

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ
ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.23

ШУМ ПОТОКА В ГОФРИРОВАННОЙ ТРУБКЕ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ
ТЕОРИИ ВОЛН НЕУСТОЙЧИВОСТИ

© 2015 г. В. Ф. Копьев*, **, М. А. Миронов***, М. А. Яковец*

*ФГУП ЦАГИ, Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ

105005 Москва, ул. Радио 17

E-mail: aeroacoustics@mksagi.ru

**Пермский национальный исследовательский политехнический университет

614990 Пермь, Комсомольский пр. 29

***Акустический институт им. Н.Н. Андреева

117036 Москва, ул. Шверника 4

Поступила в редакцию 21.04.2015 г.

При протекании воздуха через трубку с гофрированной внутренней поверхностью генерируется тональный (мультитональный), т.е. когерентный акустический сигнал. Главные процессы, приводящие к генерации, — это вынужденное возбуждение активной среды в резонаторе (трубке) и обратная связь, приводящая к нелинейному усилению одной или нескольких гармоник резонатора за счет процессов нелинейной конкуренции волн. Среда в трубке становится активной за счет процессов, происходящих при обтекании потоком гофрированной стенки. Основная цель настоящей работы — качественно объяснить на простом примере возможность генерации мультитонального звука и основные известные экспериментальные факты.

Ключевые слова: волна неустойчивости, шум гофрированного волновода.

DOI: 10.7868/S0320791915050111

ВВЕДЕНИЕ И ВЫБОР МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Известно [1–8], что спектр излучаемого гофрированной трубкой звука представляет собой набор близко расположенных пиков, распределенных в узкой области частот с центральной частотой, соответствующей $Sh_1 = \frac{f_1 l}{V_0} \approx 0.45 \dots 0.6$ (V_0 — скорость потока, l — шаг гофрировки). Эта частотная область генерации повторяется на более высоких частотах, примерно соответствующих числам Струхалья $Sh_n \approx nSh_1$ (n — целое) [8]. При увеличении скорости продуваемого потока картина сдвигается в область более высоких частот, что выражается в “перескоке” частоты максимального звука на соседнюю частоту резонатора.

При теоретическом объяснении возбуждения трубки потоком будем исходить из автоколебательного характера процесса. Так, при взаимодействии звука и потока с неровностями стенки возникает неустойчивость за счет некоторого механизма перекачки энергии потока газа в звуковую волну. Тогда нарастание звуковых колебаний происходит после того, как аэродинамическая накачка превысит пристеночные потери на трение и теплопроводность и потери на излучение из открытых концов трубки.

Известны следующие рабочие гипотезы описания механизмов перекачки: 1) изменение импеданса впадин гофра под влиянием тангенциального разрыва, перекрывающего впадины [7]; 2) генерация осевой силы при натекании колеблющегося тангенциального разрыва, сходящего с предыдущего выступа гофра на следующий выступ; 3) взаимодействие собственной моды волновода с критическим слоем потока (механизм Майлса [9]). Во всех случаях перекачка энергии возможна только за счет процессов, происходящих вблизи стенки: именно там течение имеет особенности, связанные с наличием градиента скорости (пограничный слой) и гофрированной неоднородностью стенки. Это значит, что эффект генерации шума имеет выраженный приповерхностный характер и, следовательно, может быть описан с помощью граничных условий специального вида на стенке канала.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния потока на импеданс двумерной канавки — впадины гофра и связывает возникновение неустойчивости с первым из описанных механизмов перекачки. Рассматривается упрощенная постановка, направленная на максимальное прояснение физических процессов при таком механизме генерации. Считается, что возникающий при обтекании канавки тангенциальный разрыв (рис. 1) под действием внешнего звукового поля начинает коле-

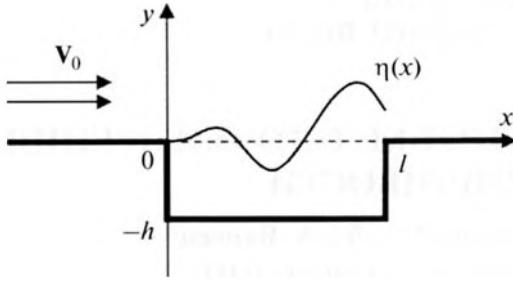


Рис. 1. Смещение тангенциального разрыва над канавкой.

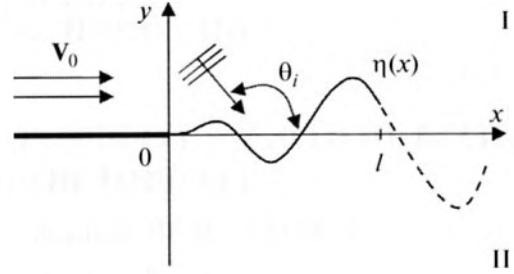


Рис. 2. Постановка модельной задачи.

баться, создавая на границе полости объемную скорость, которая изменяет импеданс таким образом, что поверхность волновода становится активной (действительная часть импеданса становится отрицательной). Наличие отрицательной действительной части импеданса приводит к нарастанию амплитуды распространяющейся по каналу волны или генерации собственных колебаний конечного волновода.

Для получения точного решения задачи о движении тангенциального разрыва скорости над канавкой используют [10–13] модели с обратной связью, в которых движение разрыва возле задней кромки согласуют с колебаниями, возбуждающими тангенциальный разрыв на передней кромке. Для этого возле задней кромки размещают систему точечных периодических источников, обеспечивающих нужное положение тангенциального разрыва и затекание движущейся среды в неподвижную область. Затем решается интегральное уравнение движения разрыва под действием этих источников. Смещение тангенциального разрыва есть, в основном, сумма двух волн, соответствующих неустойчивости Кельвина–Гельмгольца: экспоненциально нарастающей и убывающей. Такие модели позволяют учесть не только геометрические параметры кромки l и h , но и более сложные эффекты, связанные с конечной толщиной слоя смещения. Однако эти методы являются довольно громоздкими, предполагают решение нескольких интегральных уравнений и допускают произвол в выборе системы источников и механизма обратной связи, исключить который должны подробные экспериментальные исследования обтекания кромки нестационарным потоком.

В настоящей работе рассматривается возбуждение падающей плоской волной колебаний тангенциального разрыва, перекрывающего канавку (рис. 1), в упрощенной постановке — пренебрегая влиянием задней кромки и дна канавки (рис. 2). При таком упрощении удастся легко понять появление зон отрицательного значения реальной части импеданса в зависимости от длины (частоты) звуковой волны и на качественном уровне

описать механизм генерации собственных колебаний гофрированного волновода.

ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Чтобы найти параметры волны неустойчивости в нашем случае, рассматривается известное решение задачи о дифракции звука на полуплоскости при наличии потока [14, 15].

Пусть в области I ($y > 0$) имеется однородный поток со скоростью V_0 , параллельной оси x , а в области II ($y < 0$) среда покоится. Эти области разделены бесконечно тонкой твердой пластинкой, занимающей полуплоскость $y = 0, x < 0$. Газ предполагается невязким, скорость звука c одинакова во всем пространстве, а возмущения малы, так что движения газа можно считать потенциальным, и зависят от времени как $\exp(-ikt)$. Далее временной множитель для возмущений опускаем. Пусть из среды I на границу раздела падает плоская монохроматическая волна, нормаль к волновому фронту которой составляет угол $\theta_i \in (0, \pi)$ с осью x (рис. 2).

Под влиянием звукового поля смещается тангенциальный разрыв, разделяющий области I и II. Введем функцию $\eta(x)$ — нормальное отклонение границы раздела сред от плоскости $y = 0$.

Потенциал возмущений скорости φ в средах I и II подчиняется следующим уравнениям:

$$\Delta\varphi_I - \left(M \frac{\partial}{\partial x} - ik\right)^2 \varphi_I = 0, y > 0;$$

$$\Delta\varphi_{II} + k^2 \varphi_{II} = 0, y < 0,$$

где $M = V_0/c$ — число Маха, а $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ — двумерный оператор Лапласа. Потенциал плоской монохроматической волны, падающей под углом θ_i к оси x из среды I, задается выражением

$$\varphi_i = b \exp\left(-i \frac{k \cos\theta_i}{1 - M \cos\theta_i} x - i \frac{k \sin\theta_i}{1 - M \cos\theta_i} y\right).$$

На линии $y = 0$ должны выполняться условия равенства давления (при $x > 0$) и смещения частиц

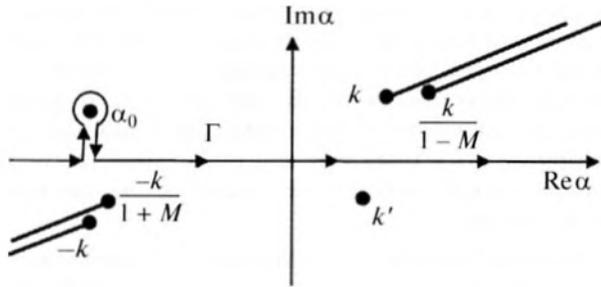


Рис. 3. Обход полюса α_0 при интегрировании.

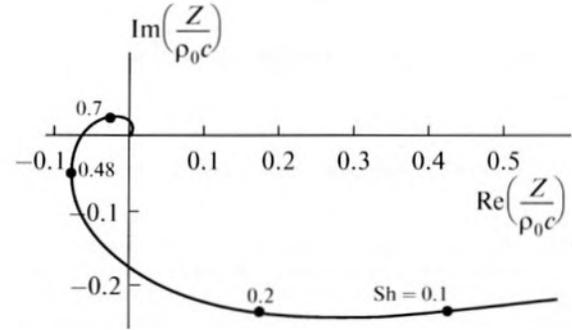


Рис. 4. Безразмерный импеданс в зависимости от параметра Sh.

газа (при $x < 0$). На кромке ставится условие Жуковского–Кутта [16]:

$$\eta(0) = 0, \frac{d\eta}{dx}\Big|_{x=0} = 0.$$

Кроме граничных условий, решение должно удовлетворять еще и условию излучения: в каждый фиксированный момент времени возмущения, вызванные падающей на границу раздела волной, должны убывать при $y \rightarrow \pm\infty$; возмущения должны создаваться источниками на границе раздела.

В работе [15] приведено решение данной задачи с помощью метода Винера–Хопфа. Смещение $\eta(x)$ находится с помощью обратного преобразования Фурье:

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \frac{2i(k + Mk')}{c(\alpha - k')H_+(\alpha)H_-(k')} \exp(-i\alpha x) d\alpha.$$

Здесь $\gamma(\alpha) = \sqrt{(\alpha - k)(\alpha + k)}$, $\beta = \sqrt{(1 - M^2)(\alpha - k/(1 - M))(\alpha + k/(1 + M))}$, $k' = k \cos\theta_i / (1 - M \cos\theta_i)$, а функции H_+ и H_- находятся из факторизации функции

$$H(\alpha) = \frac{k^2\beta + (k + M\alpha)^2\gamma}{\gamma\beta} = H_+H_-.$$

Функция $H_+(\alpha)$ должна быть регулярна в верхней, а функция $H_-(\alpha)$ – в нижней комплексной полуплоскости плоскости.

Интегрирование ведется вдоль кривой Γ , которая идет около действительной оси и огибает полюс α_0 неустойчивости Кельвина–Гельмгольца таким образом, чтобы соблюсти условие причинности решения (рис. 3):

$$\alpha_0 = k \frac{-M/2 + i\sqrt{\sqrt{1 + M^2} - 1 - M^2/4}}{\sqrt{1 + M^2} - 1} \xrightarrow{M \rightarrow 0} k \frac{i - 1}{M}.$$

Вклад в интеграл, соответствующий вычету в этой точке, есть волна неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, экспоненциально нарастающая вниз по потоку. Этот вклад будет доминирующим в решении при размере отверстия больше длины волны неустойчивости.

Смещение, связанное с этим вычетом, равно

$$\eta_0(x, t) = b \frac{B}{c} \exp(-i\alpha_0 x - ikct),$$

где $B(M, \theta_i) = \frac{-2i(k + Mk')}{(\alpha_0 - k')H_+(\alpha_0)H_-(k')}$ и $0 < x < l$.

Боковое движение тангенциального разрыва создает объемную скорость среды через отверстие

$$V = -\frac{1}{l} \int_0^l \frac{\partial \eta_0(x, t)}{\partial t} dx.$$

Импеданс отверстия равен отношению перепада давления, которое было бы в отсутствие отверстия, к средней объемной скорости среды, проходящей через него:

$$Z = \frac{p^i}{V},$$

где

$$p^i = -\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} \approx 2ikc\rho_0 b, \quad V = -\frac{1}{l} \int_0^l (-ikc)b B \exp(-i\alpha_0 x) dx = b \frac{Bk(1 - \exp(-i\alpha_0 l))}{l\alpha_0}.$$

Получим в результате

$$Z = \rho_0 c \frac{2i\alpha_0 l}{B(1 - \exp(-i\alpha_0 l))}.$$

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим свойства полученного решения. Импеданс отверстия при $Sh \gg 1/2\pi$, где $Sh = fl/V_0$ – число Струхала, есть осциллирующая комплекснозначная функция

$$Z \sim \frac{\rho_0 c}{B} 2\sqrt{2}(2\pi Sh) \exp\left[-2\pi Sh + i\left(-2\pi Sh + \frac{3\pi}{4}\right)\right]. \quad (1)$$

На рис. 4 изображен безразмерный (нормировка на $\rho_0 c$) импеданс-годограф, рассчитанный по формуле (1) при $\theta_i = \pi/2$, $M = 0.1$ и $B(0.1, \pi/2) = 2.48 + 0.95i$. Он имеет форму спирали, закручивающейся по часовой стрелке вокруг нуля при

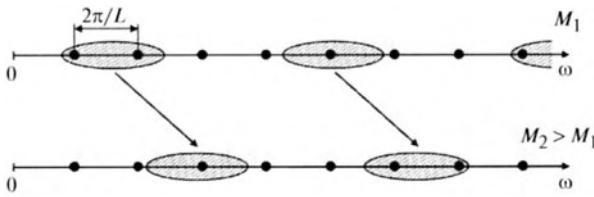


Рис. 5. Смещение областей отрицательного импеданса при увеличении числа Маха. Черными точками обозначены собственные частоты волновода длиной L , заштрихованными овалами — области отрицательной действительной части импеданса.

увеличении числа Струхала. Действительная часть импеданса меняет знак в зависимости от параметра Sh . Первый минимум функции $Re(Z)$ соответствует $Sh_1 = 0.48$, следующие $Sh_n = nSh_1$. Таким образом, возникает область частот, для которых реальная часть импеданса меньше нуля. Эта область отрицательного импеданса повторяется на более высоких частотах. Если наложить эти зоны отрицательного импеданса на спектр эквидистантных собственных частот волновода — гофрированной трубы длины L со свободными торцевыми сечениями — то возникнет возбуждение этих собственных частот (рис. 5). При увеличении скорости продувания зоны неустойчивости плавно смещаются в более высокочастотную область, а генерируемый звук “перепрыгивает” на соседнюю собственную частоту волновода.

В работе [10] приведено более точное выражение для импеданса отверстия в экране при отсутствии обратной связи. Модельное решение (1) повторяет поведение точного в диапазоне параметров $Sh > 0.2$, при которых волна неустойчивости доминирует в решении. При $Sh < 0.2$ экспоненциально нарастающий член будет одного порядка с остальным отраженным полем, и модель не пригодна.

При учете дифракции на полости и обратной связи амплитуда и фаза волны неустойчивости изменятся, для их нахождения потребуется решение интегрального уравнения на смещение тангенциального разрыва. Учет конечности слоя смещения изменит дисперсионное уравнение системы, уточняя величину полюса неустойчивости α_0 . Тем не менее, качественный вид $\eta_0(x, t)$ останется таким же.

Кроме того, для правильного подсчета импеданса необходимо учитывать дополнительную объемную скорость от проникновения движущейся среды в неподвижную с торца тангенциального разрыва. Однако без тщательного экспериментального анализа это явление трудно учесть правильно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены импедансные характеристики отверстия в экране, моделирующего впадину одиночного гофра (полости). Импеданс в главном

определяется бегущей по тангенциальному разрыву гидродинамической волной неустойчивости, параметры которой определяет геометрия полости и падающая звуковая волна. В зависимости от длины канавки l колебания тангенциального разрыва могут приводить к тому, что действительная часть импеданса может быть как положительной, так и отрицательной.

При периодическом повторении такой неоднородности, как, например, на стенках гофрированной трубки, собственные моды волновода могут стать неустойчивыми, попав в область отрицательного импеданса. Для выяснения, будут ли эти моды нарастать в волноводе, необходимо дополнительно рассматривать не только накачку энергии из среднего потока, но и потери на трение, теплопроводность и излучение из открытого конца [8]. С учетом потерь останутся не все моды, а наиболее неустойчивые. В результате нарастания этих мод и за счет конкуренции на нелинейной стадии будет доминировать в каждом диапазоне неустойчивости только одна мода. При увеличении скорости область неустойчивости будет плавно сдвигаться, а неустойчивая мода “перепрыгнет” на соседнюю частоту.

Отметим, что современные экспериментальные установки, имеющиеся в ЦАГИ и ПНИПУ [17, 18] и позволяющие измерять с помощью микрофонных методов импеданс плоских образцов при наличии потока, могут быть использованы для построения реальной зависимости величины импеданса гофрированной поверхности от частоты звуковой волны и скорости потока, что может косвенно указать на тот или иной механизм усиления звука, реализующийся в каналах гофрированными стенками.

Работа частично выполнена при поддержке Правительства РФ по постановлению № 220 “О мерах по привлечению ведущих ученых в российские образовательные учреждения высшего профессионального образования” по договору № 14.Z50.31.0032.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Peterie A.M., Huntley I.D.* The acoustic output produced by a steady airflow through a corrugated duct // *J. Sound Vibr.* 1980. V. 79. № 1. P. 1–9.
2. *Crawford F.S.* Singing corrugated pipes // *Am. Journ. Phys.* 1974. V. 42. № 4. P. 278–288.
3. *Nakamura Y., Fukamachi N.* Sound generation in corrugated tubes // *Fluid Dynamics Research.* 1991. V. 7. № 5–6. P. 255–261.
4. *Binnie A.M.* Self-induced waves in a conduit with corrugated walls. II. Experiments with air in corrugated and finned tubes // *Proc. Roy. Soc.* 1961. A262. P. 179–191.
5. *Elliott J.W.* Corrugated pipe flow / *Lecture Notes on the Mathematics of acoustics.* Ed. by Wright M.C.M.

- London: Imperial College Press, 2005. P. 207–222. ISBN-1-86094-496-5.
6. *Kristiansen U.R., Reinen T.A., Wiek G.A.* Sound generation in corrugated pipes // *Inter-Noise-2005*, 07–10 August 2005. Rio de Janeiro, Brazil. Proceedings, № 1830 (on CD).
 7. *Копьев В.Ф., Миронов М.А., Солнцева В.С., Сизов И.И., Горенберг А.Я.* Усиление и генерация звука потоком воздуха в волноводах с периодически неровными границами // *Сб. трудов XIII сессии РАО*. 2003. Т. 2. С. 36–39.
 8. *Копьев В.Ф., Миронов М.А., Солнцева В.С.* Аэроакустическое взаимодействие в гофрированном волноводе // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54. № 2. С. 237–243.
 9. *Miles J.W.* On the generation of the surface waves by shear flows // *J. Fluid Mech.* 1957. V. 3. № 2. P. 185–204.
 10. *Миронов М.А.* Импеданс отверстия в экране, отделяющем движущуюся среду от неподвижной // *Акуст. журн.* 1982. Т. 28. № 4. С. 528–534.
 11. *Лалин А.Д., Миронов М.А.* Проводимость канавки на жесткой поверхности, обтекаемой потоком // *Акуст. журн.* 2003. Т. 49. № 1. С. 85–91.
 12. *Howe M.S.* Edge, cavity and aperture tones at very low Mach numbers // *J. Fluid Mech.* 1997. V. 330. P. 61–84.
 13. *Tam C.K.W., Block P.J.W.* On the tones and pressure oscillations induced by flow over rectangular cavities // *J. Fluid Mech.* 1978. V. 89. № 2. P. 373–399.
 14. *Morgan J.D.* The interaction of sound with a semi-infinite vortex sheet // *Q. J. Mech. Appl. Math.* 1974. V. 27. P. 465–487.
 15. *Копьев В.Ф., Фараносов Г.А.* Управление волной неустойчивости в двумерной модели кромки сопла // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54. № 3. С. 371–379.
 16. *Crighthton D.G.* The Kutta condition in unsteady flow // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1985. V. 17. P. 411–445.
 17. *Соболев А.Ф.* Об одном способе определения импеданса звукопоглощающей облицовки на установке “Интерферометр с потоком” // *Тезисы докладов 3-й открытой Всероссийской конференции по аэроакустике 1–3 октября 2013 г.* 2013. С. 78–80.
 18. *Павлоградский В.В., Пальчиковский В.В., Бульбович Р.В.* Учет профиля скорости потока в определении импеданса ЗПК на установке “Канал с потоком” // *Сб. трудов 1-й Всероссийской акустической конференции 6–10 октября 2014 г. Секция “Аэроакустика”*. 2014. С. 48–54.