

АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ
ТВЕРДЫХ СРЕД. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534

ВОЛНЫ ЛЯВА, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ДВИЖУЩИМСЯ ИСТОЧНИКОМ

© 2015 г. Ю. М. Заславский

Институт прикладной физики РАН

603950 Н. Новгород, ул. Ульянова 46

E-mail: zaslav@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 07.11.2014 г.

Теоретически анализируются характеристики поверхностных волн Лява, возбуждаемых моментом осциллирующей скручивающей силы с точкой воздействия, перемещающейся равномерно и прямолинейно вдоль свободной плоской границы среды, имеющей структуру “слой на полупространстве”. Исследовано азимутально-угловое распределение амплитуды и доплеровский сдвиг частоты волновых мод в зависимости от скорости движения виброисточника и параметров среды.

Ключевые слова: осциллирующий момент, скручивающая сила, движущийся источник, волна Лява, волновые моды, азимутальное распределение, сдвиг частоты.

DOI: 10.7868/S0320791915060155

В настоящей работе проводится анализ поверхностных волн Лява, возбуждаемых моментом осциллирующей скручивающей силы, сосредоточенным на свободной плоской границе среды, с точкой приложения, движущейся вдоль нее равномерно и прямолинейно (рис. 1). Ранее в литературе обсуждались характеристики волн Лява, регистрация которых может найти применение при прогнозе землетрясений [1–5]. Эти волны, порождаемые в результате природных геофизических явлений, могут также иметь и техногенную природу и возбуждаться, например, искусственными источниками крутильных колебаний. В частности, такие движущиеся источники возникают за счет взаимодействия ходовой части ж.-д. транспортных средств с грунтом, причем непосредственный контакт имеет место в системе “колесо–рельсы”. Любая вагонная тележка при превышении некоторой скорости качения за счет автоколебательных процессов типа “шимми” наряду с вертикальными динамическими нагрузками представляет собой источник сдвиговых и крутильных флуктуирующих возмущений. Поэтому появление сейсмосигналов в виде L -волны достаточно высокого уровня (в некоторых частотных интервалах) при контрольной регистрации вблизи ж.-д. полотна во время движения составов представляет собой один из информативных признаков, сигнализирующих о наличии значительных дефектов (либо ходовой части, либо полотна) и о возрастающей опасности аварийной ситуации. Этим объясняется повышенный интерес к исследованию характеристик L -волны, возбуждаемой переменными динамическими нагрузками типа осциллирующего момента скручивающих сил.

Аналогичные исследования L -волн и волн других типов, порождаемых движущимися источниками, проводились и ранее. Наиболее типичной является постановка задачи, при которой источник возбуждения является заданным, в частности, в виде осциллирующего силового воздействия или силового момента [6–11]. Другой класс образуют задачи с “самосогласованной” постановкой, когда в процессе решения следует “реконструировать” некоторые характеристики источника [12, 13]. Их появление связано, в частности, с поиском причин сил торможения, возникающих при движении по направляющим, что относится к трибологической проблематике. Это задачи о возбуждении изгибных волн в пластинах и стержнях с движущейся статической вертикальной нагрузкой. В них наряду с нагрузкой, ориентированной перпендикулярно к плоской (или протяженной линейной) структуре, возникает необходимость учета компоненты силы в продольном направлении, вызывающей торможение движения (дополнительной к силе трения), причем величина последней определяется разницей в амплитуде волн, бегущих вперед и назад от нагрузки. Возбуждаемые в системе волны обладают дисперсией.

Проанализируем влияние фактора движения источника возмущения применительно к возбуждению L -волн, при распространении которых также характерна дисперсия, а сами они существуют в виде бесконечного набора мод. При анализе ограничимся предположением, что источник задан в виде момента осциллирующей скручивающей силы, точка приложения которого движется равномерно и прямолинейно вдоль свободной границы в структуре слой–полупространство. Целью анализа явля-

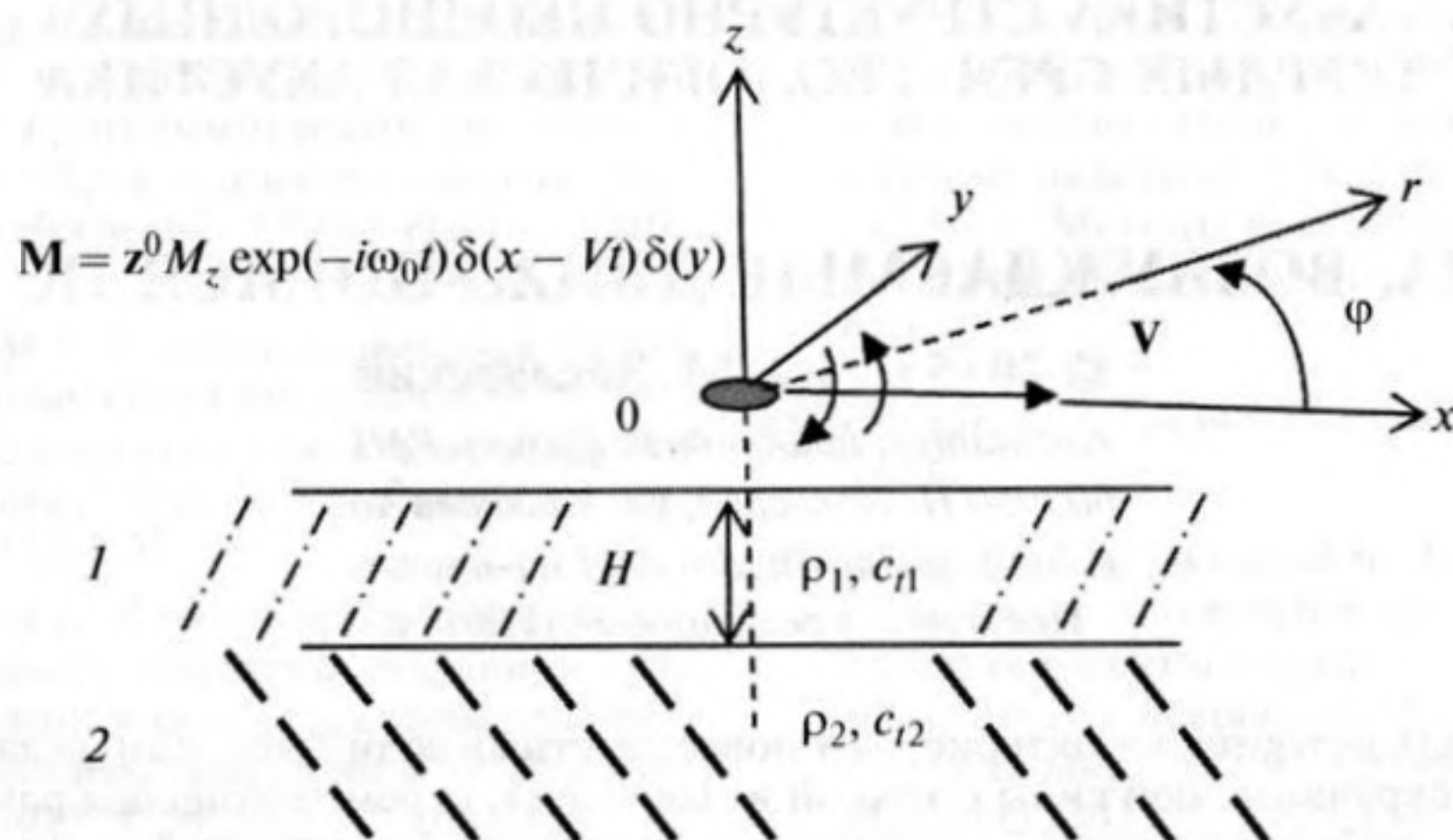


Рис. 1. Общий вид структуры среды и источника: осциллирующего момента скручивающей силы с точкой воздействия, поступательно перемещающейся вдоль оси x .

ется исследование особенностей амплитудно-частотных характеристик и доплеровского сдвига частоты L -волны, регистрируемой в некоторой точке свободной поверхности.

Рассматривается среда со структурой в виде однородного слоя, лежащего на однородном упругом полупространстве с идеальным контактом частиц вдоль плоской границы их раздела. В указанной структуре под действием момента осциллирующей скручивающей силы, имеющего δ -образное распределение по радиусу и приложенного к некоторой точке поверхности, не ограниченной по горизонтальным координатам, могут возбуждаться и распространяться волны Лява с осесимметричным распределением амплитуды, для которых характерна горизонтально-сдвиговая (SH) поляризация колебаний частиц [14]. В случае движущегося источника в пространственно-волновом распределении возникает зависимость от угла, которая отсутствует в случае "изотропного" источника волн этого типа, если последний поступательно не перемещается. Интересно рассмотреть особенности характера углового распределения амплитуд самых первых мод волны Лява, возбуждаемых таким источником, движущимся вдоль свободной границы, поскольку угловое распределение волнового излучения может отражать или быть связанным с некоторыми другими физическими характеристиками, например, с особенностями дисперсии, проявляющейся при волновом распространении. С практической точки зрения, как было отмечено выше, обнаружение волн Лява повышенного уровня при контрольной регистрации сейсмического отклика вблизи ж.-д. полотна служит информативным признаком дефектности, возникающей в системе "колесо—направляющая", что подтверждает актуальность настоящего анализа. Приповерхностная область земной среды слоиста, содержит верхний грунтовый слой, именно поэто-

му при решении задачи возбуждения сейсмических поверхностных волн в качестве ее простейшей и вместе с тем адекватной модели следует принять структуру слой—полупространство. На основе расчетных формул для волновых амплитуд поверхностных L -волн может быть сделана оценка предельно возможной удаленности от точки излучения, на которой еще удастся регистрировать указанные поверхностные волны. Наконец, при описании и при расчетах L -волн в структуре слой—полупространство могут быть использованы элементарные тригонометрические функции, что выгодно отличает этот случай от волн рэлеевского типа.

Решение задачи возбуждения волн Лява при гармоническом воздействии источника строится на основе записи условий на верхней (почти свободной) и нижней (контакт с полупространством) границах слоя. Для расчета волн Лява используется единственная компонента векторного потенциала ψ_z , с помощью которой поперечные смещения определяются как

$$\mathbf{u} = \mathbf{x}^0 \partial \psi_z / \partial y - \mathbf{y}^0 \partial \psi_z / \partial x, \quad (1)$$

причем значимые компоненты тензора напряжений определяются из соотношений

$$\sigma_{zx} = \mu \partial u_x / \partial z, \quad \sigma_{zy} = \mu \partial u_y / \partial z, \quad (2)$$

где $\mu = \rho c_T^2$. В рассматриваемом осесимметричном случае вместо x , y -компонент смещения фигурирует единственная ϕ -компонента смещения — u_ϕ :

$$u_\phi = -u_x \sin \phi + u_y \cos \phi, \quad (3)$$

а соответствующей компонентой тензора напряжений является

$$\sigma_{z\phi} = \mu \partial u_\phi / \partial z. \quad (4)$$

В частности, фурье-компонента осциллирующего момента, приведенная к одинаковой по размерности величине с помощью коэффициента G ,

явный вид которого выписан ниже, должна равняться фурье-компоненте тензора напряжений $\sigma_{z\phi 1}$ (область слоя) на свободной границе $z = 0$. Указанная компонента тензора напряжений при волновых деформациях должна быть одинаковой в точках на границе слоя (1) и полупространства (2), т.е. при $z = H$ должно быть $\sigma_{z\phi 1}(z = H) = \sigma_{z\phi 2}(z = H)$ (см. рис. 1). Также должно выполняться равенство волновых смещений сдвига $u_{\phi 1}(z = H) = u_{\phi 2}(z = H)$ по обе стороны этой границы.

Фурье-компоненту потенциала смещений в области 1 представим в виде

$$\Psi_{z1} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [A \exp(i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}z) + B \exp(-i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}z)] \times \exp i(-\omega t + k_x x + k_y y) d\omega dk_x dk_y \quad (5)$$

и аналогично в области полупространства 2:

$$\Psi_{z2} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C \exp(i(-\omega t + k_x x + k_y y) - \sqrt{k^2 - k_{12}^2}z) d\omega dk_x dk_y, \quad (6)$$

где $k_{11} = \omega/c_{11}$, $k_{12} = \omega/c_{12}$, $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, а коэффициенты $A(\omega, k)$, $B(\omega, k)$, $C(\omega, k)$ предполагаются функциями частоты ω и волнового вектора k .

Имеют место следующие интегральные выражения для смещений:

$$u_{\phi 1} = -\frac{i}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [A \exp(i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}z) + B \exp(-i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}z)] \exp i(-\omega t + k_x x + k_y y) k d\omega dk_x dk_y, \quad (7)$$

$$u_{\phi 2} = -\frac{i}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C \exp(i(-\omega t + k_x x + k_y y) - \sqrt{k^2 - k_{12}^2}z) k d\omega dk_x dk_y, \quad (8)$$

и напряжений:

$$\sigma_{z\phi 1} = \frac{\mu_1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{k_{11}^2 - k^2} \times [A \exp(i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}z) + B \exp(-i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}z)] \times \exp i(-\omega t + k_x x + k_y y) k d\omega dk_x dk_y, \quad (9)$$

$$\sigma_{z\phi 2} = \frac{i\mu_2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{k^2 - k_{12}^2} C \exp(i(-\omega t + k_x x + k_y y) - \sqrt{k^2 - k_{12}^2}z) k d\omega dk_x dk_y. \quad (10)$$

Вычислим фурье-компоненту момента M_z , осциллирующего с частотой ω_0 и движущегося вдоль границы $z = 0$ по направлению оси x :

$$M_z(\omega, k_x, k_y) = \frac{M_{z0}}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp i((\omega - \omega_0)t - k_x x - k_y y) \delta(x - Vt) \delta(y) dx dy dt. \quad (11)$$

Интегрируя сначала по y , затем по x , а потом по t , получим

$$M_z(\omega, k_x, k_y) = \frac{M_{z0}}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(i(\omega - \omega_0 - k_x V)t) dt = \frac{M_{z0}}{4\pi^2} \delta(\omega - \omega_0 - k_x V). \quad (12)$$

Это позволяет представить воздействующий на границу момент в виде интегрального разложения:

$$M_z = \frac{M_{z0}}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp i(-\omega t + k_x x + k_y y) \times \delta(\omega - \omega_0 - k_x V) d\omega dk_x dk_y. \quad (13)$$

Из перечисленных выше граничных условий нетрудно получить следующую систему уравнений для определения коэффициентов A, B, C :

$$A\mu_1 k \sqrt{k_{11}^2 - k^2} - B\mu_1 k \sqrt{k_{11}^2 - k^2} = GM_{z0} \delta(\omega - \omega_0 - k_x V), \quad A \exp(i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}H) + B \exp(-i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}H) - C \exp(-\sqrt{k^2 - k_{12}^2}H) = 0, \quad (14)$$

$$A\mu_1 \sqrt{k_{11}^2 - k^2} \exp(i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}H) - B\mu_1 \sqrt{k_{11}^2 - k^2} \times \exp(-i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}H) - iC\mu_2 \sqrt{k^2 - k_{12}^2} \times \exp(-\sqrt{k^2 - k_{12}^2}H) = 0,$$

где размерность коэффициента $[G] = 1/m^2$. Обращение детерминанта системы в нуль приводит к дисперсионному уравнению для волн Лява:

$$-i\mu_1\mu_2 \sqrt{k_{11}^2 - k^2} \sqrt{k^2 - k_{12}^2} \exp(-i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}H - \sqrt{k^2 - k_{12}^2}H) + \mu_1^2 (k_{11}^2 - k^2) \exp(i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}H - \sqrt{k^2 - k_{12}^2}H) - \mu_1^2 (k_{11}^2 - k^2) \exp(-i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}H - \sqrt{k^2 - k_{12}^2}H) - i\mu_1\mu_2 \sqrt{k_{11}^2 - k^2} \sqrt{k^2 - k_{12}^2} \times \exp(i\sqrt{k_{11}^2 - k^2}H - \sqrt{k^2 - k_{12}^2}H) = 0. \quad (15)$$

Запись в форме (15) может быть преобразована к стандартному виду [3, 5]:

$$\mu_2 \sqrt{k^2 - k_{12}^2} \cos \sqrt{k_{11}^2 - k^2}H - \mu_1 \sqrt{k_{11}^2 - k^2} \sin \sqrt{k_{11}^2 - k^2}H = 0. \quad (16)$$

Формула (16) описывает частотную дисперсию волн Лява, представляющих собой бесконечный набор мод. На рис. 2 представлены зависимости фазовой скорости $c_{L,m}/c_{l1}$ от безразмерной частоты $\omega H/c_{l1}$ для первых трех мод этой волны ($m = 1, 2, 3$).

Определяя коэффициенты A, B из системы (14), можно получить выражение, описывающее смещение в L -волне на свободной границе $u_{\phi l}(z = 0)$:

$$\frac{N(k, H, \mu_2/\mu_1)}{D(k, H, \mu_2/\mu_1)} = \frac{\mu_1 \sqrt{k_{l1}^2 - k^2} \cos(\sqrt{k_{l1}^2 - k^2} H) + \mu_2 \sqrt{k^2 - k_{l2}^2} \sin(\sqrt{k_{l1}^2 - k^2} H)}{\mu_1 \sqrt{k_{l1}^2 - k^2} \sin(\sqrt{k_{l1}^2 - k^2} H) - \mu_2 \sqrt{k^2 - k_{l2}^2} \cos(\sqrt{k_{l1}^2 - k^2} H)}.$$

Перейдя к полярным координатам в пространстве волновых векторов

$$k_x = k \cos \theta, \quad k_y = k \sin \theta \quad (18)$$

и интегрируя по k , получим

$$u_{\phi l} = \frac{M_{z0}}{4\pi\mu_1} \sum_m \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\delta(\omega - \omega_0 - \omega V \cos \theta / c_{L,m}) G_m N(\omega/c_{L,m}, H, \mu_2/\mu_1)}{\omega \sqrt{(1/c_{l1}^2) - (1/c_{L,m}^2)} D(\omega/c_{L,m}, H, \mu_2/\mu_1)} \times \\ \times \exp(-i\omega t + i\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)/c_{L,m} - \omega H \sqrt{(1/c_{L,m}^2) - (1/c_{l2}^2)}) d\omega d\theta, \quad (19)$$

где $D(\omega/c_{L,m}, H, \mu_2/\mu_1)$ — производная по k от функции D при $k = \omega/c_{L,m}$.

При интегрировании в (17) учитывается только вклад вычетов, соответствующих полюсам $k = \omega/c_{L,m}$ — нулям функции $D(\omega/c_{L,m}, H, \mu_2/\mu_1)$, совпадающей с детерминантом системы (14). Обращение в нуль знаменателя $D = 0$ приводит к вышеупомянутому дисперсионному

уравнению (16), и каждому действительному его корню, нумерованному индексом m , соответствует определенная ветвь дисперсионной зависимости (рис. 2), а следовательно, определенная волновая мода, возбуждаемая источником.

Интегрирование по ω выполняется путем свертки с δ -функцией:

$$u_{\phi l} = \frac{M_{z0}}{4\pi\mu_1} \sum_m \int_0^{2\pi} d\theta \frac{G_m N\left(\frac{\omega_0}{c_{L,m} - V \cos \theta}, H, \frac{\mu_2}{\mu_1}\right)}{\frac{\omega_0}{1 - V \cos \theta / c_{L,m}} \sqrt{\frac{1}{c_{l1}^2} - \frac{1}{c_{L,m}^2}} D\left(\frac{\omega_0}{c_{L,m} - V \cos \theta}, H, \frac{\mu_2}{\mu_1}\right)} \times \\ \times \exp \frac{i\omega_0(t - (x \cos \theta + y \sin \theta)/c_{L,m}) + \omega_0 H \sqrt{\frac{1}{c_{L,m}^2} - \frac{1}{c_{l2}^2}}}{1 - V \cos \theta / c_{L,m}}. \quad (20)$$

Используя полярную систему координат

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad (21)$$

последний интеграл по θ (20) нетрудно вычислить методом стационарной фазы вблизи $\bar{\theta} = \varphi$ для области дальней волновой зоны, т.е. при $k_l r \gg 1$:

$$u_{\phi l} = \frac{M_{z0} e^{-i\pi/4}}{2^{\frac{3}{2}} \pi^{\frac{3}{2}} \mu_1 H \omega_0^{\frac{3}{2}} \sqrt{r}} \sum_m \frac{G_m c_{L,m}^{\frac{3}{2}} (1 - V \cos \varphi / c_{L,m})^{\frac{3}{2}}}{Q_m} \times \\ \times \exp \left[\frac{(i\omega_0(t - r/c_{L,m}) + (\omega_0 H/c_{L,m}) \sqrt{1 - (c_{L,m}^2/c_{l2}^2)})}{1 - V \cos \varphi / c_{L,m}} \right], \quad (22)$$

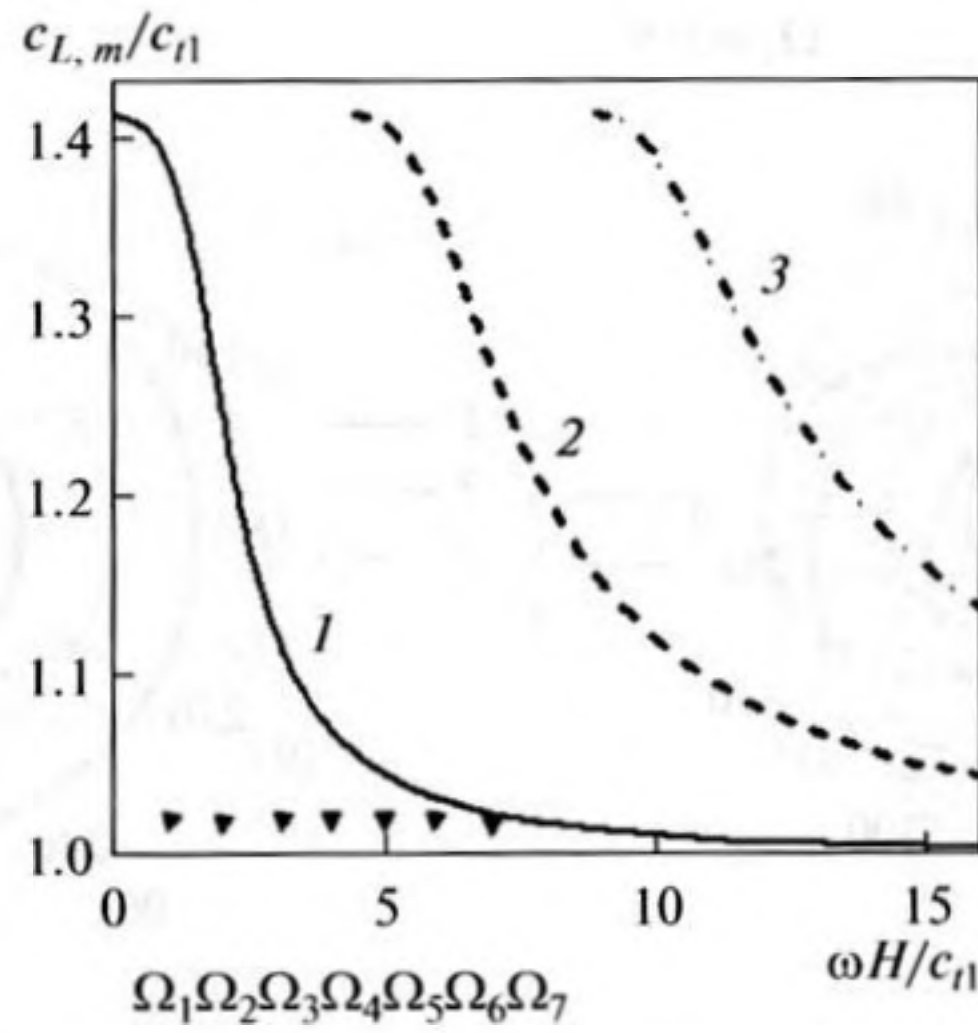


Рис. 2. Зависимость от частоты фазовой скорости первых трех мод $m = 1, 2, 3$ волны Лява. $c_{l1}^2/c_{l2}^2 = 0.5$, $\rho_2/\rho_1 = 2$, $\Omega_1 = 0.9$, $\Omega_2 = 2$, $\Omega_3 = 3$, $\Omega_4 = 4$, $\Omega_5 = 5$, $\Omega_6 = 5.8$, $\Omega_7 = 7$, положение частот $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4, \Omega_5, \Omega_6, \Omega_7$ отмечено треугольниками.

где

$$Q_m = 1 + \frac{\sin^2\left(\frac{\omega_0 H/c_{l1}}{1 - V \cos \varphi/c_{L,m}} \sqrt{1 - \frac{c_{l1}^2}{c_{L,m}^2}}\right) + \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \cos^2\left(\frac{\omega_0 H/c_{l1}}{1 - V \cos \varphi/c_{L,m}} \sqrt{1 - \frac{c_{l1}^2}{c_{L,m}^2}}\right)}{\frac{\omega_0 H/c_{l1}}{1 - V \cos \varphi/c_{L,m}} \sqrt{1 - \frac{c_{l1}^2}{c_{L,m}^2}} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega_0 H/c_{l1}}{1 - V \cos \varphi/c_{L,m}} \sqrt{1 - \frac{c_{l1}^2}{c_{L,m}^2}}\right)}$$

Выбирая в соответствии с указанием на размерность в (14) $G_m = \omega_0^2/c_{L,m}^2(1 - V \cos \varphi/c_{L,m})^2$, окончательно получаем после его подстановки в (22)

$$u_{\varphi l} = \frac{M_{z0} e^{-i\pi/4} \sqrt{\omega_0}}{\sqrt{2^3 \pi^3} \eta \mu_1 H} \sum_m \frac{\exp\left[\frac{i\omega_0(t - r/c_{L,m}) + (\omega_0 H/c_{L,m}) \sqrt{1 - (c_{L,m}^2/c_{l2}^2)}}{1 - V \cos \varphi/c_{L,m}}\right]}{Q_m \sqrt{c_{L,m}(1 - V \cos \varphi/c_{L,m})}} \quad (23)$$

Следовательно, зависимость от угла φ частоты $\omega_{L,m}(\varphi)$, соответствующей m -й моде L -волны, регистрируемой в неподвижной системе координат, описывается выражением

$$\omega_{L,m}(\varphi) = \frac{\omega_0}{1 - V \cos \varphi/c_{L,m}}, \quad (24)$$

а угловая зависимость ее амплитуды определяется формулой

$$A_{L,m}(\varphi) = \frac{\exp\left[\frac{(\omega_0 H/c_{L,m}) \sqrt{1 - (c_{L,m}^2/c_{l2}^2)}}{1 - V \cos \varphi/c_{L,m}}\right]}{Q_m \sqrt{1 - V \cos \varphi/c_{L,m}}} \quad (25)$$

Расчеты частотного сдвига и амплитудно-угловых характеристик L -волны по формулам (24) и (25) показывают наличие специфических особенностей, проявляющихся при перестройке частоты осцилляций источника ω_0 даже в пределах волновой моды одного номера, а также по мере возрастания скорости движения V/c_{l1} . Так, с ростом частоты в пределах участка дисперсионной кривой, соответствующей любой выделенной моде с резким падением фазовой скорости, имеет место первоначальное возрастание амплитуды поля, а затем, после достижения максимума, — ее уменьшение. Интересно также проследить изменения в амплитудно-угловой характеристике направленности волны при частот-

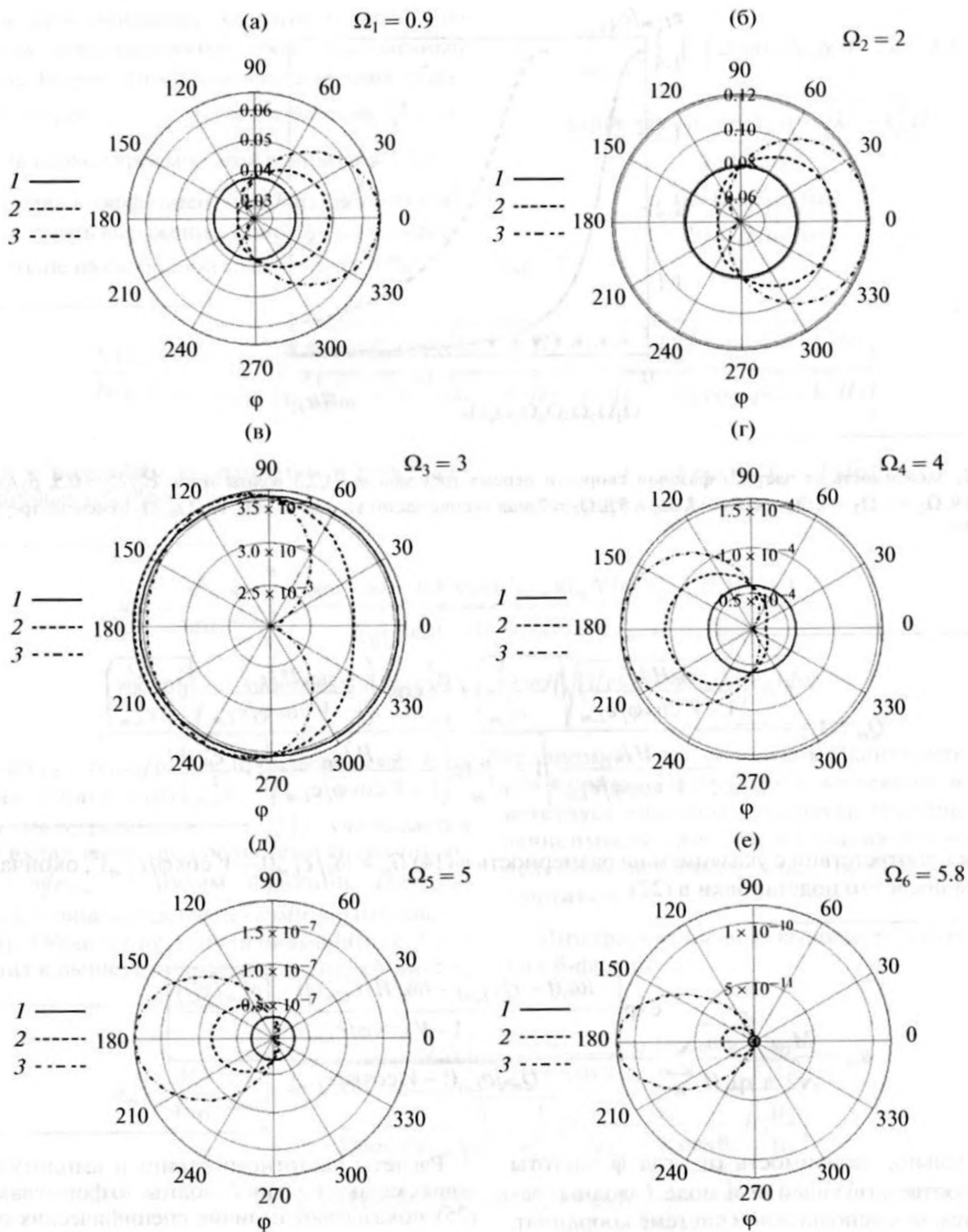


Рис. 3. Угловое распределение амплитуды волны Лява. Первая мода. 0° – направление вектора \mathbf{V} . (а) – $\Omega_1 = 0.9$, (б) – $\Omega_2 = 2$, (в) – $\Omega_3 = 3$, (г) – $\Omega_4 = 4$, (д) – $\Omega_5 = 5$, (е) – $\Omega_6 = 5.8$. Кривая 1 – $V/c_{11} = 0$, кривая 2 – $V/c_{11} = 0.1$, кривая 3 – $V/c_{11} = 0.2$.

ной перестройке от критического значения и выше при условии возбуждения мод: первой, второй и так далее, используя модель с некоторыми типичными параметрами жесткости среды. Диаграммы, характеризующие угловое распределение амплитуды для

первой волновой моды, представлены на рис. 3а–3е при $c_{11}^2/c_{12}^2 = 0.5$, $\rho_2/\rho_1 = 2$, $\mu_2/\mu_1 = \rho_2 c_{12}^2/\rho_1 c_{11}^2 = 4$ и при следующих значениях скорости движения источника: кривая 1 – $V/c_{11} = 0$ (неподвижный источ-

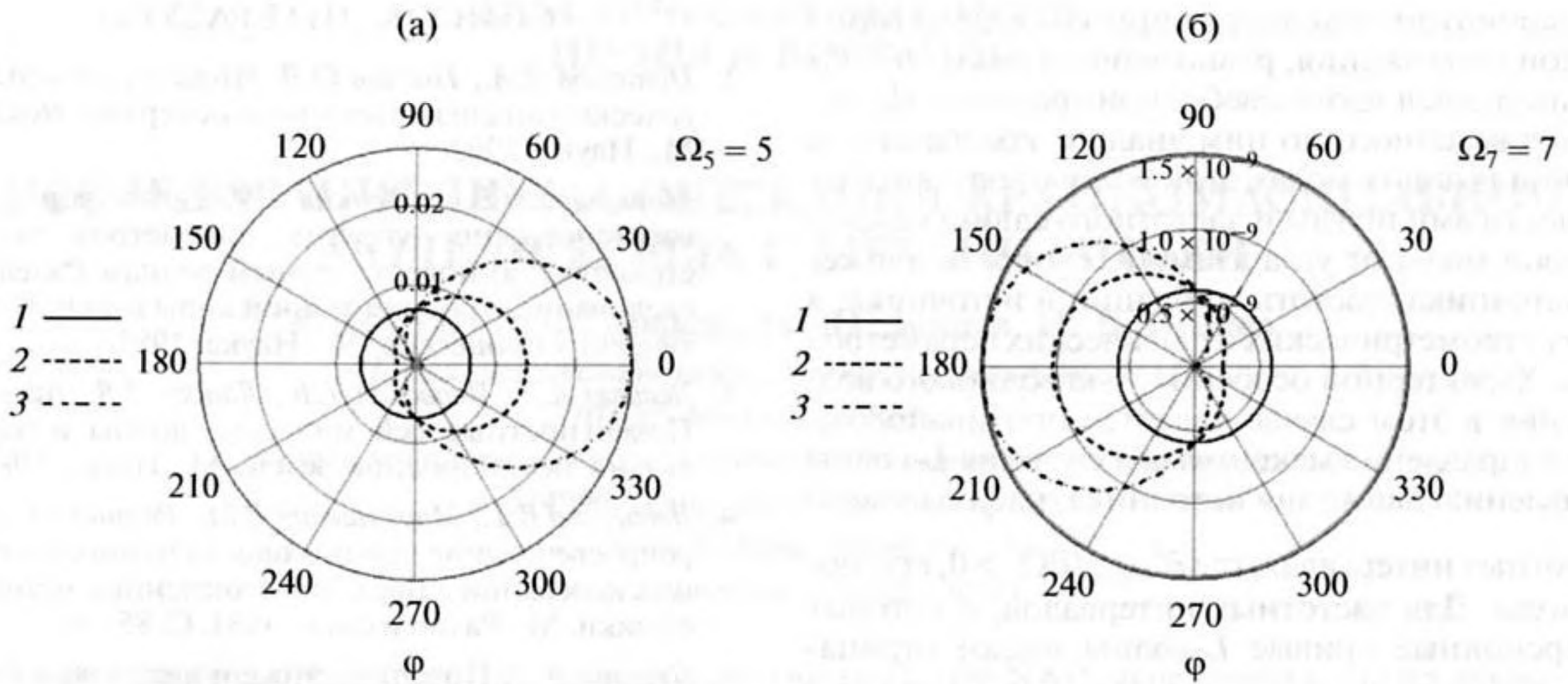


Рис. 4. Угловое распределение амплитуды волны Лява. Вторая мода. 0° – направление вектора \mathbf{V} . (а) – $\Omega_5 = 5$, (б) – $\Omega_7 = 7$. Кривая 1 – $V/c_{11} = 0$, кривая 2 – $V/c_{11} = 0.1$, кривая 3 – $V/c_{11} = 0.2$.

ник), кривая 2 – $V/c_{11} = 0.1$, кривая 3 – $V/c_{11} = 0.2$. Они соответствуют возрастающим значениям частоты осцилляций источника (далее используется нормированная величина $\Omega = \omega_0 H/c_{11}$): рис. 3а – $\Omega_1 = 0.9$, рис. 3б – $\Omega_2 = 2$, рис. 3в – $\Omega_3 = 3$, рис. 3г – $\Omega_4 = 4$, рис. 3д – $\Omega_5 = 5$, рис. 3е – $\Omega_6 = 5.8$. Положительные частоты $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4, \Omega_5, \Omega_6, \Omega_7$, используемых в расчетах, на рис. 2 отмечено треугольниками.

Диаграммы на рис. 3а, 3б соответствуют частотам источника, при которых вторая производная по частоте от дисперсионной кривой первой моды отрицательна, $\partial^2 c_{L,1} / \partial \Omega^2 < 0$, а на рис. 3в–3е – положительна, $\partial^2 c_{L,1} / \partial \Omega^2 > 0$ (рис. 3в – сразу после точки перегиба у кривой 1 на рис. 2). В первом интервале (рис. 3а, 3б) максимум излучения соответствует направлению, совпадающему со скоростью движения источника \mathbf{V} , а во втором случае максимум излучения приходится на направление, противоположное скорости движения источника.

Подобным по виду является азимутальное распределение волновых амплитуд, представленное на рис. 4а, 4б для второй моды L -волны на частотах $\Omega_5 = 5$ (рис. 4а) и $\Omega_7 = 7$ (рис. 4б). Диаграмма на рис. 4а соответствует участку дисперсионной кривой второй моды до точки перегиба, где $\partial^2 c_{L,2} / \partial \Omega^2 < 0$ и максимум излучения совпадает с направлением движения источника. На рис. 4б представлен случай, где $\partial^2 c_{L,2} / \partial \Omega^2 > 0$, соответствующий участку после точки перегиба, и по уровню преобладает излучение в направлении, противоположном скорости движения источника. Аналогичное поведение прослеживается при переходе на каждую следующую волновую моду.

Значение частоты волны, регистрируемой в неподвижной системе координат, в соответствии с (24) представлено на рис. 5 в виде полярной диаграммы $\Theta = \Omega / (1 - (V/c_{L,1}) \cos \phi)$ для $\Omega_2 = 2$ (первая мода), на которой демонстрируется доплеровский сдвиг на разных направлениях ϕ . Видно, что сдвиг частоты положителен на лучах, сонаправленных движению источника, и отрицателен в противоположных направлениях. Такой результат, в отличие от выше сформулированного для амплитудно-углового распределения, качественно сохраняется для любой частоты осцилляций источника и любой волновой моды.

Таким образом, в работе выведены аналитические формулы, описывающие волны Лява, излу-

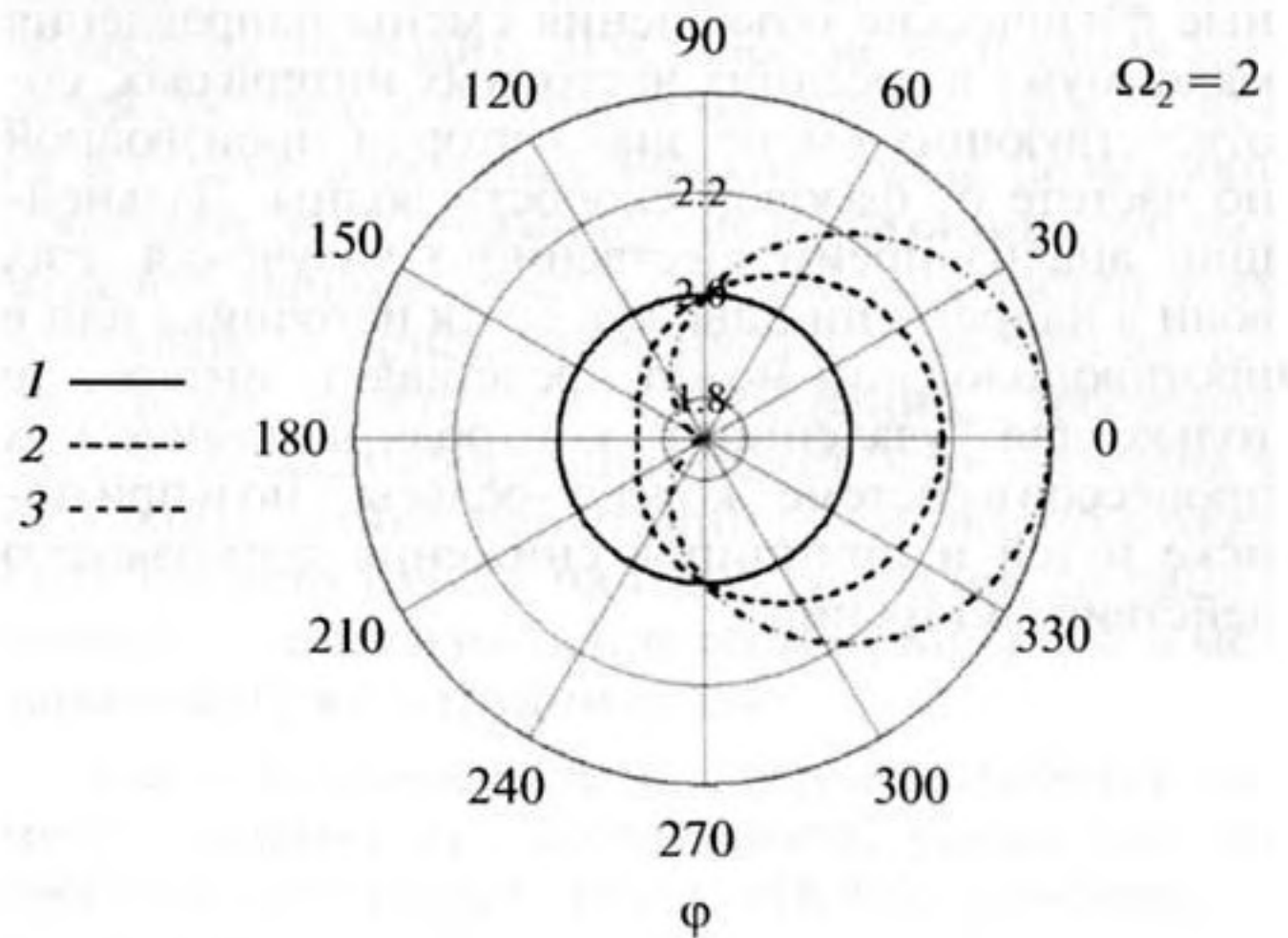


Рис. 5. Полярная диаграмма для частоты волны Θ , регистрируемой в неподвижной системе: кривая 1 – $V/c_{11} = 0$, кривая 2 – $V/c_{11} = 0.1$, кривая 3 – $V/c_{11} = 0.2$.

емые моментом осциллирующих сил скручивания с точкой приложения, равномерно и прямолинейно движущейся вдоль свободной границы. На основе проведенного по ним анализа колебаний на первой и высших модах этой волны получены зависимости амплитуды и частотного сдвига каждой волновой моды от угла азимута, скорости движения источника, частоты вибрации в источнике, а также от геометрических и физических параметров среды. Характерной особенностью волнового возбуждения в этом случае является противоположность направления максимума излучения L -волны направлению движения источника, наблюдаемого в частотных интервалах, где $\partial^2 c_{L,m} / \partial \Omega^2 > 0$, m — номер моды. Для частотных интервалов, в которых дисперсионные кривые L -волны имеют отрицательную вторую производную $\partial^2 c_{L,m} / \partial \Omega^2 < 0$, направления максимума излучения по-прежнему совпадают с направлением движения источника, как и в общеизвестных случаях, соответствующих излучению акустических волн в безграничном однородном пространстве (например, неограниченная воздушная атмосфера). Ранее для объемных акустических и упругих волн указанная особенность не отмечалась, поскольку последние не обладают сильно выраженной дисперсией. Частотный сдвиг L -волны, вне зависимости от частоты колебаний источника, как и в случае объемных акустических волн, положителен для углов азимута, сонаправленных скорости движения источника, и отрицателен в противоположных направлениях.

Обнаруженная закономерность не была отмечена и в более ранних исследованиях, посвященных возбуждению акустических волн движущимися источниками [15]. Применительно к возбуждению L -волны она проявляется как некоторое своеобразие эффекта Доплера. Возможны различные физические объяснения смены направления максимума в соседних частотных интервалах, соответствующих смене знака второй производной по частоте от фазовой скорости волны. Дальнейший анализ преимущественного излучения этих волн в направлении движущегося источника или в противоположном может представлять интерес не только для “удаленного” контроля динамических процессов в системе “колесо—рельсы”, но и при поиске путей и принципов снижения тормозящего действия сил трения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Потапов В.А., Павлов О.В.* Инженерно-сейсмологический анализ объемных и поверхностных волн. М.: Наука, 1992.
2. *Маркушевич В.М., Хенкин Г.М.* Явные формулы для восстановления упругих параметров полупространства по поверхностным волнам Рэлея / Исследование строения земной коры и анализ геофизических процессов. М.: Наука, 1987.
3. *Левшин А.Л., Яновская Т.Б., Ландер А.В., Букчин Б.Г.* Поверхностные сейсмические волны в горизонтально-неоднородной Земле. М.: Наука, 1986.
4. *Левшенко В.Т., Маркушевич В.М., Резников Е.Л.* Вибропросвечивание при помощи источников крутильных колебаний / Введение в численные методы геофизики. М.: Радио и связь, 1981. С. 85–90.
5. *Левшин А.Л.* Поверхностные и каналовые сейсмические волны. М.: Наука, 1973.
6. *Ben-Menahem A.* Radiation of seismic surface-waves from finite moving sources // Bulletin Seismol. Soc. Am. 1961. V. 51. № 3. P. 401–435.
7. *Заславский Ю.М.* К теории акустического излучения развивающихся трещин // Физика Земли. 1989. Т. 10. С. 95.
8. *Заславский Ю.М.* Об особенностях рэлеевских волн, возбуждаемых равномерно движущейся по поверхности осциллирующей силой // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 3. С. 536–538.
9. *Заславский Ю.М.* Частотный сдвиг рэлеевских волн, возбуждаемых источником колебаний, движущимся перпендикулярно границе раздела сред // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 4. С. 503–508.
10. *Заславский Ю.М., Заславский В.Ю.* Особенности акустических и упругих полей движущихся источников // Вестник ННГУ. 2013. № 5(1). С. 74–77.
11. *Заславский Ю.М.* Возбуждение конической волны источником осциллирующей силы, движущимся параллельно и нормально к границе двух сред // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 2. С. 274–276.
12. *Весницкий А.И., Лисенкова Е.Е.* Волны в системах с движущимися границами и нагрузками. М.: Физматлит, 2001.
13. *Гуцин В.В., Заславский Ю.М., Крысов С.В.* О тормозных силах при излучении изгибно-гравитационных волн нагрузкой, движущейся по льду // Физика Земли. 1985. № 5. С. 83.
14. *Викторов И.А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 288 с.
15. *Блохинцев Д.И.* Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Наука, 1981.