АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2015, том 61, № 5, с. 583–595

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 551.463.21

ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ДНА МЕЛКОГО МОРЯ

© 2015 г. В. А. Буров, С. Н. Сергеев, А. С. Шуруп, А. В. Щербина

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет

119991 ГСП-1, Москва, Ленинские горы

Тел.: (495) 939-3081; Факс: (495) 932-8820

E-mail: burov@phys.msu.ru

Поступила в редакцию 23.01.2015 г.

Рассматривается возможность применения методов модовой томографии для восстановления характеристик дна мелкого моря на примере совместной реконструкции рельефа дна и скорости звука в дне. Показано, что различие во влиянии неоднородности рельефа и скорости звука в дне на дисперсионные зависимости мод позволяет осуществить совместное восстановление этих характеристик в единой томографической схеме. Рассматриваемый подход основан на применении ранее разработанного полосчатого базиса, удобного для описания параметров как водного слоя (профиля скорости звука, течений), так и характеристик дна (рельефа и скорости звука в дне). Приведены результаты численного моделирования процесса восстановления рельефа мягкого дна, а также совместного восстановления рельефа и неоднородостей скорости звука в дне в предложенной схеме.

Ключевые слова: акустика мелкого моря, томография, характеристики дна.

DOI: 10.7868/S0320791915050068

ВВЕДЕНИЕ

Первоначально методы томографии разрабатывались для глубокого океана [1], т.е. для условий, в которых волноводные свойства обеспечиваются, в основном, профилем скорости звука, а влиянием дна на акустическое поле можно пренебречь. Непосредственное использование этих методов в мелком море не позволило бы верно восстановить характеристики исследуемой акватории, так как эффекты, привносимые неоднородностями дна, способны существенно изменить картину распространения акустического поля и требуют своего учета. Хотя характеристики дна могут быть оценены с помощью локальных методов измерения, например, эхолокацией, задача томографического восстановления характеристик дна также представляет интерес как часть общей схемы томографии неоднородностей мелкого моря. Например, для восстановления профиля скорости звука и течений в мелком море необходимо знать рельеф дна, скорость звука в дне и другие донные параметры в исследуемой акватории из-за сильного влияния подобных параметров на характеристики акустического сигнала.

Наиболее часто используемым методом определения параметров дна мелкого моря, исключая непосредственные измерения, является перебор значений параметров дна из заданного диапазона с последующим моделированием распространения зондирующего сигнала в заданной акватории [2, 3]. Искомым набором параметров считается тот, который дает минимальное отклонение рассчитанных данных рассеяния от экспериментально полученных сигналов. Подобный метод при всей своей простоте требует больших вычислительных затрат, что приводит к необходимости привлечения дополнительных подходов, основанных, например, на применении так называемых генетических алгоритмов [4].

Для определения геоакустических параметров дна в мелком море часто используют методы, основанные на применении теории возмущений. Примером может служить определение профиля скорости звука в донных осадках как по изменению величин горизонтальных волновых векторов мод [5], так и по изменению их амплитуд [6]. Упомянутые подходы позволяют получить некоторые эффективные значения характеристик дна в предположении постоянства параметров акватории вдоль некоторой трассы. Определить же распределение характеристик донной поверхности всей исследуемой акватории позволяет применение методов акустической томографии. По-видимому, впервые этот подход был предложен и реализован в работе [7], где удалось оценить рельеф дна мелкого моря. При этом в качестве базисных возмущений рельефа в [7] принимался набор квадратов, в которых глубина акватории отличалась от фоновой. Считалось, что лучи в акватории

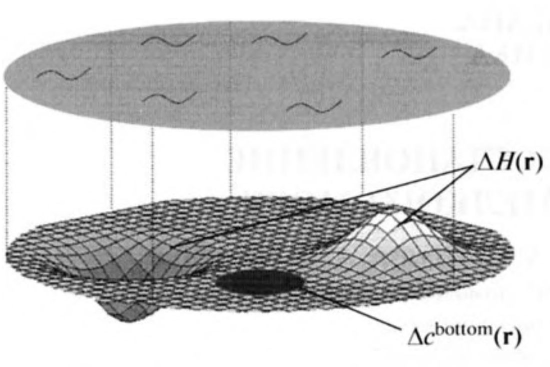

Рис. 1. Исследуемая акватория с неизвестными неоднородностями рельефа дна $\Delta H(\mathbf{r})$ и скорости звука в дне $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$; акватория окружена по периметру вертикальными приемно-излучающими антеннами (изображены линиями из точек).

распространяются только по прямой линии, соединяющей источник и приемник акустического сигнала, т.е. горизонтальная рефракция не учитывалась; возможность совместного восстановления различных характеристик мелкого моря в работе [7] также не анализировалась.

В настоящей работе рассматривается численная реализация схемы модовой томографии, позволяющая осуществить совместное восстановление рельефа дна и скорости звука в дне. По-видимому, алгоритм трехмерной модовой томографии мелкого моря впервые был предложен в работе [8]. В отличие от наиболее известных методов томографии, касающихся как глубокого океана, так и мелкого моря (см. [9], а также ссылки в этой работе), в настоящей статье восстановление осуществляется в едином (с восстановлением неоднородностей водного слоя) подходе, что обеспечивается разложением исследуемых параметров океанического волновода по полосчатому базису. Ранее [10, 11] полосчатый базис был применен при разработке схемы акустической томографии глубокого океана, позволяющей восстановить неоднородности водного слоя (скорости звука, течений). Целью настоящей работы является обобщение полученных ранее результатов для применения в условиях мелкого моря. Здесь приходится сталкиваться с рядом новых по сравнению с глубоким океаном проблем, среди которых можно выделить, например, задачу совместного восстановления параметров морского дна, таких как рельеф и скорость звука в дне. В отличие от восстановления скорости звука и течения в водном слое, раздельное восстановление которых может быть основано на встречном озвучивании [1], в общем случае аналитически разделить влияние рельефа дна и влияние скорости звука в дне на время распространения сигнала, насколько это известно авторам, не удается. Таким образом, встает вопрос поиска новых подходов к решению томографической задачи в этой ситуации.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предполагается, что исследуемая акватория радиуса R_a (рис. 1) окружена по периметру вертикальными антеннами, излучающими и принимающими акустические сигналы. Подразумевается, что предварительное применение одного из известных методов [12, 13] позволило выделить в принимаемом сигнале информацию о временах распространения мод заданных номеров в заданных частотных диапазонах. В дальнейшем поле, сформированное одной модой в рассматриваемом диапазоне частот, будет называться модовым сигналом. В акватории вводится цилиндрическая система координат $(\mathbf{r}, z)$ с началом в центре поверхности акватории, где z – глубина, $\mathbf{r} = \{x, y\}$ – горизонтальный радиус-вектор. В качестве невозмущенной модели мелкого моря рассматривается жидкий слой (изоскоростной волновод со скоростью звука $c_0 \equiv \text{const}$, плотностью $\rho_0 \equiv \text{const}$, глубиной $H_0 \equiv \text{const}$), лежащий на полупространстве с фоновыми значениями скорости звука в дне $c_0^{\text{bottom}} \equiv \text{const}$, плотности $\rho_0^{\text{bottom}} \equiv \text{const}$ и фоновым значением коэффициента поглощения $\alpha_0^{\text{bottom}} \equiv \text{const}$. Фоновые значения характеристик исследуемого региона считаются априорно известными, например, из обобщенных геофизических карт региона. В акватории имеются области, содержащие неоднородности скорости звука в дне $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r}) = c^{\text{bottom}}(\mathbf{r}) - c_0^{\text{bottom}}$ и возмущения рельефа дна $\Delta H(\mathbf{r}) = -[H(\mathbf{r}) - H_0]$ (знак "–" перед скобками связан с выбором направления оси z вертикально вниз), где $c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ и $H(\mathbf{r})$ – истинные, отличающиеся от фоновых значений, распределения по акватории скорости звука в дне и рельефа дна, соответственно. Наличие неоднородностей $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ и $\Delta H(\mathbf{r})$ приводит к возникновению временны́х задержек $\Delta t_{ij}^{(m)} = t_{ij}^{(m)} - t_{ij,0}^{(m)}$ моды m-го номера, распространяющейся через исследуемую акваторию от i-й к j-й антенне. Здесь $t_{ij}^{(m)}$ и $t_{ij,0}^{(m)}$ – времена распространения соответствующей моды при наличии неоднородностей $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$, $\Delta H(\mathbf{r})$ и в их отсутствие, соответственно. Ставится задача оценки неоднородностей $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ и $\Delta H(\mathbf{r})$ на основе возмущений $\Delta t_{ij}^{(m)}$ времен распространения модовых сигналов в исследуемой акватории. Неоднородности коэффициента поглощения и плотности дна не рассматриваются; предполагается, однако, что эти возмущения в случае их существенного влияния на данные рассеяния также могут быть восстановлены [5, 6]. На текущем этапе исследований для простоты рассмотрения поставленной задачи используется адиабатическое приближение; при численном моделировании справедливость адиабатического приближения контролировалась путем расчета параметра $\tilde{\kappa}$, называемого степенью неадиабатичности волновода [14, стр. 50]. Величина этого параметра для рассматриваемых далее моделей не превышала 0.05, в то время как влияние неадиабатичности (т.е. влияние многоканального рассеяния мод) становится заметным при значениях $\tilde{\kappa}$, близких к единице. Подробнее этот вопрос рассматривается ниже. Учет многоканального рассеяния мод относится к перспективам дальнейших исследований, принимая во внимание, что рассмотрение неадиабатического распространения мод может повысить точность восстановления, но усложнит математическую сторону задачи. При этом оценка возмущений параметров волновода, по-видимому, возможна на основе дополнительных данных. Так, например, одним из основных факторов, вызывающих неадиабатическое распространение мод в мелком море, являются интенсивные внутренние волны, характеристики которых могут быть оценены на основе частотных смещений интерференционной структуры звукового поля [15, 16].

ПРОЦЕДУРА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ДНА

При решении обратной задачи подразумевается, что восстанавливаемые неоднородности можно с требуемой точностью разложить по базисным функциям: $\Delta H(\mathbf{r}) = \sum_n x'_n \Theta'_n(\mathbf{r})$, $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r}) = \sum_q x''_q \Theta''_q(\mathbf{r})$, где x'_n и x''_q – неизвестные коэффициенты разложения; $\Theta'_n(\mathbf{r})$ и $\Theta''_q(\mathbf{r})$ – базисные функции, описывающие неоднородности рельефа и скорости звука в дне, соответственно. Поочередное рассмотрение влияния каждой из базисных функций $\Theta'_n(\mathbf{r})$ и $\Theta''_q(\mathbf{r})$ на распространение акустического поля позволяет составить матрицу возмущений A. Элементами этой матрицы являются возмущения времен распространения $\Delta t_{ij}^{(m)}$ рассматриваемых модовых сигналов через исследуемую акваторию, вносимых поочередно каждой из базисных неоднородностей, по сравнению со временем распространения того же сигнала в акватории с фоновыми значениями параметров дна. В рассматриваемом случае матрица возмущений состоит из двух блоков: $A = [A' \; A'']$. Блоки A' и A'' формируются временны́ми задержками, вызванными наличием в исследуемой области неоднородностей в виде базисных функций с фиксированными номерами $\Theta'_n(\mathbf{r})$ и $\Theta''_q(\mathbf{r})$.

Предполагается также, что возмущения времен распространения мод, вызванные наличием базисных неоднородностей $\Theta'_n(\mathbf{r})$ и $\Theta''_q(\mathbf{r})$, связаны линейно с временны́ми задержками $\Delta t_{ij}^{(m)}$, вызванными наличием истинных неоднородностей $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ и $\Delta H(\mathbf{r})$. В этом случае искомые коэффициенты разложения неоднородностей по базису могут быть восстановлены при решении системы линейных уравнений

$$AX = \Delta T, \tag{1}$$

где A – матрица возмущений; X – вектор-столбец коэффициентов x'_n и x''_q разложения неоднородностей $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ и $\Delta H(\mathbf{r})$ по используемым базисным функциям $\Theta'_n(\mathbf{r})$ и $\Theta''_q(\mathbf{r})$, соответственно; ΔT – вектор-столбец величин возмущения времен распространения отдельных модовых сигналов $\Delta t_{ij}^{(m)}$. Найденные из уравнения (1) оценки коэффициентов $\hat{x}'_n$ и $\hat{x}''_q$ позволяют далее оценить восстанавливаемые неоднородности:

$$\Delta\hat{H}(\mathbf{r}) = \sum_n \hat{x}'_n \Theta'_n(\mathbf{r}); \quad \Delta\hat{c}^{\text{bottom}}(\mathbf{r}) = \sum_q \hat{x}''_q \Theta''_q(\mathbf{r}). \tag{2}$$

Принципиальным вопросом является выбор базисных функций $\Theta'_n(\mathbf{r})$ и $\Theta''_q(\mathbf{r})$. С одной стороны, базисные функции должны описывать восстанавливаемые неоднородности $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ и $\Delta H(\mathbf{r})$ с требуемой точностью. С другой стороны, выбор базисных функций не должен накладывать дополнительных требований или ограничений на математические и алгоритмические условия реализации рассматриваемого подхода. Для решения обратной задачи в настоящей работе используется томографическая схема с неортогональным полосчатым базисом. Для получения базисных функций $\Theta'_n(\mathbf{r})$ и $\Theta''_q(\mathbf{r})$ акватория делится на P параллельных полос, равномерно покрывающих исследуемую область. Каждая из полос может располагаться под одним из B углов к выбранному направлению [17]. В каждой из $P \times B$ полос задается базисное возмущение параметров дна – глубины $\Theta'_n(\mathbf{r})$ и скорости звука в дне $\Theta''_q(\mathbf{r})$, постоянное внутри полосы. Базисным возмущением является глубина или скорость звука в каждой полосе; этим возмущениям присваиваются значения, отличные от фоновых: $H_0 - \Theta'_n(\mathbf{r})$ или $c_0^{\text{bottom}} + \Theta''_q(\mathbf{r})$.

МНК-решение системы уравнений (1) имеет вид $\hat{X} = \left(A^+A\right)^{-1} A^+\Delta T$, где верхний индекс "+" обозначает эрмитово сопряжение, $\hat{X}$ – вектор-столбец оценок искомых коэффициентов разложения неоднородностей по базису. Матрица A^+A

в рассматриваемых задачах томографического типа, как правило, имеет плохую обусловленность; поэтому при ее обращении используется регуляризация и решение находится как $\hat{X} = (A^+A + \gamma^2 E)^{-1} A^+ \Delta T$, где E – единичная матрица, γ^2 – регуляризующий коэффициент. Оценка восстанавливаемых неоднородностей $\Delta\hat{H}$, $\Delta\hat{c}^{\text{bottom}}$ осуществляется при сложении в точке $\mathbf{r}$ возмущений всех проходящих через эту точку базисных полос, умноженных на величины коэффициентов разложения по данному базису, которые составляют вектор $\hat{X}$, согласно (2).

Для вычисления элементов матрицы возмущений A и моделирования "экспериментальных" данных рассеяния ΔT необходимо решить прямую задачу, т.е. определить времена распространения $t_{ij}^{(m)}$ и $t_{ij,0}^{(m)}$ модового сигнала, исходя из заданных характеристик исследуемой акватории.

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

При решении прямой задачи используется представление акустического поля в океаническом волноводе в виде "вертикальные моды–горизонтальные лучи", что позволяет свести рассмотрение трехмерной задачи о распространении звукового поля в мелком море к набору двумерных задач о распространении модовых сигналов вдоль горизонтальных лучей, а структура поля по глубине задается профилями рассматриваемых мод. Времена распространения модовых сигналов вдоль горизонтальных лучей определяются групповыми скоростями этих мод. Предполагается, что в результате предварительной обработки данных выделенная информация о временах распространения модовых сигналов относится к достаточно узкому частотному диапазону, что позволяет при численном моделировании рассматривать групповые скорости, соответствующие только центральной частоте этого диапазона.

Задача определения времен $t_{ij}^{(m)}$, $t_{ij,0}^{(m)}$ распространения m-й моды вдоль горизонтальных лучей решается в два этапа. На первом этапе по заданным характеристикам c_0, ρ_0, c_0^{bottom}, ρ_0^{bottom}, H_0, $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ и $\Delta H(\mathbf{r})$, при $\alpha_0^{\text{bottom}} = 0$ рассчитываются двумерные карты фазовых скоростей мод $c^{(m)}(\mathbf{r})$ на рассматриваемых частотах, после чего для фиксированного $\mathbf{r}$ рассчитываются групповые скорости мод $v^{(m)}(\mathbf{r})$: $v^{(m)} = c^{(m)}\left(1 - \frac{\omega}{c^{(m)}} \frac{dc^{(m)}}{d\omega}\right)^{-1}$, здесь ω – круговая частота. Зависимость групповых скоростей мод $v^{(m)}(\mathbf{r})$ от частоты ω в аргументе для краткости опускается. На втором этапе, используя $v^{(m)}(\mathbf{r})$, рассчитываются траектории лучей и времена $t_{ij}^{(m)}$ и $t_{ij,0}^{(m)}$ при решении уравнения эйконала.

Для расчета фазовых скоростей рассматривается волновод, все параметры которого в общем случае могут зависеть от радиус-вектора $\mathbf{r}$: глубина $H = H(\mathbf{r})$, скорость звука $c = c(\mathbf{r}, z)$, волновое число $k(\mathbf{r}, z) = 2\pi f / c(\mathbf{r}, z)$, скорость звука в дне волновода $c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$; здесь f – линейная частота. При наличии такой зависимости распространяющееся в волноводе акустическое поле $\Psi(\mathbf{r}, z)$ не может быть представлено в виде суммы нормальных мод с амплитудами разложения, не изменяющимися с расстоянием. Тем не менее, это поле может быть разложено по так называемым модам сравнения $\psi_m(\mathbf{r}, z)$ [14], образующим полную систему, с амплитудами разложения, зависящими от $\mathbf{r}$: $\Psi(\mathbf{r}, z) = \sum_{m=1}^{M} a_m(\mathbf{r}) \psi_m(\mathbf{r}, z)$, здесь M – количество распространяющихся мод. При распространении акустической волны вдоль трассы изменение акустического поля происходит как за счет изменения профилей мод, зависящих от $\mathbf{r}$ как от параметра, так и вследствие перекачки энергии из одной моды в другую (неадиабатичность). Следствием нерегулярности волновода (и причиной перекачки энергии между модами) является отличие от нуля так называемого коэффициента взаимодействия мод $V_{ml}(\mathbf{r})$ [14]. В рассматриваемом случае этот коэффициент определяется выражением $V_{ml}(\mathbf{r}) = \int_0^{H(\mathbf{r})} \psi_m(\mathbf{r}, z) \frac{\partial \psi_l(\mathbf{r}, z)}{\partial l_{\mathbf{r}}} dz$; здесь $\frac{\partial}{\partial l_{\mathbf{r}}}$ означает дифференцирование вдоль траектории луча (в окрестности точки $\mathbf{r}$), по которой распространяется модовый сигнал. Чтобы адиабатическое приближение было применимо, требуется пренебрежимо малое "взаимодействие" мод, т.е. малость $|V_{ml}(\mathbf{r})|$ по сравнению с разностью $|\xi_{ml}(\mathbf{r})| = |\xi_m(\mathbf{r}) - \xi_l(\mathbf{r})|$, где $\xi_m(\mathbf{r}) = \omega / c^{(m)}(\mathbf{r})$ – горизонтальное волновое число m-й моды. Для оценки их соотношения используют параметр $\tilde{\kappa}(\mathbf{r}) = |V_{ml}(\mathbf{r})| / |\xi_{ml}(\mathbf{r})|$, называемый степенью неадиабатичности волновода [14]. Критерием применимости адиабатического приближения является условие $\tilde{\kappa}(\mathbf{r}) \ll 1$ для рассматриваемых $\mathbf{r}$. Коэффициент $\tilde{\kappa}(\mathbf{r})$ используется далее для оценки справедливости использования адиабатического приближения при численном моделировании.

Моды сравнения $\psi_m(\mathbf{r}, z)$ являются решением граничной задачи на собственные значения $\xi_m(\mathbf{r})$, в которую $\mathbf{r}$ входит как параметр [14]:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\psi_m(\mathbf{r},z)}{dz^2} + \left[k^2(\mathbf{r},z) - \xi_m^2(\mathbf{r})\right]\psi_m(\mathbf{r},z) = 0, \\ \psi_m(\mathbf{r},z)\big|_{z=0} = 0, \\ \left[\psi_m(\mathbf{r},z) + g(\mathbf{r},\xi_m)\dfrac{d\psi_m(\mathbf{r},z)}{dz}\right]_{z=H(\mathbf{r})} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь, как и ранее, уровень $z = 0$ соответствует свободной поверхности; функция $g(\mathbf{r},\xi_m) = \dfrac{\rho_0^{\text{bottom}}/\rho_0}{\sqrt{\xi_m{}^2 - \left(k^{\text{bottom}}(\mathbf{r})\right)^2}}$, где $k^{\text{bottom}}(\mathbf{r}) = \omega/c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$, характеризует геоакустические свойства дна. В частности, в случае жесткого дна $g(\mathbf{r},\xi_m) \to \infty$, и граничное условие на дне принимает вид $\left.\dfrac{d\psi_m(\mathbf{r},z)}{dz}\right|_{z=H(\mathbf{r})} = 0$, а в случае мягкого дна $g(\mathbf{r},\xi_m) \to 0$ и $\psi_m(\mathbf{r},z)\big|_{z=H(\mathbf{r})} = 0$. Задача определения $\xi_m(\mathbf{r})$ из (3) и, следовательно, определения $c^{(m)}(\mathbf{r})$ решается независимо в каждом сечении волновода, т.е. для каждого фиксированного значения радиус-вектора $\mathbf{r}$.

Далее для простоты вычислений рассматривается изоскоростной волновод $c(\mathbf{r},z) \equiv \text{const} = c_0$ без поглощения, $\alpha_0^{\text{bottom}} \equiv \text{const} = 0$; тогда в (3) $k(\mathbf{r},0 < z < H) \equiv k_0 = \omega/c_0$. В случае идеальной донной границы задача отыскания $\xi_m(\mathbf{r})$ упрощается, так как существуют хорошо известные аналитические выражения [18]: для абсолютно мягкого дна $\xi_m(\mathbf{r}) = \sqrt{k_0^2 - \pi^2 m^2/H^2(\mathbf{r})}$, а для абсолютно жесткого дна $\xi_m(\mathbf{r}) = \sqrt{k_0^2 - \pi^2(m-0.5)^2/H^2(\mathbf{r})}$. В случае же, когда в акватории задается распределение скорости звука в дне $c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$, определение $\xi_m(\mathbf{r})$ для различных m при фиксированном $\mathbf{r}$ осуществляется численно путем поиска нулей функции $f(x) = (\rho_0^{\text{bottom}}/\rho_0)x + \sqrt{\mu^2 - x^2}\,\text{tg}x$ [18], где $\mu \equiv k_0 H\sqrt{1 - \left(c_0^{\text{bottom}}/c_0\right)^2}$, а в качестве переменной взята $x \equiv H\sqrt{k_0^2 - \xi_m^2}$; здесь для сокращения записи зависимость от $\mathbf{r}$ опущена.

Далее рассчитывается распределение групповых скоростей $v^{(m)}(\mathbf{r})$ и находятся траектории лучей L_{ij} (в горизонтальной плоскости), соединяющих i-ю и j-ю антенны. Использование именно групповых скоростей для расчета траектории L_{ij} горизонтальных лучей (а также времен распространения модовых сигналов вдоль этих лучей) в представлении акустического поля в виде "вертикальные моды–горизонтальные лучи" является вполне стандартной процедурой (см., например, работу [19, стр. 56] и ссылки в ней). При вычислении элементов матрицы возмущений A траектории лучей определяются их преломлением на границах фиксированной базисной полосы и рассчитываются из закона Снеллиуса. Расчет траекторий при определении данных рассеяния ΔT более трудоемкий, так как восстанавливаемая в акватории неоднородность имеет более сложный вид, чем отдельная полоса. В этом случае для определения траектории решается уравнение эйконала для двумерной неоднородной среды, характеризующейся распределением скоростей $v^{(m)}(\mathbf{r})$. После этого время распространения модового сигнала находится интегрированием по найденной траектории луча L_{ij}: $t_{ij}^{(m)} = \int_{L_{ij}} \dfrac{dl_{\mathbf{r}}}{v^{(m)}(\mathbf{r})}$, где $dl_{\mathbf{r}}$ – элемент траектории L_{ij}. Для вычисления возмущений времен $\Delta t_{ij}^{(m)}$ необходимо дополнительно вычислить время распространения сигнала при фоновых значениях параметров волновода: $t_{ij,0}^{(m)} = \dfrac{r_{ij}}{v_0^{(m)}}$, где r_{ij} – горизонтальное расстояние между i-й и j-й антеннами, $v_0^{(m)}$ – групповая скорость m-й моды при фоновых значениях c_0, ρ_0, c_0^{bottom}, ρ_0^{bottom}, H_0.

Описанная процедура решения прямой задачи позволяет вычислить элементы матрицы возмущений A и правой части ΔT, входящих в уравнение (1), и перейти собственно к решению обратной задачи восстановления характеристик дна акватории. Перед этим имеет смысл оценить диапазон изменений параметров волновода, в котором наблюдается близкая к линейной зависимость временны́х задержек модовых сигналов $\Delta t_{ij}^{(m)}$ от возмущений характеристик среды $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ и $\Delta H(\mathbf{r})$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ ЛИНЕЙНОСТИ МОДЕЛИ

При формулировке обсуждаемого подхода были приняты два основных предположения. Во-первых, для применимости адиабатического приближения степень неадиабатичности волновода $\tilde{\kappa}(\mathbf{r})$ в исследуемых областях должна быть мала. Во-вторых, восстановление искомых неоднородностей $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ и $\Delta H(\mathbf{r})$ при разложении их по полосчатому базису подразумевает возможность описания возмущений принимаемых данных, вызванных восстанавливаемыми неоднородностями, в виде линейной комбинации возмущений данных рассеяния, вызванных присутствием базисных функций $\Theta'_n(\mathbf{r})$ и $\Theta''_q(\mathbf{r})$. Это добавляет требование наличия близкой к линейной зависимости возмущений данных рассеяния от изменений восстанавливаемых характеристик волновода.

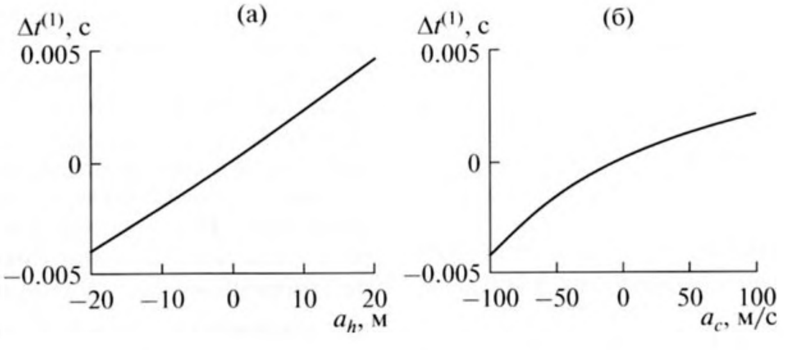

Рис. 2. (а) Зависимости возмущения времен распространения первой моды $\Delta t^{(1)}$ вдоль акватории при наличии возмущения рельефа дна ΔH с амплитудой a_h и (б) при наличии возмущения скорости звука в дне Δc^{bottom} с амплитудой a_c.

Для оценки области применимости обсуждаемого метода рассматривалась следующая двумерная задача в вертикальной плоскости (r, z), проходящей через две вертикальные антенны, где r – проекция двумерного вектора $\mathbf{r}$ на эту вертикальную плоскость. Предполагалось, что две вертикальные антенны расположены на расстоянии, равном диаметру акватории $2R_a = 200$ км; фоновое значение глубины водной акватории между антеннами составляет $H_0 = 300$ м. Между антеннами размещалась неоднородность рельефа дна гауссовской формы в вертикальном сечении $\Delta H(r) = a_h \exp\left(-\frac{|r - r_0|^2}{2\sigma_h^2}\right)$ или неоднородность скорости звука в дне с сечением $\Delta c^{\text{bottom}}(r) = a_c \exp\left(-\frac{|r - r_0|^2}{2\sigma_c^2}\right)$, где $r_0 = R_a$, $\sigma_c = \sigma_h = 0.23R_a$. При численном моделировании использовались групповые скорости, рассчитанные на частоте $f = 50$ Гц для модовых сигналов заданных номеров; предполагалось, что в условиях реального эксперимента это соответствует обработке модовых сигналов в достаточно узком диапазоне частот с такой же центральной частотой $f = 50$ Гц (в дальнейшем для простоты будет приводиться только центральная частота). Исследовались зависимости степени неадиабатичности волновода $\tilde{\kappa}$ и возмущений времен распространения мод $\Delta t^{(m)}$ (индексы антенн опущены, так как рассматривается единственная пара антенн) от амплитуд неоднородностей рельефа a_h и скорости звука в дне a_c. Зависимости определялись для непоглощающего дна, скорость звука в котором составляет $c_0^{\text{bottom}} = 1650$ м/с, а отношение плотности грунта к плотности воды $\rho_0^{\text{bottom}}/\rho_0 = 1.8$. Рассматриваемые характеристики волновода соответствуют условиям эксперимента [20].

На рис. 2 приведены зависимости, полученные для первой моды $m = 1$. Видно, что в исследуемом диапазоне изменения глубины от 280 до 320 м (рис. 2а) и скорости звука в дне от 1550 до 1750 м/с (рис. 2б) зависимость возмущения данных рассеяния $\Delta t^{(m=1)}$ от амплитуды неоднородностей a_h и a_c монотонна. Однако обеспечение условия линейности модели возможно в более узком диапазоне параметров – диапазоне глубин примерно от 285 до 315 м и диапазоне скоростей звука в дне от 1625 до 1700 м/с, где приведенные зависимости $\Delta t^{(m=1)}$ от a_h и от a_c могут быть аппроксимированы зависимостью, близкой к линейной. Степень неадиабатичности волновода $\tilde{\kappa}$ в этом диапазоне изменения характеристик дна составляет менее 0.05. Аналогичные расчеты проводились для мод номеров $m = 2$, 3, 4 и 5. Полученные результаты также показали наличие монотонной и близкой к линейной зависимости между временны́ми задержками $\Delta t^{(m)}$ мод разных номеров и возмущениями рельефа и скорости звука в дне для тех же диапазонов изменений этих характеристик волновода, которые были приведены выше при $m = 1$.

Приведенные оценки области линейности модели соответствуют частному набору характеристик исследуемого волновода. Можно полагать, однако, что в условиях реального эксперимента область линейности также позволит реализовать рассматриваемый подход. Даже в случае заметного отклонения от линейного приближения (но при сохранении монотонного характера зависимости $\Delta t^{(m)}$ от возмущений параметров волновода) восстанавливаемые характеристики волновода, по-видимому, могут быть оценены с той или иной точностью с помощью итерационных методов [17]. Однако для подтверждения справедливости этого предположения для задач, рассматриваемых в настоящей работе, требуются дополнительные исследования, что выходит за рамки настоящей статьи.

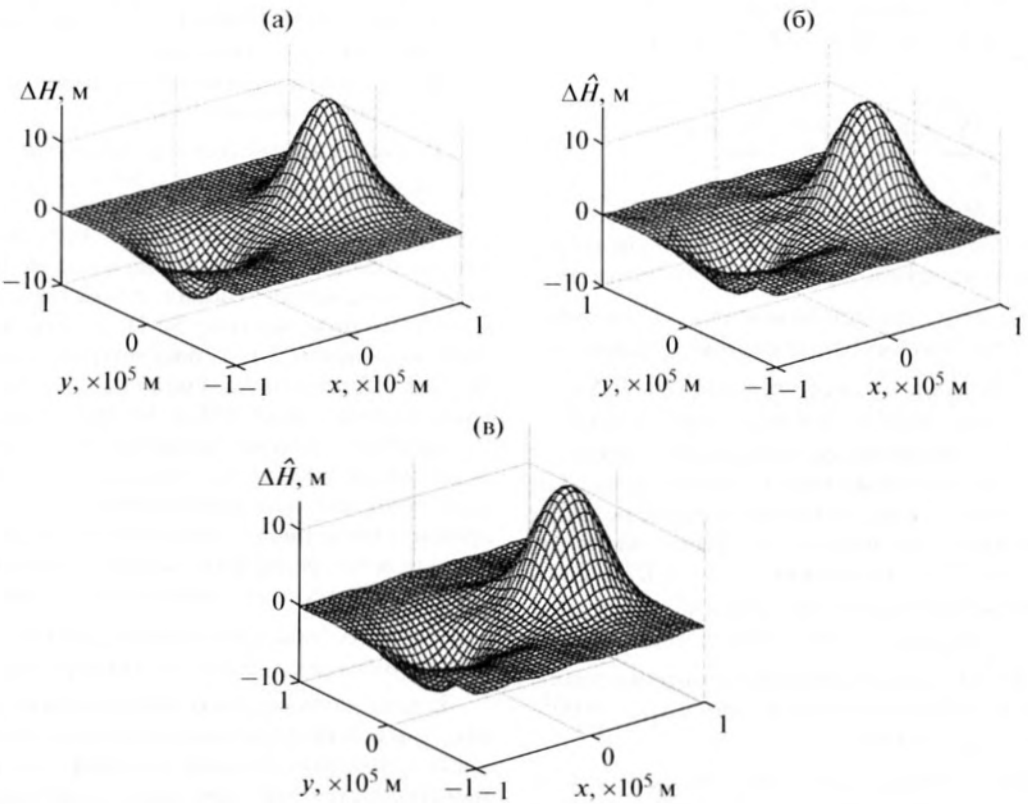

Рис. 3. (а) Исходное распределение по акватории возмущения рельефа дна $\Delta H(\mathbf{r})$; (б) результат восстановления абсолютно мягкого дна с невязкой по правой части $\eta_T = 0.0051$ и невязкой по решению $\eta_H = 0.075$; (в) результат восстановления абсолютно жесткого дна с невязкой по правой части $\eta_T = 0.0051$ и невязкой по решению $\eta_H = 0.078$.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ РЕЛЬЕФА АБСОЛЮТНО МЯГКОГО И АБСОЛЮТНО ЖЕСТКОГО ДНА

При численном моделировании процесса томографического восстановления рассматривалась акватория с радиусом $R_a = 100$ км и глубиной $H_0 = 300$ м, окруженная 19 равномерно распределенными по периметру вертикальными антеннами. Для построения базиса акватория делилась на 8 полос, повернутых под одним из 15 углов в диапазоне $[0, \pi)$. В качестве базисного возмущения в полосе для рельефа дна была взята возвышенность высотой 5 м. Величина базисного возмущения выбиралась таким образом, чтобы обеспечить в первую очередь выполнимость условия линейности рассматриваемой модели.

На первом этапе рассматривалось восстановление только рельефа абсолютно мягкого и абсолютно жесткого дна. Задача состояла в восстановлении сложного рельефа

$$\Delta H(\mathbf{r}) = a_h^{(1)} \exp\left(-\frac{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_h^{(1)}\right|^2}{2\sigma_h^2}\right) - a_h^{(2)} \exp\left(-\frac{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_h^{(2)}\right|^2}{2\sigma_h^2}\right), \quad (4)$$

состоящего из возвышенности с амплитудой $a_h^{(1)} = 15$ м и углубления с $a_h^{(2)} = 8$ м, имеющих гауссовскую форму (рис. 3а). В обоих случаях $\sigma_h = 0.23 R_a$; при этом $\mathbf{r}_h^{(1)} = (0.4\sqrt{2}\, R_a; 0)$, $\mathbf{r}_h^{(2)} = (-0.4\sqrt{2} R_a; 0)$. Для восстановления возмущения отдельного параметра дна – его рельефа – достаточно брать в качестве данных рассеяния возмущения $\Delta t_{ij}^{(m)}$ времен распространения только одной моды для одного узкого диапазона частот. На рис. 3б и 3в представлены результаты восстановления рельефа при использовании возмущений $\Delta t_{ij}^{(m)}$ времен распространения третьей моды $m = 3$ на частоте $f = 50$ Гц для абсолютно мягкого и абсолютно жесткого дна соответственно. Номер моды и частота выбраны произвольным образом, для других мод и частот результаты восстановления аналогичны представленным на рис. 3. Из рис. 3 видно, что удалось определить положение неоднородностей, их амплитудные значения и оценить геометрические размеры.

В качестве численной оценки точности полученных результатов рассматривались значения невязок по решению η_H и по правой части η_T системы уравнений (1), вычисляемые по формулам:

$$\eta_H = \sqrt{\sum_{d,l} \left| H(x_d, y_l) - \hat{H}(x_d, y_l) \right|^2 \bigg/ \sum_{d,l} H^2(x_d, y_l)},$$

$$\eta_T = \sqrt{\sum_{i,j} \left| \Delta T_{ij} - \Delta \hat{T}_{ij} \right|^2 \bigg/ \sum_{i,j} \left| \Delta T_{ij} \right|^2}.$$

Здесь $H(x, y)$ и $\hat{H}(x, y)$ – истинное и восстановленное значения глубины акватории в данной точке (x, y), характеризуемой при дискретизации индексами (d, l); $\Delta \hat{T}_{ij}$ – элементы вектора $\Delta \hat{T}$, получаемого в качестве правой части системы уравнений (1) при подстановке в эту систему решения $\hat{X}$; ΔT_{ij} – элементы вектор-столбца возмущений акустического поля ΔT, вносимых истинной неоднородностью (i, j – индексы элементов этого вектора). Для восстановленного по предложенной схеме рельефа абсолютно мягкого дна невязка по правой части составила $\eta_T = 0.005$, по решению – $\eta_H = 0.075$; здесь и далее коэффициент регуляризации γ^2 выбирался равным 1% от максимального собственного значения матрицы A^+A. Для рельефа абсолютно жесткого дна невязка по правой части составила $\eta_T = 0.005$, по решению – $\eta_H = 0.078$.

Полученные результаты свидетельствуют о возможности томографического восстановления рельефа дна с помощью полосчатого базиса. Итак, для восстановления рельефа абсолютно жесткого и абсолютно мягкого дна достаточно рассмотрения временны́х задержек $\Delta t_{ij}^{(m)}$ моды фиксированного номера в одном сравнительно узком частотном диапазоне. Однако, как оказалось, использование лишь этих данных будет недостаточным, когда ставится задача восстановления не только рельефа, но и скорости звука в дне.

СОВМЕСТНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ РЕЛЬЕФА И СКОРОСТИ ЗВУКА В ДНЕ

Для совместного восстановления рельефа дна и скорости звука в дне модель неоднородности рельефа бралась та же, что и в случае идеального дна – в виде возвышенности и углубления, разнесенных в противоположные части акватории. Для неоднородности скорости звука в дне

$$\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r}) = a_c^{(1)} \exp\left(-\frac{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_c^{(1)}\right|^2}{2\sigma_c^2} \right) - a_c^{(2)} \exp\left(-\frac{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_c^{(2)}\right|^2}{2\sigma_c^2} \right) \quad (5)$$

были выбраны амплитуды неоднородности $a_c^{(1)} = 50$ м/с и $a_c^{(2)} = 40$ м/с; координаты расположения этих неоднородностей составляли $\mathbf{r}_c^{(1)} = (0; -0.4\sqrt{2}R_a)$ и $\mathbf{r}_c^{(2)} = (0; 0.4\sqrt{2}\,R_a)$ соответственно; ширина характерной области локализации возмущения скорости звука в дне была равна аналогичной величине для рельефа, так как задавалось $\sigma_c = \sigma_h = 0.23R_a$. Для скорости звука в дне амплитуда базисного возмущения полагалась равной 10 м/с.

На рис. 4 приведены результаты совместного восстановления $\Delta H(\mathbf{r})$ и $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ по тому же набору данных рассеяния $\Delta t_{ij}^{(m)}$, который был взят для восстановления рельефа мягкого или жесткого дна и соответствовал единственной третьей моде на одной частоте 50 Гц (здесь, как и ранее, предполагается, что рассматривается модовый сигнал в достаточно узкой полосе частот с центральной частотой 50 Гц). Из рис. 4 видно, что используемых данных рассеяния оказалось недостаточно не только для восстановления правильных величин неоднородностей, но даже и для приемлемого разделения местоположений неоднородностей рельефа и скорости звука в дне. Аналогичная ситуация имела место при попытках совместного восстановления $\Delta H(\mathbf{r})$ и $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ на других отдельно взятых модах и частотах.

Задача совместного восстановления различных характеристик океанического волновода является принципиально важной для реализации томографических схем, поскольку характеристики акустических сигналов, прошедших через исследуемую акваторию и используемых в качестве исходных данных для решения обратной задачи, зависят сразу от всей совокупности характеристик волновода. В ряде случаев удается в явном виде разделить эффекты влияния восстанавливаемых параметров акватории на данные рассеяния. Например, использование полусуммы и полуразности временны́х задержек сигналов мод, распространяющихся во встречных направлениях, позволяет разделить эффекты влияния течений и неоднородностей скорости звука в жидком слое [11]. Рассмотрение дисперсионных зависимостей мод позволяет реализовать раздельное восстановление скорости звука в дне, коэффициента затухания и плотности грунта [5].

Возможность разделения влияния неоднородностей коэффициента поглощения в дне $\alpha(\mathbf{r})$ и рельефа дна $H(\mathbf{r})$ также известна [14]: роль неоднородностей рельефа дна (и гидрологии в волноводе) проявляется в биении сигнала; неоднородности поглощения в дне влияют на среднее затухание сигнала. Следует также отметить функционально-аналитический подход [21] к решению задач акустической томографии, позволяющий осуществить совместное восстановление скорости звука и коэффициента поглощения в исследуемой области. В то же время, вопрос о совместном восстановлении неоднородностей рельефа $\Delta H(\mathbf{r})$ и скорости звука в дне $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ оставался, насколько известно авторам, неисследованным. В подходе, рассмат-

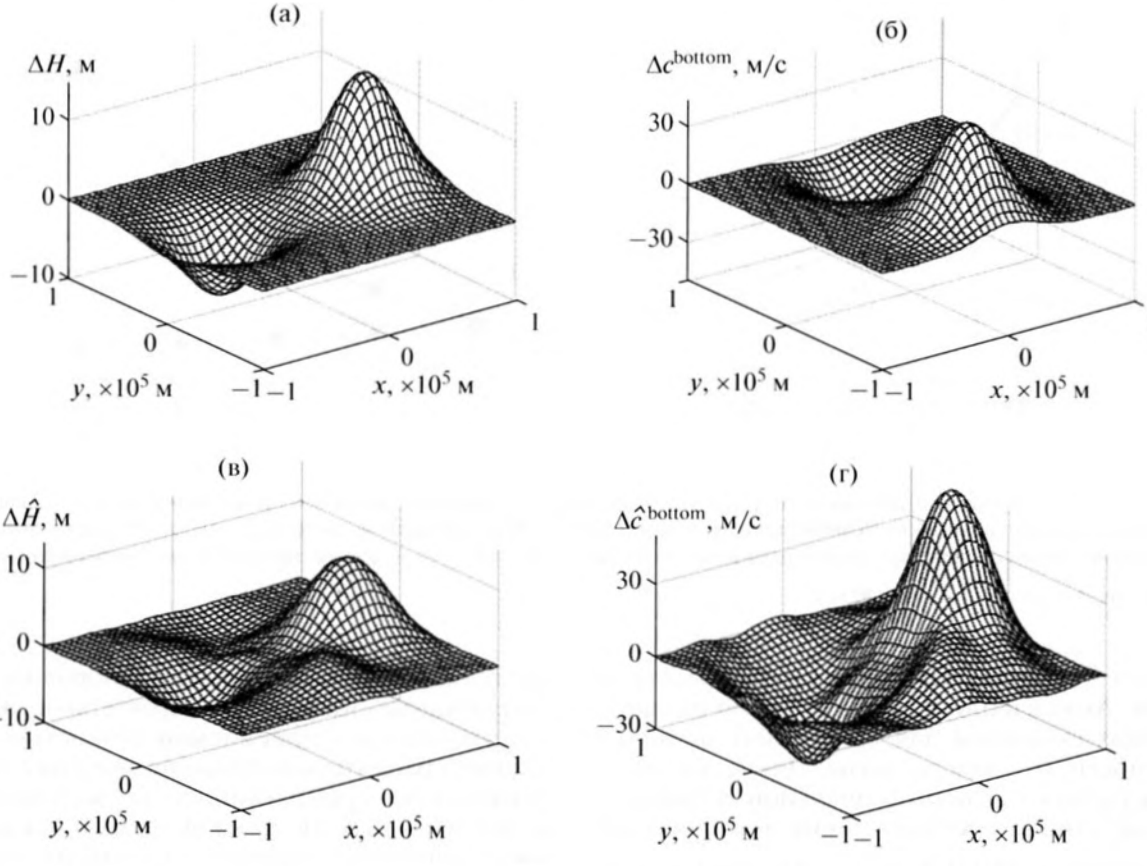

Рис. 4. Попытка совместного восстановления рельефа дна $\Delta H(\mathbf{r})$ и скорости звука в дне $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ по возмущениям времен распространения моды фиксированного номера $m = 3$ на частоте $f = 50$ Гц: (а, б) исходные распределения неоднородностей $\Delta H(\mathbf{r})$ и $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$; (в, г) восстановленные неоднородности $\Delta \hat{H}(\mathbf{r})$ и $\Delta \hat{c}^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$, оцененные с невязкой по правой части $\eta_T = 5\times10^{-4}$, невязкой по рельефу $\eta_H = 0.44$ и невязкой по скорости звука в дне $\eta_c = 1.44$. Видно, что используемых данных рассеяния недостаточно не только для восстановления амплитудных значений неоднородностей, но даже для качественного разделения их местоположения.

риваемом в настоящей работе и основанном на измерении временны́х задержек мод $\Delta t_{ij}^{(m)}$, в явном виде разделить влияние $\Delta H(\mathbf{r})$ и $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ на принимаемые данные не удается. Тем не менее, одновременное, но при этом раздельное восстановление неоднородностей $\Delta H(\mathbf{r})$ и $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ осуществляется без специальных мер по разделению их влияния на принимаемые данные при решении системы (1), когда эта система сформирована из временны́х задержек $\Delta t_{ij}^{(m)}$ мод нескольких номеров в нескольких частотных диапазонах.

Для иллюстрации правомерности такого подхода были проанализированы дисперсионные зависимости возмущений групповых скоростей мод $\Delta v(f) = v(f) - v_0(f)$. Здесь v – групповая скорость моды, рассчитанная для волновода с глубиной $H_0 - \Delta H$ (для фиксированной координаты $\mathbf{r}$) и со скоростью звука в дне $c_0^{\text{bottom}} + \Delta c^{\text{bottom}}$; v_0 – групповая скорость моды в невозмущенном волноводе с параметрами H_0 и c_0^{bottom}. Кроме того, была оценена зависимость $\Delta v(m) = v(m) - v_0(m)$ от номера моды m при фиксированной частоте. Упомянутые зависимости были получены путем последовательного решения задачи (3) на нахождение собственных значений ξ_m для различных мод, значений глубины $H(\mathbf{r})$ и скорости звука в дне $c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$, с последующим вычислением групповых скоростей. На рис. 5 приведены дисперсионные зависимости, полученные для первой моды $m = 1$, и зависимость возмущения групповой скорости от номера моды для частоты $f = 50$ Гц. Оба графика получены для значений возмущения глубины волновода $\Delta H \equiv \text{const} = 10$ м и возмущения скорости звука в дне $\Delta c^{\text{bottom}} \equiv \text{const} = -40$ м/с. Из рис. 5а видно, что групповые скорости выбранной моды для заданных неоднородностей ΔH и Δc^{bottom} от-

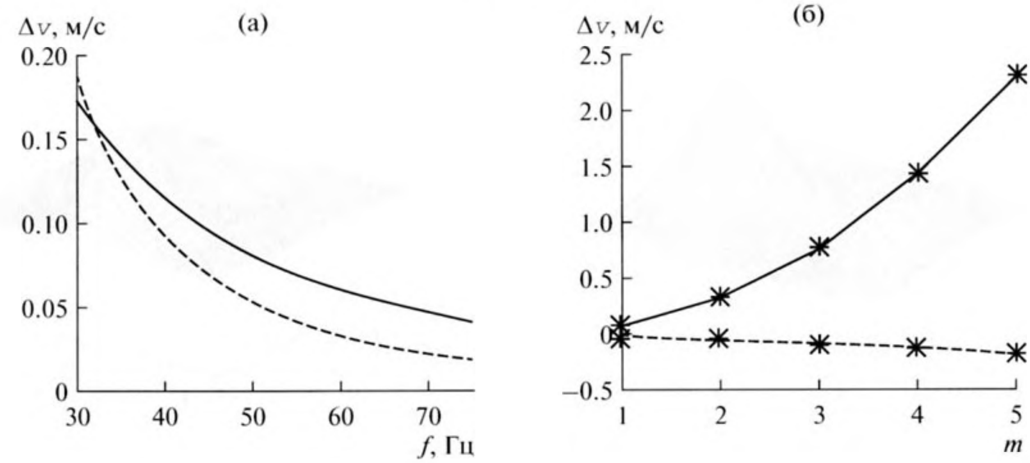

Рис. 5. (а) Дисперсионные зависимости $\Delta v(f)$ для моды фиксированного номера $m = 1$ и (б) зависимость возмущения групповой скорости $\Delta v(m)$ от номера моды m, полученная для фиксированной частоты $f = 50$ Гц. На обоих графиках сплошная линия соответствует возмущению глубины волновода $\Delta H = 10$ м, а пунктирная линия – возмущению скорости звука в дне $\Delta c^{\text{bottom}} = -40$ м/с.

личаются на разные величины в зависимости от частоты. Аналогично, из рис. 5б видно различие групповых скоростей для выбранной частоты в зависимости от номера моды. Такие различия свидетельствуют о принципиальной возможности совместного восстановления неоднородностей волновода $\Delta H(\mathbf{r})$ и $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$. Это подтверждается примером совместного восстановления описанных в (4) и (5) неоднородностей рельефа дна и скорости звука в дне (рис. 6). Исходные распределения неоднородностей на рис. 6а, 6б те же, что и на рис. 4а, 4б, но изображены под немного другими ракурсами. При восстановлении теперь были взяты данные рассеяния одновременно для первой моды на частоте 40 Гц и второй моды на частоте 64 Гц. Для численной оценки точности восстановления, наряду с введенными выше невязками по правой части η_T и по рельефу η_H, использовалась аналогично построенная невязка η_c по скорости звука в дне:

$$\eta_c = \sqrt{\frac{\sum_{d,l}\left|c^{\text{bottom}}(x_d, y_l) - \hat{c}^{\text{bottom}}(x_d, y_l)\right|^2}{\sum_{d,l}\left(c^{\text{bottom}}(x_d, y_l)\right)^2}},$$

где $c^{\text{bottom}}(x, y)$ и $\hat{c}^{\text{bottom}}(x, y)$ – истинное и восстановленное значения скорости звука в дне в данной точке. Для результатов восстановления, приведенных на рис. 6в, 6г, невязка по правой части составила $\eta_T = 6 \times 10^{-4}$, по глубине – $\eta_H = 0.21$, по скорости звука в дне – $\eta_c = 0.35$. Из рис. 6 видно, что положение исследуемых неоднородностей, их амплитудные значения и характерные размеры восстановлены с приемлемой точностью. Полученные сравнительно большие значения невязок объясняются суммированием по всей акватории незначительных (в каждой точке) отклонений восстановленных оценок от истинных значений неоднородностей, что в итоге приводит к заметному накоплению ошибок подобного рода при вычислении невязок η_H и η_c.

В следующем примере рассматривалась более сложная модель, в которой неоднородности рельефа и скорости звука в дне были локализованы в одной и той же области (рис. 7а, 7б): $\mathbf{r}_h^{(1)} = \mathbf{r}_c^{(1)} = (0.4\sqrt{2}\,R_a; 0)$, $\mathbf{r}_h^{(2)} = \mathbf{r}_c^{(2)} = (-0.4\sqrt{2}R_a; 0)$, остальные параметры были прежними. Этот случай может соответствовать ситуации, когда на дне акватории существует возвышенность, с которой подводными течениями смываются неконсолидированные донные отложения, что приводит к увеличению скорости распространения сигнала на этом участке дна, и существует углубление, в котором, напротив, накапливаются отложения с низкой скоростью звука. Результаты восстановления приведены на рис. 7в, 7г. В данном примере невязка по правой части составила $\eta_T = 6 \times 10^{-4}$, по глубине – $\eta_H = 0.22$, по скорости звука в дне – $\eta_c = 0.37$. Из рис. 7в, 7г видно, что и в этом случае положение исследуемых неоднородностей, их амплитудные значения и характерные размеры удается восстановить в рамках предлагаемого подхода с приемлемой точностью.

Для моделирования ситуации, приближенной к условиям натурного эксперимента, было учтено влияние шума. Для этого в модельные данные без помех ΔT привносилось дополнительное слагае-

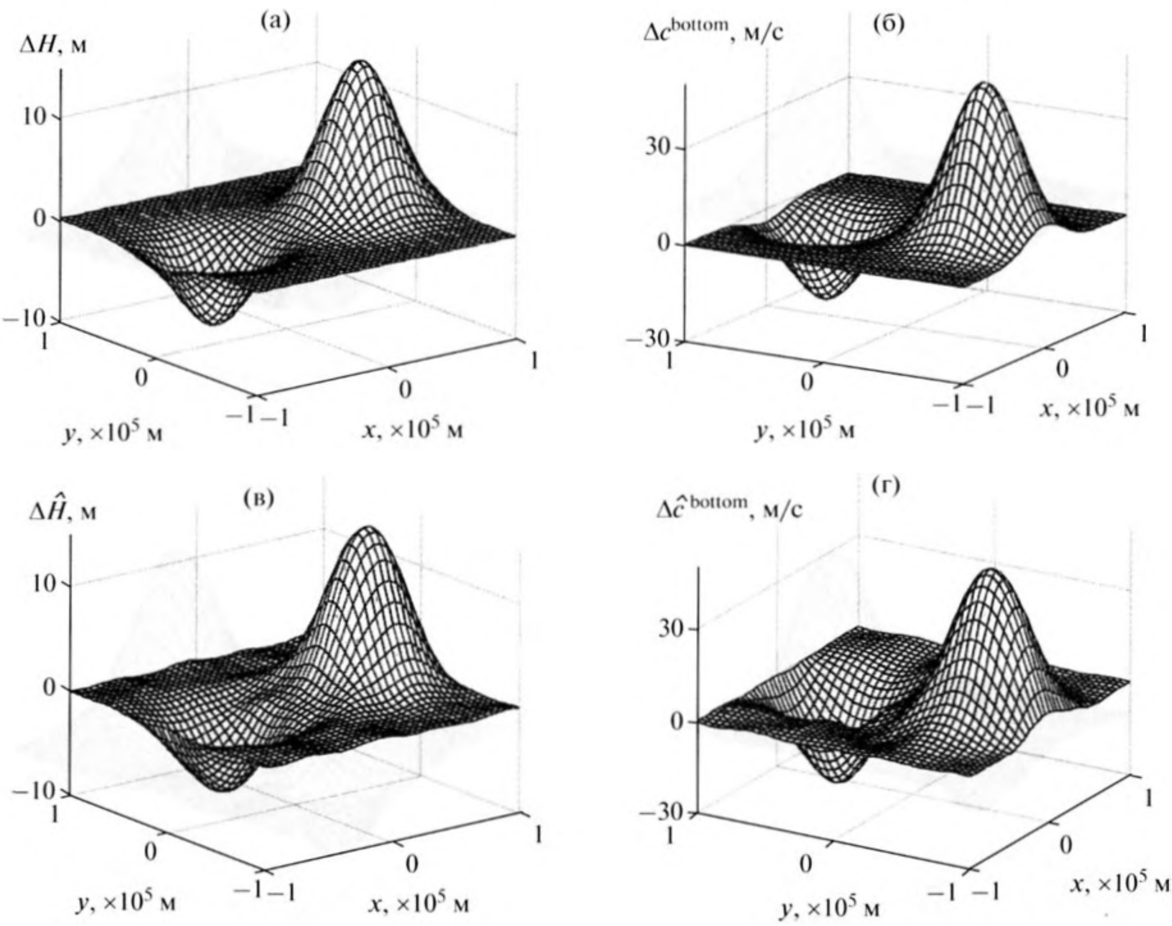

Рис. 6. Результат совместного восстановления рельефа дна $\Delta H(\mathbf{r})$ и скорости звука в дне $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ по двум наборам возмущений времен распространения модовых сигналов в виде первой моды на частоте $f = 40$ Гц и второй моды на частоте $f = 64$ Гц: (а, б) исходные распределения неоднородностей $\Delta H(\mathbf{r})$ и $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$; (в, г) восстановленные неоднородности $\Delta\hat{H}(\mathbf{r})$ и $\Delta\hat{c}^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$, оцененные с невязкой по правой части $\eta_T = 6\times10^{-4}$, невязкой по рельефу $\eta_H = 0.21$ и невязкой по скорости звука в дне $\eta_c = 0.35$.

мое, и данные формировались в виде $\Delta T' = \Delta T + \chi N\sqrt{\langle(\Delta T)^2\rangle}$. Здесь χ – безразмерный множитель; N – вектор-столбец, элементы которого представляют собой реализацию случайной нормально распределенной величины с нулевым средним значением и единичным среднеквадратичным амплитудным отклонением; треугольные скобки обозначают усреднение по всем значениям вектор-столбца с элементами $(\Delta T_{ij})^2$. Численное моделирование показало, что при увеличении уровня случайных ошибок χ до $\chi = 0.05$ невязки по решению для случая, приведенного на рис. 6, растут до $\eta_H = 0.23$ и $\eta_c = 0.56$, а для случая, приведенного на рис. 7, – до $\eta_H = 0.25$ и $\eta_c = 0.41$. При этом визуально результаты восстановления сравнимы с теми, которые приведены на рис. 6 и 7. С ростом уровня χ растет прежде всего ошибка определения амплитуды неоднородностей, в то время как определение места локализации неоднородности остается верным. Это говорит об устойчивости схемы к шумам такого типа. Можно ожидать, что в условиях реального эксперимента влияние шумовых добавок также позволит получить результат восстановления с приемлемой точностью.

ВЫВОДЫ

В работе предложена схема совместного восстановления параметров дна мелкого моря методами модовой томографии. В качестве иллюстрации возможности обсуждаемого подхода приведены примеры численного моделирования процесса восстановления рельефа и скорости звука в дне без специальных мер по разделению эффектов их влияния на принимаемые данные. Показано, что такое одновременное восстановление оказывается возмож-

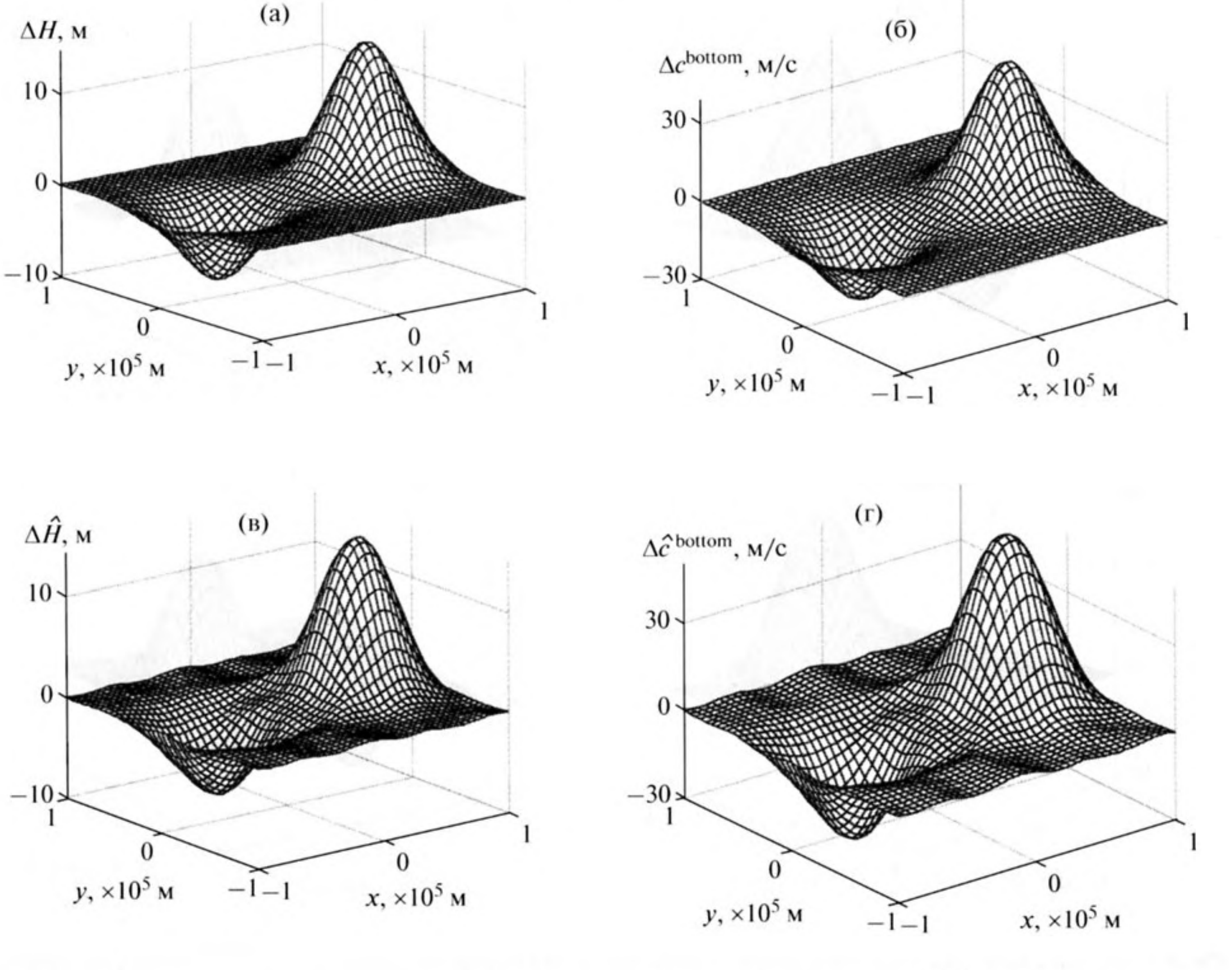

Рис. 7. Результат совместного восстановления рельефа дна $\Delta H(\mathbf{r})$ и скорости звука в дне $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$ по тому же объему данных рассеяния, что и для рис. 6, но теперь области локализации рассматриваемых неоднородностей совпадают: (а, б) исходные распределения неоднородностей $\Delta H(\mathbf{r})$ и $\Delta c^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$; (в, г) восстановленные неоднородности $\Delta \hat{H}(\mathbf{r})$ и $\Delta \hat{c}^{\text{bottom}}(\mathbf{r})$, оцененные с невязкой по правой части $\eta_T = 6\times10^{-4}$, невязкой по рельефу $\eta_H = 0.22$ и невязкой по скорости звука в дне $\eta_c = 0.37$.

ным при использовании временны́х задержек мод нескольких номеров в нескольких частотных диапазонах. Возможность одновременного восстановления совокупности различных параметров волновода в обсуждаемом томографическом подходе определяется различным характером влияния этих параметров на дисперсионные зависимости модовых сигналов. Ранее была показана возможность совместного восстановления неоднородностей профиля скорости звука в водном слое и рельефа дна [22], а также возможность совместного восстановления скалярных и векторных неоднородностей водного слоя [11]. В итоге результаты, полученные в настоящей работе, в совокупности с результатами, приведенными в работах [11, 22], говорят в пользу возможности реализации схемы акустической томографии мелкого моря, позволяющей восстановить неоднородности как характеристик водного слоя (рефракционные неоднородности, течения), так и параметров дна (скорость звука в дне, рельеф) в едином подходе, что обеспечивается разложением всех исследуемых неоднородностей по полосчатому базису. К основным ограничениям обсуждаемой схемы, помимо нахождения восстанавливаемых неоднородностей в области линейности и применимости адиабатического приближения, относится требование выделения из принимаемых данных информации о модах нескольких номеров в нескольких частотных диапазонах. Эта задача в большинстве практических случаев сталкивается с определенными трудностями, связанными, например, с искривлением вертикальных антенн [12]. Особенно важным такое ограничение оказывается при увеличении количества мод, которые необходимо селектировать.

К перспективам дальнейших исследований следует отнести, в первую очередь, возможность учета в разрабатываемой томографической схеме неадиабатического характера распространения модовых сигналов, а также более подробный анализ влияния шумов и помех, которые будут проявляться при измерениях параметров мод, что может привести к ограничениям эффективности рассматриваемой томографической реконструкции и потребовать отдельного рассмотрения. Кроме того, представляет интерес разработка количественного критерия, позволяющего заранее охарактеризовать возможность одновременного восстановления различных параметров волновода при рассмотрении разного количества мод и частотных диапазонов в тех случаях, когда аналитически разделить влияние таких параметров волновода на данные рассеяния не удается.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № НШ-283.2014.2, грантов РФФИ № 13-02-00632, № 15-05-01183 и № 13-01-12469 офи_м2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Munk W., Wunsh C.* Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring // Deep-Sea Res. A. 1979. V. 26. № 2. P. 123–161.

2. *Rajan S.D., Anand G.V., Nagesh P.V.* Joint estimation of water column and sediment acoustic properties from broadband towed array data using modal inverse method // J. Acoust. Soc. Am. 2006. V. 120. № 3. P. 1324–1333.

3. *Лазарев В.А., Малеханов А.И., Мерклин Л.Р., Романова В.И., Таланов В.И., Хилько А.И.* Когерентное сейсмоакустическое профилирование морского дна с использованием широкополосных сигналов // Океанология. 2013. Т. 53. № 6. С. 843–850.

4. *Potty G.R., Miller J.H., Lynch J.F., Smith K.B.* Tomographic inversion for sediment parameters in shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 108. № 3. P. 973–986.

5. *Frisk G.V., Lynch J.F., Rajah S.D.* Perturbative inversion methods for obtaining bottom geoacoustic parameters in shallow-water // J. Acoust. Soc. Am. 1987. V. 82. № 3. P. 998–1017.

6. *Poole T.L., Frisk G.V., Lynch J.F., Pierce A.D.* Geoacoustic inversion by mode amplitude perturbation // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 123. № 2. P. 667–678.

7. *Tolstoy A.* Tomographic inversion for geoacoustic parameters in shallow water // J. Comp. Acoust. 2000. V. 8. № 2. P. 285–293.

8. *Зайцев В.Ю., Нечаев А.Г., Островский Л.А.* Об алгоритме трехмерной модовой томографии океана // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 1124–1125.

9. *Гончаров В.В., Зайцев В.Ю., Куртепов В.М., Нечаев А.Г., Хилько А.И.* Акустическая томография океана. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997. С. 254.

10. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Роль выбора базиса в задачах акустической томографии океана // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 6. С. 791–808.

11. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Трехмерная модель томографического восстановления океанических неоднородностей при неизвестном расположении антенн // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 348–363.

12. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Использование коротких искривленных вертикальных антенн в акустической томографии океана // Акуст. журн. 2009. Т. 55 № 2. С. 232–246.

13. *Bonnel J., Gervaise C., Nicolas B., Mars J.I.* Single-receiver geoacoustic inversion using modal reversal // J. Acoust. Soc. Am. 2012. V. 131. № 1. P. 119–128.

14. *Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г.* Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 191 с.

15. *Кузькин В.М., Луньков А.А., Пересёлков С.А.* Частотные смещения максимумов звукового поля, вызванные интенсивными внутренними волнами // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 3. С. 342–349.

16. *Луньков А.А, Петников В.Г., Hwung Hwung-Hweng, Wang Yu-Huai, Yang Ray-Yeng.* Частотные смещения интерференционной структуры звуковых полей в мелком море, обусловленные солитоноподобными внутренними волнами второй моды // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 3. С. 77–85.

17. *Буров В.А., Попов А.Ю., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Акустическая томография океана при использовании нестандартного представления рефракционных неоднородностей // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 5. С. 602–613.

18. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука. 2007. 369 с.

19. *Кацнельсон Б.Г.* Распространение и рассеяние низкочастотного звука на морском шельфе: Дисс. на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. Воронеж: Воронежский государственный университет, 2011. 320 с.

20. *Tolstoy A.* Volumetric (tomographic) three-dimensional geoacoustic inversion in shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 124. № 5. P. 2793–2804.

21. *Буров В.А., Шуруп А.С., Зотов Д.И., Румянцева О.Д.* Моделирование функционального решения задачи акустической томографии для данных от квазиточечных преобразователей // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 3. С. 391–407.

22. *Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S., Scherbina A.V.* Acoustic tomography of shallow water with unknown relief of hard bottom // Physics of Wave Phenomena. 2013. V. 21. № 2. P. 152–157.