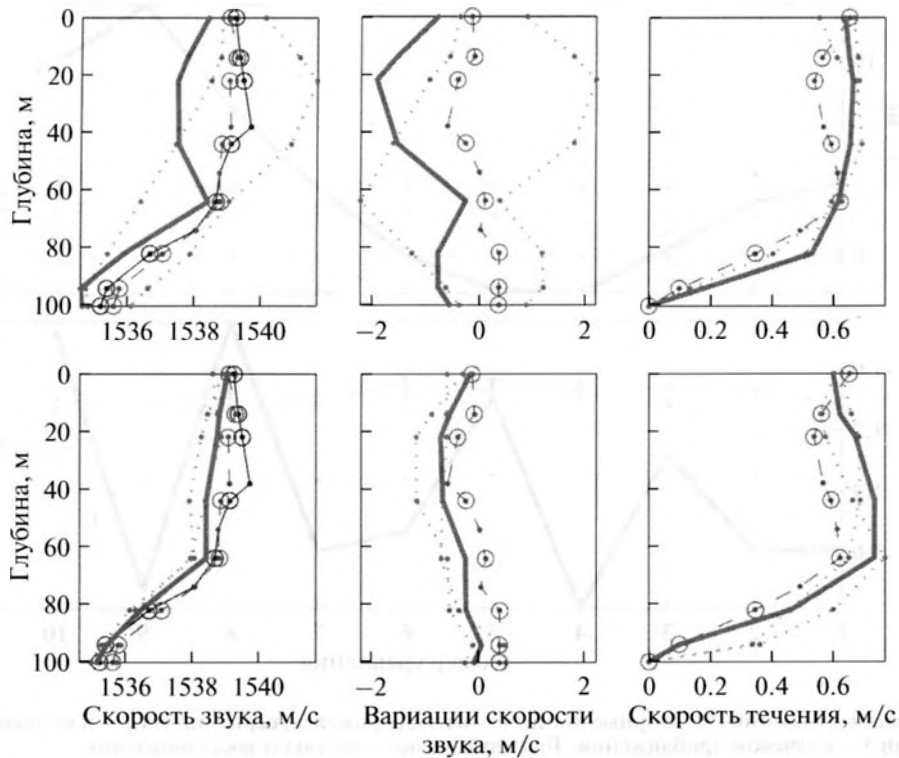
Результат восстановления вариаций скорости звука и течения (решение уравнений (3)) для этого случая представлен в верхнем ряду рис. 5 сплошными жирными линиями. Ошибки восстановления (4) при этом оказались равными:  $\sigma_c = 0.38$  м/с ( $\delta_c = 126\%$ ) и  $\sigma_u = 0.08$  м/с ( $\delta_u = 16\%$ ). Отметим, что точность восстановления скорости течения такая же, как и при чисто лучевом подходе (см. рис. 3). Однако точность восстановления вариаций скорости звука значительно ниже. Похожая ситуация сохранилась также и при инверсии для другого выбора наиболее раннего прихода  $T_{r1}$  и различных вариантов идентификации времен  $T_m$  и  $T_{\pm m}$ . Некоторые из этих результатов представлены на рис. 5 точечными линиями. Ошибки восстановления скорости звука заключались в пределах:  $0.38$  м/с  $\leq \sigma_c \leq 0.78$  м/с (126–

259%), в то время как  $\sigma_u$  оставались близкими к 0.08 м/с.

Таким образом, можно предположить, что большие ошибки лучевой теории на низких частотах (например, из-за сдвига отраженных лучей [20]), в основном, сказываются на восстановлении вариаций скорости звука. В случае же реконструкции скорости течений  $u_k$  правые части соответствующих уравнений (см. (2)–(3)) зависят от разности времен распространения сигналов вдоль и против течения  $T_{+m} - T_{-m}$ , для которых поправки к лучевой теории, по-видимому, близки друг к другу. Поэтому можно ожидать, что профиль скорости течения, восстановленный в результате инверсии лучевых уравнений, будет существенно более близок к реальному по сравнению с профилем скорости звука.

#### ПРИМЕНЕНИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ЛУЧЕВОЙ ТОМОГРАФИИ К ИЗМЕРЕННОЙ ФУНКЦИИ ВЗАИМНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ШУМОВ ОКЕАНА

Уравнения связи (2) для  $\Delta c$  и  $u$ , рассчитанные для водного слоя на однородном полупространстве, также были использованы и для инверсии данных эксперимента. Времена прихода групп



**Рис. 5.** Инверсия по рассчитанным временам  $T_{\pm m}$ . Верхний ряд – восстановленные профили  $c_s(z)$ ,  $\Delta c_s(z)$ ,  $u_s(z)$  (жирные линии) для случая без слоя осадков, нижний ряд – то же со слоем осадков. Точечные линии – расчеты для других вариантов идентификации времен  $T_{\pm m}$ . Сплошная линия (слева), помеченная “○”, – исходный профиль скорости звука. Штриховые линии, также помеченные “○”, – используемые в расчетах возмущенные профили.

лучей  $T_m$  в этом случае сопоставлялись с экспериментальной функцией взаимной корреляции (см. рис. 1). При этом правые части уравнений ( $\Delta T_c$  и  $\Delta T_u$ ) оказались весьма большими и нерегулярными для всех вариантов идентификации. На рис. 6 жирными сплошными линиями 1 представлены типичные их значения, как и (для сравнения) те же величины, полученные в модовом (серые сплошные линии 2) и в лучевом (штриховые линии 3) приближениях.

Результат восстановления показан в верхнем ряду рис. 7 сплошными жирными линиями. Стабилизации решения удалось добиться лишь при достаточно больших значениях параметров  $\epsilon_{dc}$  и  $\epsilon_{du}$  – от 0.1 до 0.5. При этом изменение параметров  $\epsilon_c$  и  $\epsilon_u$  в достаточно широких пределах ( $10^{-3}$ –0.2) влияло на результат инверсии в существенно меньшей степени. Точечными линиями на рис. 6 показаны правые части  $\Delta \tilde{T}_c$  и  $\Delta \tilde{T}_u$  уравнений (2), полученные при подстановке в них восстановленных значений  $\Delta c$  и  $\mathbf{u}$ . Большой разброс правых частей  $\Delta T_c$  и  $\Delta T_u$  уравнений (2), естественно, привел к значительным значениям их среднеквадратичных невязок с восстановленными  $\Delta \tilde{T}_c = \hat{\mathbf{V}} \Delta c$  и  $\Delta \tilde{T}_u = \hat{\mathbf{V}} \mathbf{u}$ :

$$\sigma_{Tc}^2 = \langle (\Delta \tilde{T}_c - \Delta T_c)^2 \rangle, \quad \sigma_{Tu}^2 = \langle (\Delta \tilde{T}_u - \Delta T_u)^2 \rangle. \quad (5)$$

Соответствующие этим величинам неопределенности при восстановлении скорости звука  $\sigma_{c_s} = \langle \epsilon \rangle \sigma_{Tc}$  и течений  $\sigma_{u_s} = \langle \epsilon \rangle \sigma_{Tu}$  также весьма велики. Их значения для различных частотных диапазонов расчета функций взаимной корреляции и вариантов идентификации лежали в пределах  $5 \text{ м/с} \leq \sigma_{c_s} \leq 10 \text{ м/с}$  и  $0.42 \text{ м/с} \leq \sigma_{u_s} \leq 0.55 \text{ м/с}$ . Средние по глубине вариации скорости звука также существенно изменялись (до нескольких метров в секунду). Средние скорости течения при этом менялись незначительно (от 0.54 до 0.6 м/с) и превышали полученное в [14] значение 0.47 м/с примерно на 0.1 м/с. Отметим также, что во всех этих вариантах восстановления профили скорости течения оказались близкими друг к другу, их разность не превышала 0.15 м/с – величину, существенно меньшую возможных значений  $\sigma_{u_s}$ , но примерно в два раза превышающую ошибку  $\sigma_c = 0.085 \text{ м/с}$  при лучевом подходе. Это обстоятельство подтверждает высказанное выше предположение о меньшем влиянии ошибок лучевой теории на результаты восстановления профиля течения по сравнению с реконструкцией вариаций скорости звука.

Можно было бы ожидать, что процедура инверсии улучшится, если между слоем воды и однородным жидким полупространством добавить жидкий слой осадков. В районе эксперимента



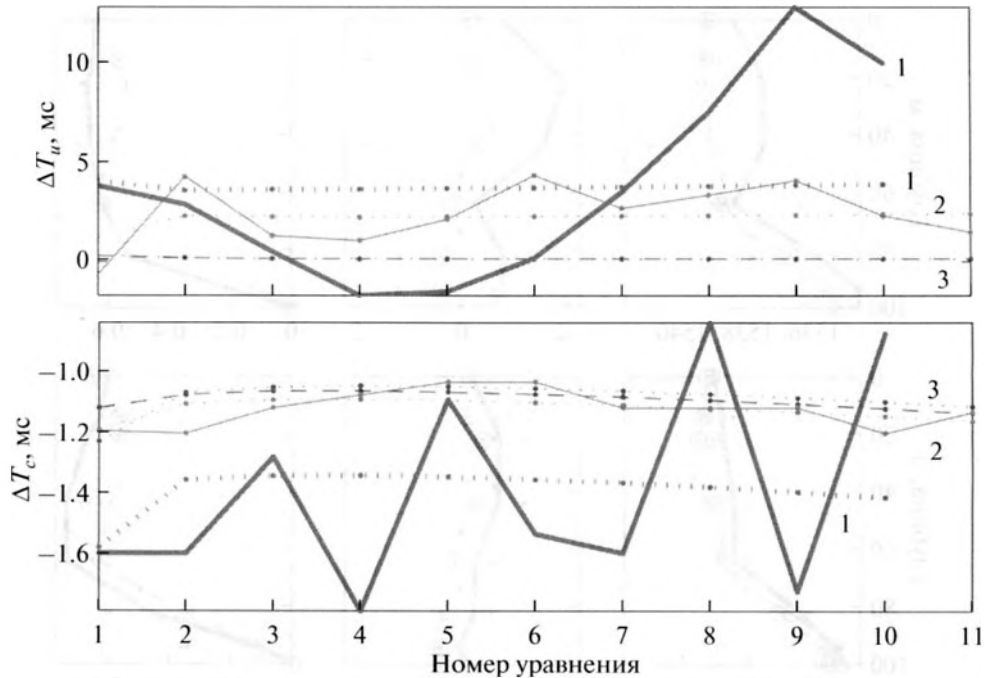


Рис. 6. Правые части уравнений (2). Жирные линии 1 — из эксперимента, серые линии 2 — в модовом приближении, штриховые линии 3 — в лучевом приближении. Точечные линии — результат восстановления.

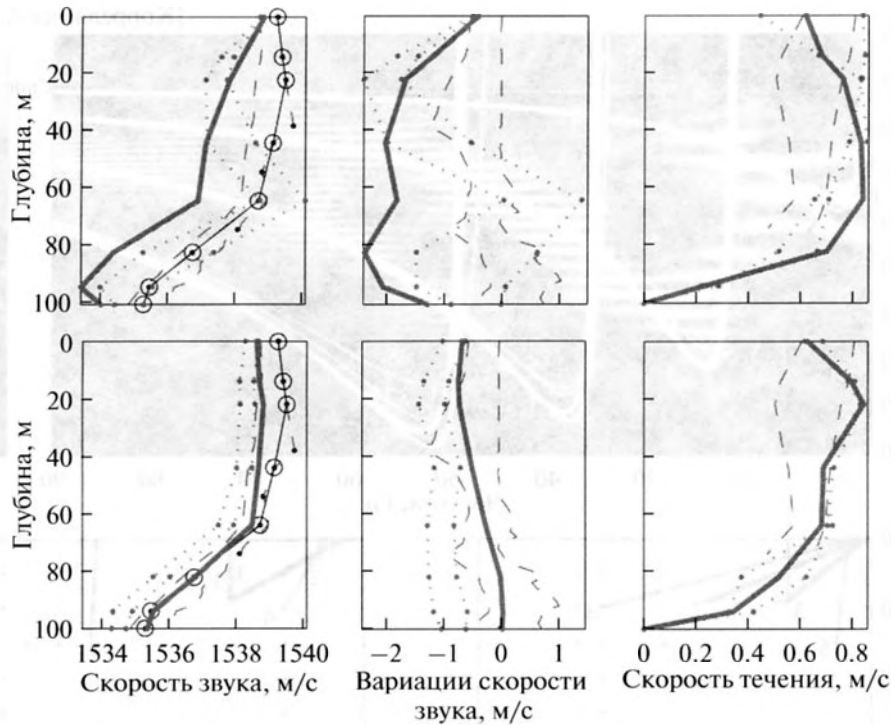
наиболее точная (на сегодняшний день) модель такого слоя была получена в статье [13]: толщина  $h = 9$  м, скорость звука  $c_s = 1570$  м/с, отношение плотностей  $\rho_s/\rho_0 = 1.3$ ; в жидком полупространстве  $c_b = 1800$  м/с,  $\rho_b/\rho_0 = 2.2$  соответственно. Такая модель слоя осадков со скачком параметров на его границе с водой существенно усложняет расчеты в лучевом приближении из-за многократных отражений на этой границе. Поэтому была предпринята попытка оценить в модовом приближении возможные параметры слоя осадков, результаты расчета для которых в какой-то мере согласуются с экспериментальными. Профили скорости звука и плотности в слое предполагались линейными. Их значения на границах слоя  $c_{s1}$ ,  $c_{s2}$  и  $\rho_{s1}$ ,  $\rho_{s2}$  могли быть произвольными (пять параметров вместе с  $h$ ), либо определялись пористостью  $p_{s1}$ ,  $p_{s2}$  (три параметра) по известным эмпирическим формулам  $c_{sj} = c_0 + A_{c1}p_{sj} + A_{c2}p_{sj}^2$  и  $\rho_{sj} = \rho_0 + A_{\rho1}p_{sj}$  [7].

Для оценки согласованных с экспериментом значений этих параметров были рассчитаны корреляционные функции  $C_{cm}(t, F_{cm})$  экспериментального шумового поля в частотных интервалах  $(F_{cm} - 10, F_{cm} + 10)$  Гц, где  $F_{cm} = 10 + 2m$ ,  $m = 0, 1, \dots, 40$ . Вид этих функций показан на верхнем рис. 8, где по вертикальной оси вместо времени  $t$  отложена величина  $V_g = R/t$ , соответствующая групповой скорости сигналов (здесь  $R = 5.01$  км — дистанция между гидрофонами). На эту же картину белыми точечными линиями наложены расчи-

танные для различных моделей слоя осадков (см. нижние рис. 8) групповые скорости первых четырех звуковых мод. Жирными пронумерованными линиями на верхнем рисунке показаны зависимости, визуально наиболее близкие к экспериментальным и отвечающие линиям тех же номеров на нижнем рисунке. Линии номера 2 соответствуют вышеупомянутой модели среды [13]. Они практически совпадают с непрерывными профилями (1) и близки к непрерывным профилям (3).

Отметим, что представленную на рис. 8 процедуру не следует рассматривать как способ восстановления параметров слоя осадков. Экспериментальные зависимости на верхнем рис. 8 сильно размыты вдоль горизонтальной оси частот. Это делает нашу оценку весьма грубой и неоднозначной, позволяющей получить лишь качественное представление о структуре осадочного слоя. Для нахождения более надежных данных о параметрах осадочного слоя целесообразно использовать, например, метод согласования экспериментальных функций взаимной корреляции  $C_e(t)$  с рассчитанной в модовом приближении функцией Грина, например, с  $G_{+m}(t)$  [13]. Однако с реализацией этого подхода при восстановлении течений могут возникнуть определенные трудности. Это можно видеть, например, при сравнении хода линий 1 и 2 на рис. 6, а также и при визуальном сравнении зависимостей  $C_{\pm c}(t)$  и  $G_{\pm m}(t)$  на рис. 1 и рис. 4 соответственно. Легко заметить, что смещение между зависимостями  $G_{+m}(t)$  (вдоль течения,





**Рис. 7.** Инверсия экспериментальных данных. Верхний ряд – восстановленные профили  $c_p(z)$ ,  $\Delta c_p(z)$ ,  $u_p(z)$  (жирные линии) для случая без слоя осадков, нижний ряд – то же со слоем осадков. Точечные линии – расчеты для других вариантов идентификации. Сплошная линия (слева), отмеченная “○”, – исходный профиль скорости звука. Штриховые линии ограничивают интервалы измеренных в эксперименте профилей.

штриховая линия на нижнем рис. 4) и  $G_{-m}(t)$  (против течения, сплошная линия) меняется незначительно. В то же время, аналогичное смещение между  $C_{+e}(t)$  и  $C_{-e}(t)$  падает практически до нуля в интервале времен  $t = 3.45 \dots 3.55$  с (см. нижний рис. 1). Трудно представить профиль скорости течения, отвечающий такому временному ходу смещения. Возможно, это связано с ошибками в оценке функций Грина по шумовой функции взаимной корреляции  $C_e(t)$ .

Непрерывные профили скорости звука и плотности в слое осадков (профили 1 и 3 на нижнем рис. 8) были использованы как для расчета матрицы  $\mathbf{B}$  в лучевых уравнениях (2), так и их правых частей  $\Delta T_c$  и  $\Delta T_u$ , получаемых из функций Грина  $G_{\pm m}(t)$  в модовом приближении. В нижнем ряду на рис. 5 жирными сплошными и точечными линиями показан результат инверсии этих уравнений. Для различных моделей слоя осадков и вариантов идентификации ошибки восстановления (4) составили:

$$0.16 \text{ м/с} \leq \sigma_c \leq 0.34 \text{ м/с} \text{ (53–113\%),}$$

$$0.07 \text{ м/с} \leq \sigma_u \leq 0.11 \text{ м/с} \text{ (14–22\%).}$$

Отсюда следует, что если ошибки восстановления скорости течения остались примерно на прежнем уровне, то точность восстановления вариаций скорости звука в несколько раз улучшилась. Подобная картина наблюдалась и при инверсии тех

же лучевых матричных уравнений с рассчитанными по экспериментальным функциям взаимной корреляции  $C_{\pm e}(t)$  правыми частями. Результаты такой инверсии показаны в нижнем ряду на рис. 7 также жирными сплошными и точечными линиями.

Отметим заметное на рис. 6 регулярное смещение (положительное для  $\Delta c$  и отрицательное для  $u$ ) значений правых частей  $\Delta T_c$  и  $\Delta T_u$  уравнений (2), полученных как из эксперимента, так и (в меньшей степени) в модовом приближении. При инверсии этот эффект приводит также к регулярному смещению результатов восстановления на рис. 5 и рис. 7 (отрицательному для  $\Delta c$  и положительному для  $u$ ). При этом, естественно, растет и усредненная по глубине скорость течения  $\langle u \rangle$ , экспериментальное значение которой составляет  $\langle u_e \rangle = 0.47$  м/с [14]. Близкое к этому значение  $\langle u_n \rangle = 0.49$  м/с задавалось в модельных расчетах. Для сравнения все результаты восстановления параметров среды, полученные как при численном моделировании, так и при инверсии экспериментальных данных, представлены в таблице. Напомним, что здесь во всех случаях инверсия проводилась по классической схеме линейной лучевой томографии Манка. Отличаются они способом задания времен прихода  $T_{\pm}$  в правых частях уравнений (2). Первая строка таблицы – рассчитанные лучевые приходы в средах со скоростью

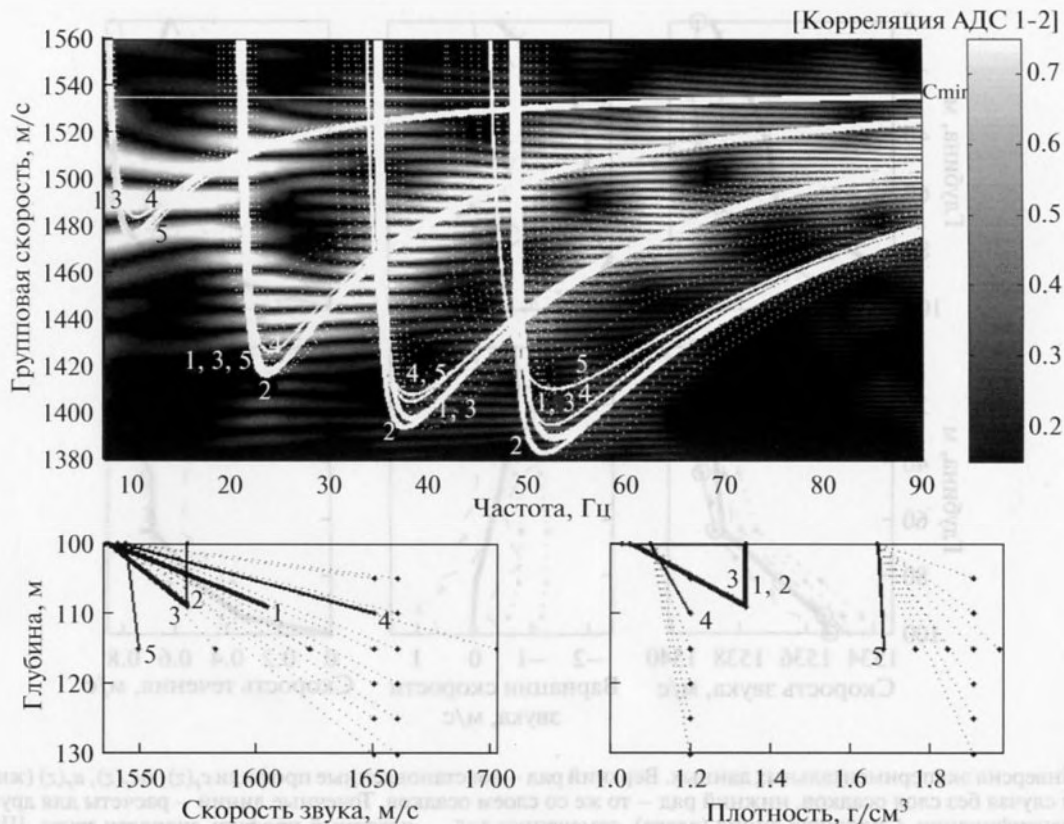


Рис. 8. Верхний рисунок: корреляция шумового поля на интервалах 20 Гц и расчетные частотные зависимости групповых скоростей первых четырех звуковых мод для различных моделей слоя осадков. Нижний рисунок: используемые для расчета профили скорости звука (слева) и плотности (справа) в слое осадков, сплошные линии соответствуют расчетным групповым скоростям на верхнем рисунке.

звука  $c + \Delta c$  и течением  $\pm u$ . Во 2-й и 3-й строках времена  $T_{\pm}$  определяются по рассчитанной в модовом приближении функции Грина для тех же сред с добавлением слоя осадков в случае 3-й строки. Аналогично и для инверсии в 4-й и 5-й строках, но с использованием экспериментальной функции взаимной корреляции шума. Величины  $\sigma_{ct}$  и  $\sigma_{ut}$  соответствуют среднеквадратичным невязкам  $\sigma_{Tc}$  и  $\sigma_{Tu}$  (5) правых частей уравнений (2) с восстановленными величинами:  $\sigma_{ct} = \langle c \rangle \sigma_{Tc}$  и  $\sigma_{ut} = \langle c \rangle \sigma_{Tu}$ .

Приведенные в таблице оценки погрешности восстановления скорости течения по экспериментальным данным следует рассматривать как оценки сверху. Сравнение с прямыми измерениями скорости течения при помощи двух ADCP

(см. рис. 1b в [14]) на трассе распространения звука и с пассивным акустическим измерением средней по глубине скорости течения [14], которое не требует идентификации отдельных времен прихода, показывает, что восстановленные профили скорости течения (рис. 7) согласуются с независимыми измерениями с точностью 0.10–0.15 м/с. Возможно, что отмеченное выше регулярное смещение значений правых частей  $\Delta T_c$  и  $\Delta T_u$  уравнений (2) при обработке измерений и завышенные оценки ошибок инверсии связаны с использованием приближения эффективной скорости звука, погрешности которого не давали вклад в невязки в численных экспериментах. Дополнительный вклад в ошибки инверсии могут вносить отличия

Таблица

Вид инверсии	Осадки	$\sigma_c$ , м/с	$\sigma_u$ , м/с	$\sigma_{ct}$ , м/с	$\sigma_{ut}$ , м/с	$\langle u \rangle$ , м/с
Лучи—лучи	Нет	0.16	0.08	0.02–0.14	0.06	0.52
Лучи—моды	Нет	0.38–1.06	0.08	1.77–3.62	0.07–0.10	0.53–0.55
Лучи—моды	Есть	0.16–0.34	0.07–0.11	2.62–3.53	0.10–0.23	0.58–0.60
Лучи—экспер.	Нет			7.11–12.89	0.42–0.56	0.63–0.69
Лучи—экспер.	Есть			1.55–3.46	0.41–0.58	0.58–0.66

измеренной функции корреляции шумов от функции Грина, обсуждаемые в работах [9, 13].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные результаты численных экспериментов и применения классической схемы лучевой томографии к данным натурного эксперимента показывают, что на низких частотах в мелком море (точнее, когда число распространяющихся нормальных волн невелико) лучевая инверсия дает только весьма грубую оценку профиля скорости звука в воде и не пригодна для определения параметров дна. Это согласуется с теоретическими представлениями о точности геометрической акустики [20]. В отличие от вертикальных зависимостей скорости звука и плотности, классическая схема позволяет осуществить приближенное восстановление профиля скорости течения. Это, по видимому, связано с тем, что течения фактически восстанавливаются по невзаимности времен распространения, а обусловленная течениями акустическая невзаимность слабо чувствительна к вариациям прочих параметров среды и, следовательно, к погрешностям описания “взаимных” характеристик звукового поля [16, 20]. Другими словами, ошибки лучевой теории, связанные с использованием низких акустических частот, при распространении вдоль и против течения компенсируются в большей своей части в силу принципа взаимности. Отметим, что восстановленный профиль скорости течения (рис. 5 и рис. 7) практически не зависит от структуры морского дна. Напротив, при восстановлении профиля скорости звука в воде структура морского дна (осадочного слоя, в первую очередь) играет важную роль.

Более точное, чем удается достичь в рамках классической схемы лучевой томографии, восстановление вертикальной зависимости скорости течений в океане, а также профиля скорости звука в воде и структуры морского дна в мелком море методами интерферометрии шумов, требует развития модовых и волновых подходов к решению обратной задачи.

Работа выполнена при поддержке ONRG (грант N62909-14-1-N021) и NSF (гранты OCE1129524 и OCE1129860), а также при частичной поддержке грантов РФФИ № 16-29-02036 офи\_м и № 15-05-01183.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wapenaar K.* Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. № 25. P. 254301-1–254301-4.
2. *Weaver R.L., Lobkis O.I.* Diffuse fields in open systems and the emergence of the Green's function // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116. № 5. P. 2731–2734.
3. *Godin O.A.* Recovering the acoustic Green's function from ambient noise cross-correlation in an inhomogeneous moving medium // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 97. № 5. P. 054301-1–054301-4.
4. *Godin O.A.* Accuracy of the deterministic travel times retrieval from cross-correlations of non-diffuse ambient noise // *J. Acoust. Soc. Am.* 2009. V. 126. № 6. P. EL183–EL189.
5. *Godin O.A.* Cross-correlation function of acoustic fields generated by random high-frequency sources // *J. Acoust. Soc. Am.* 2010. V. 128. № 2. P. 600–610.
6. *Munk W., Worcester P., Wunsch C.* Ocean Acoustic Tomography. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995. 433 p.
7. *Гончаров В.В., Зайцев В.Ю., Куртенов В.М., Нечаев А.Г., Хилько А.И.* Акустическая томография океана. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997. 256 с.
8. *Wapenaar K., Draganov D., Robertsson J.O.A.* Seismic Interferometry: history and present status / *Geophysics Reprint Series No. 26.* Tulsa, Oklahoma: Society of Exploration Geophysics, 2008.
9. *Brown M.G., Godin O.A., Williams N.J., Zobotin N.A., Zobotina L., Banker G.J.* Acoustic Green's function extraction from ambient noise in a coastal ocean environment // *Geophys. Res. Lett.* 2014. V. 41. № 15. P. 5555–5562.
10. *Godin O.A., Zobotin N.A., Goncharov V.V.* Ocean tomography with acoustic daylight // *Geophys. Res. Lett.* 2010. V. 37. № 13. P. L13605-1–L13605-6.
11. *Годин О.А., Гончаров В.В., Заботин Н.А.* Пассивная акустическая томография океана // *ДАН.* 2012. Т. 444. № 1. С. 606–609.
12. *Woolfe K.F., Lani S., Sabra K.G., Kuperman W.A.* Monitoring deep-ocean temperatures using acoustic ambient noise // *Geophys. Res. Lett.* 2015. V. 42. № 8. P. 2878–2884.
13. *Zang X., Brown M.G., Godin O.A.* Waveform modeling and inversion of ambient noise cross-correlation functions in a coastal ocean environment // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 138. № 3. P. 1325–1333.
14. *Godin O.A., Brown M.G., Zobotin N.A., Zobotina L.Y., Williams N.J.* Passive acoustic measurement of flow velocity in the Straits of Florida // *Geoscience Lett.* 2014. V. 1. P. 16-1–16-7.
15. *Гончаров В.В., Иванов В.Н., Кочетов О.Ю., Курьянов Б.Ф., Серебряный А.Н.* Акустическая томография на шельфе Черного моря // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 5. С. 614–622.
16. *Годин О.А., Михин Д.Ю., Мохов А.В.* Акустическая томография океанских течений по методу согласованной невзаимности // *Акуст. журн.* 1996. Т. 42. № 4. С. 501–509.
17. *Акуличев В.А., Безответных В.В., Каменев С.И., Кузьмин Е.В., Моргунов Ю.Н., Нужденко А.В.* Акустическая томография динамических процессов в шельфовой зоне Японского моря // *ДАН.* 2001. Т. 381. № 2. С. 243–246.
18. *Буров В.А., Гринюк А.В., Кравченко В.Н., Муханов П.Ю., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Выделение мод из шумового поля мелкого моря одиночными донными гидрофонами для целей пассивной томографии // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 6. С. 611–622.
19. *Гончаров В.В., Чепурин Ю.А., Годин О.А.* Пассивная акустическая томография океана при использовании антенн неизвестной формы // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 2. С. 193–201.
20. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика неоднородных сред. Т. 2. Звуковые поля в слоистых и трехмерно-неоднородных средах. М.: Наука, 2009. 428 с.