

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ.
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 681.7:534.91

СОГЛАСОВАННАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ
В ПОДВОДНЫХ ЗВУКОВЫХ КАНАЛАХ (ОБЗОР)

© 2015 г. А. Г. Сазонтов, А. И. Малеханов

Институт прикладной физики РАН

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

E-mail: sazontov@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 07.04.2014 г.

Изложено современное состояние вопроса по согласованной (со средой распространения) пространственной обработке гидроакустических сигналов с позиции теории оценивания параметров сигнала в адаптивных антенных решетках. Основное внимание уделено методам решения задачи локализации источника в океаническом волноводе при наличии эффектов рассогласования различной природы, вызванных несоответствием между принятым звуковым полем и его расчетной моделью. Обсуждены различные подходы к повышению устойчивости алгоритмов оценивания координат источника, позволяющие повысить их эффективность в натуральных условиях.

Ключевые слова: подводный звуковой канал, согласованная обработка, оценивание параметров, детерминированное и статистическое рассогласование, робастные алгоритмы, локализация источника.

DOI: 10.7868/S0320791915020124

1. ВВЕДЕНИЕ

Разработка методов пространственной обработки гидроакустических сигналов, согласованных со средой распространения, является одним из перспективных направлений развития прикладной акустики океана. Сам термин – согласование со средой – подчеркивает специфические условия формирования принимаемого поля в подводном звуковом канале (ПЗК), приводящие к существенному отличию его от плоской волны в свободном пространстве. В англоязычной литературе соответствующая процедура трактуется как обработка, согласованная с полем (“matched-field processing”).

Многочисленные работы в этом направлении ориентированы преимущественно на решение задачи локализации источника в ПЗК. С теоретической точки зрения эта проблема является одним из важных аспектов общей теории обнаружения и оценивания параметров сигналов на фоне помех с использованием антенных решеток (АР) (см., например, [1–5]). Так, к настоящему времени наиболее изученными являются методы согласованного приема пространственно-когерентного сигнала, основы которых были заложены еще около 40 лет назад. В качестве основополагающих здесь можно отметить статьи [6–12] и обзорные публикации [13–16], отражающие состояние проблемы к началу 1990-х годов. Результаты более поздних исследований представлены в обзорах [17, 18] и монографиях [19, 20].

Подавляющее большинство авторов для расчета реплики принимаемого сигнала используют модовое представление звукового поля (на которое мы также будем опираться в последующем изложении материала). Наряду с этим, уже в первых работах были предложены и другие вычислительные схемы, основанные на лучевом рассмотрении [10, 11] и методе параболического уравнения [12]. По существу, разнообразие развитых на сегодняшний день подходов к согласованной обработке естественным образом отражает разнообразие аналитических и численных способов описания звукового поля в океаническом волноводе, каждый из которых, как известно, имеет свои достоинства и вполне определенную область применимости.

Вместе с тем, обилие публикаций по данной тематике в значительной степени обусловлено не столько вопросами, касающимися собственно вычисления акустических полей, сколько попытками преодолеть принципиальные трудности, возникающие при использовании традиционных методов обработки сигналов для решения задачи локализации источника в такой сложной (и принципиально отличной от свободного пространства) среде, как ПЗК. Именно этими трудностями и обусловлен тот факт, что до настоящего времени авторы большинства публикаций ограничивались проведением численного моделирования (применимость которого не всегда очевидна), а результаты успешной апробации предложенных методов в условиях натуральных экспериментов были весьма немногочисленны. Отмеченные трудности, с од-

ной стороны, ставят под сомнение практическую целесообразность согласованной обработки сигналов в ПЗК и даже саму возможность корректного решения подобной обратной задачи, но с другой — стимулируют исследователей к разработке таких устойчивых (робастных) алгоритмов, которые оказались бы достаточно эффективными в морских условиях.

Главной причиной, затрудняющей получение приемлемого решения обратной задачи локализации источника, является неточное соответствие (рассогласование) между расчетной моделью среды распространения и реальным океаническим волноводом. Поэтому большинство работ по согласованной обработке сигналов в ПЗК так или иначе касаются возможных сценариев рассогласования, а сама проблема рассогласования оказывается центральной.

Очевидно, что рассогласование естественным образом возникает по трем независимым причинам. Первая является следствием неточного знания регулярных гидроакустических характеристик канала, в том числе таких, которые известны, как правило, весьма приблизительно (например, геоакустических параметров дна в мелководных акваториях). Вторая обусловлена какими-либо техническими факторами, связанными, например, с ошибками измерения положений элементов АР в канале, либо их недостаточно точной калибровкой. Важно, что эти две причины могут быть отнесены преимущественно к детерминированным сценариям рассогласования. Наконец, третья носит сугубо статистический характер и возникает из-за случайных искажений полезного сигнала, вызванных эффектами рассеяния звука на неоднородностях водной толщи и неровностях границ. Во всех случаях несовпадение принятого и ожидаемого сигнала с неизбежностью приводит как к ухудшению разрешающей способности АР, так и ослаблению выходного отношения сигнал/помеха.

На относительно коротких трассах (и/или в достаточно низком диапазоне частот), когда пространственный радиус корреляции полезного сигнала превышает апертуру АР, определяющим является детерминированное рассогласование, для частичной компенсации которого в литературе предложен ряд адаптивных методов (см., например, [4, 5, 18–21]). Применение таких алгоритмов позволяет несколько повысить качество восстановления источника в условиях априорной неопределенности регулярных параметров канала.

Вместе с тем, с ростом дистанции необходимо учитывать ослабление когерентности звукового поля при его прохождении через случайно-неоднородный океан, что является одним из наиболее характерных физических аспектов данной задачи, вне зависимости от действия тех или иных механизмов детерминированного рассогласования. В результате применимость традиционного согла-

сованного подхода принципиально ограничена относительно небольшими расстояниями до источника. Характерная длина трассы, на которой статистические эффекты становятся существенными, зависит (при заданных размерах АР) от типа ПЗК и в низкочастотном диапазоне (до ~1 кГц) составляет порядка десятка километров в мелком море и сотни километров в глубоком океане (обзор ряда экспериментальных данных представлен в работе [22]). Именно поэтому потенциальные возможности детерминированных алгоритмов решения обратной задачи, а также результаты их экспериментальной апробации, ограничены дистанциями, не превышающими указанные масштабы.

Амплитудно-фазовые флуктуации звуковой волны при ее распространении в случайно неоднородном океане можно рассматривать как результат воздействия специфической мультипликативной помехи. При наличии такого рода “помех” предположение о диадной форме и единичном ранге корреляционной матрицы полезного сигнала заведомо не выполняется, и когерентные алгоритмы принципиально не в состоянии обеспечить согласование модели с реальными данными. Такой более общий сценарий приводит, как известно, к необходимости использования более сложных (квадратичных) алгоритмов, способных обеспечить согласование со средой в статистическом смысле — на уровне не отдельных случайных реализаций сигнала на входе АР, а их вторых моментов.

Анализ различных помехоустойчивых алгоритмов обработки частично-когерентных волновых полей (характеризуемых заданными корреляционными матрицами произвольного ранга) проводился в ряде работ (см., например, [23–35]). Важно отметить, что общий подход к построению адаптивных алгоритмов должен обеспечивать устойчивость процедуры оценивания к статистическому рассогласованию, обусловленному несоответствием между истинной корреляционной матрицей сигнального поля и ее расчетной моделью [36–39]. В этой связи наибольший интерес, на наш взгляд, представляет развитие соответствующих робастных алгоритмов в приложении к задаче локализации источника в случайно-неоднородном ПЗК.

Таким образом, проблема согласованной с полем обработки сигналов в ПЗК является пограничной между собственно акустикой океана (которая “отвечает” за адекватные модели сигналов и помех в конкретных условиях работы АР) и общей теорией оценивания параметров сигналов (которая “отвечает” за алгоритмы обработки и их адаптацию к тем или иным специфическим условиям приема). Очевидно, каждая из этих областей является весьма обширной, поэтому представленный обзор не может претендовать на сколько-нибудь исчерпывающую полноту. Вместе с тем, критический анализ наиболее важных аспектов проблемы локали-

зации источника в ПЗК с позиций современных методов обработки сигналов в сложных условиях приема представляется нам полезным и своевременным. Отметим также, что несмотря на очевидную практическую важность этой задачи, методам ее решения не уделялось достаточного внимания в отечественной литературе.

Ниже мы остановимся на вопросах согласованной с полем пространственной обработки с использованием линейных вертикальных АР. Именно для такой конфигурации приемных систем волноводная специфика ПЗК выражена в наибольшей степени.

2. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим океанический волновод, в котором звуковое поле возбуждается шумовым источником, расположенным в точке с координатами (\mathbf{r}_0, z_0) . Прием осуществляется линейной вертикальной АР, состоящей из N одинаковых элементов, расположенных на горизонтах $\{z_j\}_{j=1}^N$. Геометрия задачи показана на рис. 1. (Начало координат по дистанции выбрано в месте установки АР.)

При наличии Q локальных мешающих источников результирующее поле на входе АР на некоторой частоте ω_k (принадлежащей полосе полезного сигнала) характеризуется вектором наблюдения $\mathbf{x}(\omega_k)$ размерности $N \times 1$:

$$\mathbf{x}(\omega_k) = s_0(\omega_k)\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}_0, \omega_k) + \sum_{i=1}^Q s_i(\omega_k)\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}_i, \omega_k) + \mathbf{n}(\omega_k), \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (1)$$

Здесь $s_0(\omega_k)$ и $\{s_i(\omega_k)\}_{i=1}^Q$ – взаимно некоррелированные частотные спектры полезного и помеховых сигналов с соответствующими спектральными мощностями $\sigma_0^2(\omega_k)$ и $\{\sigma_i^2(\omega_k)\}_{i=1}^Q$; $\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}_i, \omega_k)$ – направляющий вектор (являющийся функцией координат $\boldsymbol{\theta}_i = (\mathbf{r}_i, z_i)^T$ i -го источника), равный

$$\mathbf{e}(\mathbf{r}_i, z_i, \omega_k) = [G(0, z_1 | \mathbf{r}_i, z_i; \omega_k), G(0, z_2 | \mathbf{r}_i, z_i; \omega_k), \dots, G(0, z_N | \mathbf{r}_i, z_i; \omega_k)]^T, \quad i = 0, 1, \dots, Q,$$

где $G(0, z_j | \mathbf{r}_i, z_i; \omega_k)$ – функция Грина исходного волнового уравнения, а $\mathbf{n}(\omega_k)$ – шумовой вектор (верхний индекс “ T ” означает операцию транспонирования).

В свою очередь, случайный вектор $\mathbf{n}(\omega_k)$ является суммой двух слагаемых: пространственно-белого шума $\mathbf{n}_w(\omega_k)$ с корреляционной матрицей $\mathbf{\Gamma}_w(\omega_k) = \sigma_w^2(\omega_k)\mathbf{I}$ (\mathbf{I} – единичная матрица, $\sigma_w^2(\omega_k)$ – дисперсия собственного шума АР) и частично-когерентной распределенной помехи $\mathbf{n}_c(\omega_k)$, представляющей собой динамические шумы океана, с некоторой корреляционной матрицей $\mathbf{\Gamma}_c(\omega_k)$.



Рис. 1. Геометрия задачи.

Для статистически независимых сигналов и помех корреляционная матрица вектора наблюдения \mathbf{x} может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_x(\omega_k) &= \sigma_0^2(\omega_k)\mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}_0, \omega_k) + \mathbf{\Gamma}_n(\omega_k), \\ \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}_0, \omega_k) &= \langle \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}_0, \omega_k)\mathbf{e}^+(\boldsymbol{\theta}_0, \omega_k) \rangle, \\ \mathbf{\Gamma}_n(\omega_k) &= \sum_{i=1}^Q \sigma_i^2(\omega_k) \langle \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}_i, \omega_k)\mathbf{e}^+(\boldsymbol{\theta}_i, \omega_k) \rangle + \mathbf{\Gamma}_c(\omega_k) + \sigma_w^2(\omega_k)\mathbf{I}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $(\cdot)^+$ и $\langle \cdot \rangle$ означают операцию эрмитового сопряжения и статистического усреднения соответственно.

В многомодовом канале функция Грина G на частоте ω вдали от источника формально записывается в виде суперпозиции конечного числа $M(\omega)$ распространяющихся нормальных волн:

$$G(0, z | \mathbf{r}_0, z_0, \omega) = \sum_{m=1}^{M(\omega)} g_m(\mathbf{r}_0, z_0, \omega)\varphi_m(z, \omega),$$

где $g_m(\mathbf{r}_0, z_0, \omega)$ – коэффициенты разложения, зависящие от неизвестных координат источника как от параметров, $\varphi_m(z, \omega)$ – ортонормированные собственные функции регулярного волновода, отвечающие собственным значениям $\kappa_m^2(\omega)$ и удовлетворяющие следующей краевой задаче:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\varphi_m(z, \omega)}{dz^2} + [k^2 n_0(z) - \kappa_m^2]\varphi_m(z, \omega) &= 0, \\ \varphi_m(0, \omega) &= 0, \quad \varphi_m(z \rightarrow \infty, \omega) \rightarrow 0, \end{aligned}$$

в которой k – опорное волновое число, а $n_0(z)$ – акустический показатель преломления. В рамках волнового подхода направляющий вектор \mathbf{e} дается выражением

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}_0, \omega_k) &= \mathbf{U}(\omega_k)\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}_0, \omega_k), \\ \mathbf{U}(\omega_k) &= \|\phi_m(z_j, \omega_k)\|, \\ j &= 1, 2, \dots, N; \quad m = 1, 2, \dots, M, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\mathbf{a}(\mathbf{r}_0, z_0, \omega_k) = (g_1(\mathbf{r}_0, z_0, \omega_k), \dots, g_M(\mathbf{r}_0, z_0, \omega_k))^T$ – $M \times 1$ вектор, компонентами которого являются амплитуды мод, возбуждаемые точечным источ-

ником единичной мощности, а $\mathbf{U}(\omega_k)$ – матрица модовой структуры размерности $N \times M$.

Обратим внимание, что динамические шумы океана (также как и полезный сигнал) формируются преимущественно модами дискретного спектра, так что вектор $\mathbf{n}_c(\omega_k)$ формально может быть представлен аналогично (3) с той лишь разницей, что вместо $\mathbf{a}(\omega_k)$ должен фигурировать вектор $\mathbf{a}_c(\omega_k)$, составленный из амплитуд мод, возбуждаемых шумовыми источниками, распределенными по поверхности волновода.

Таким образом, в многомодовом канале исходное соотношение (1) для вектора наблюдения может быть переписано следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\omega_k) &= \mathbf{U}(\omega_k)\mathbf{a}_x(\omega_k) + \mathbf{n}_w(\omega_k), \\ \mathbf{a}_x(\omega_k) &= \sum_{i=0}^Q s_i(\omega_k)\mathbf{a}_x(\theta_i, \omega_k) + \mathbf{a}_c(\omega_k), \end{aligned}$$

а выражение для корреляционной матрицы (2) примет вид

$$\begin{aligned} \Gamma_x(\omega_k) &= \sigma_0^2(\omega_k)\mathbf{U}(\omega_k)\mathbf{K}_s(\theta_0, \omega_k)\mathbf{U}^+(\omega_k) + \\ &+ \mathbf{U}(\omega_k)\mathbf{K}_n(\omega_k)\mathbf{U}^+(\omega_k) + \sigma_w^2(\omega_k)\mathbf{I}, \\ \mathbf{K}_s(\theta_0, \omega_k) &= \langle \mathbf{a}(\theta_0, \omega_k)\mathbf{a}^+(\theta_0, \omega_k) \rangle, \\ \mathbf{K}_n(\omega_k) &= \sum_{i=1}^Q \sigma_i^2(\omega_k) \langle \mathbf{a}(\theta_i, \omega_k)\mathbf{a}^+(\theta_i, \omega_k) \rangle + \mathbf{K}_c(\omega_k). \end{aligned}$$

Матрицы $\mathbf{K}_s(\omega_k)$, $\mathbf{K}_n(\omega_k)$ и $\mathbf{K}_c(\omega_k) = \langle \mathbf{a}_c(\omega_k)\mathbf{a}_c^+(\omega_k) \rangle$ (имеющие размерности $M \times M$) описывают межмодовые корреляции полезного сигнала, локальных помех и динамических шумов океана соответственно.

При наличии случайных неоднородностей морской среды коэффициенты разложения $\{g_m\}_{m=1}^M$ волноводной функции Грина будут подчиняться системе стохастических уравнений для связанных амплитуд нормальных мод с коэффициентами связи, зависящими от преобладающего механизма рассеяния. Последующее статистическое описание, основанное на этом уравнении, приводит к волноводному уравнению переноса излучения для межмодовой корреляционной матрицы \mathbf{K}_s , позволяющему количественно рассчитать степень когерентности акустических сигналов в глубоководных и мелководных каналах (в том числе с учетом эффектов движения источника). Результаты таких исследований представлены в работах [32, 40, 41]. Аналогично могут быть рассчитаны соответствующие матрицы для отдельных помеховых источников, дающих вклад в формирование матрицы $\mathbf{K}_n(\omega_k)$. Что касается корреляционной матрицы $\mathbf{K}_c(\omega_k)$, то для ее расчета можно воспользоваться известной моделью, предложенной в [42], или аналогичной.

В реальных условиях получение истинной корреляционной матрицы Γ_x не представляется возможным, поэтому на практике в качестве последней используется максимально правдоподобная оценка. Для этого входная реализация вектора наблюдения $\mathbf{x}(t)$, регистрируемая в течение некоторого времени $t \in [0, T]$, разбивается на L элементарных интервалов длительности T_0 (так, что $L = T/T_0$) и на каждом из них производится дискретное преобразование Фурье. Формируемый в результате вектор-столбец спектральных отсчетов $\{\mathbf{x}_l(\omega_k)\}_{l=1}^L$ служит для построения выборочной оценки корреляционной матрицы:

$$\hat{\Gamma}_x(\omega_k) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_l(\omega_k)\mathbf{x}_l^+(\omega_k). \quad (4)$$

Отметим, что эта матрица содержит в себе всю информацию о сигнально-помеховом поле с учетом искажений, вносимых средой распространения.

Ниже мы уделим основное внимание различным методам пространственной обработки узкополосных сигналов. Поэтому в дальнейшем для краткости записи будем опускать зависимость $\Gamma_x(\omega_k)$ от ω_k , полагая, что соответствующая матрица относится к некоторой несущей частоте. Что касается широкополосных сигналов, то специфические особенности их обработки будут кратко обсуждаться в разделе 5.

3. ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Центральной задачей обработки сигналов с использованием АР является построение пространственного фильтра, позволяющего по принятой выборке $\{\mathbf{x}_l\}_{l=1}^L$ оптимальным (в соответствии с заданным критерием) способом выделить полезный сигнал из наблюдаемой смеси и оценить его параметры. Применительно к задаче локализации источника в ПЗК к числу таких параметров относят мощность источника, дальность и глубину его погружения. При необходимости к числу оцениваемых величин могут быть также отнесены параметры, характеризующие среду распространения. В дальнейшем нас будут в основном интересовать координаты источника, оценку которых будем обозначать буквой $\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{r}_0, \hat{z}_0)^T$.

3.1. Традиционные алгоритмы обработки когерентных сигналов

В случае, когда полезный сигнал является пространственно-когерентным, вектор направлений $\mathbf{e}(\theta_0)$ является детерминированной функцией координат и сигнальная матрица \mathbf{R}_s имеет диадную форму: $\mathbf{R}_s(\theta) = \mathbf{e}(\theta_0)\mathbf{e}^+(\theta_0)$. В рамках такого сценария общее соотношение (2) примет вид

$$\Gamma_x(\Theta) = \sigma_0^2 \mathbf{e}(\theta_0) \mathbf{e}^+(\theta_0) + \Gamma_n, \quad \Theta = (\sigma_0^2, r_0, z_0)^T. \quad (5)$$

Вектор направлений $\mathbf{e}(\theta_0)$, фигурирующий в (5), может быть рассчитан с привлечением известного асимптотического выражения для волноводной функции Грина

$$e_j(\theta_0) = \sum_{m=1}^M \frac{\phi_m(z_0) \phi_m(z_j)}{\sqrt{8\pi \kappa_m r_0}} e^{i\kappa_m r_0}, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

Отметим, что именно представление (5) совместно с (6) используется в подавляющем числе публикаций, посвященных проблеме локализации источника в ПЗК.

Применительно к модели (5) процедура обработки сводится к построению линейного пространственного фильтра, выходная мощность которого дается выражением

$$P(\Theta) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |\mathbf{w}^+(\Theta) \mathbf{x}(t_l)|^2 \equiv \mathbf{w}^+(\Theta) \hat{\Gamma}_x \mathbf{w}(\Theta), \quad (7)$$

где $\mathbf{w}(\Theta)$ – весовой вектор размерности $N \times 1$, являющийся функцией информационного параметра Θ . В случае обычного линейного процессора (не накладывающего дополнительных ограничений на \mathbf{w}) процедура оценивания сводится к нахождению нормированного вектора $\mathbf{w}(\Theta)$, обеспечивающего максимум величины $P(\Theta)$:

$$\hat{\Theta} = \arg \max_{\Theta} \mathbf{w}^+(\Theta) \hat{\Gamma}_x \mathbf{w}(\Theta) \text{ при } \mathbf{w}^+(\Theta) \mathbf{w}(\Theta) = 1.$$

Очевидно, что максимальный выходной эффект достигается, если в качестве \mathbf{w} берется главный собственный вектор матрицы $\hat{\Gamma}_x$.

В качестве простейшего варианта выбора весового вектора используется нормированная реплика ожидаемого сигнала \mathbf{e} , которая рассчитывается в рамках детерминированной модели (6) для целого набора дистанций и глубин лоцируемого источника:

$$\mathbf{w}(\Theta) = \frac{\mathbf{e}(\Theta)}{\|\mathbf{e}(\Theta)\|}, \quad \|\mathbf{e}(\Theta)\| = \sqrt{\mathbf{e}^+(\Theta) \mathbf{e}(\Theta)}. \quad (8)$$

В англоязычной литературе такого рода обработка носит название процессора Бартлета. В подводной акустике она была применена в пионерской работе Бакера [7], в которой и был предложен один из первых методов решения обратной задачи по локализации источника в волноводе, основанный на поиске абсолютного максимума $P(\Theta)$:

$$\hat{\Theta} = \arg \max_{\Theta} \{\mathbf{e}^+(\Theta) \hat{\Gamma}_x \mathbf{e}(\Theta) / \mathbf{e}^+(\Theta) \mathbf{e}(\Theta)\}.$$

Заметим, что обработка с использованием весового вектора вида (8) согласована с полем только полезного сигнала, поэтому при наличии коррелированных помех она заведомо не является оптимальной.

Для интерпретации алгоритма Бартлета подставим в (7) в место $\hat{\Gamma}_x$ теоретическую корреляцион-

ную матрицу (5). В результате для выходной мощности получим

$$P(\Theta) = \sigma_0^2 \|\mathbf{e}(\theta_0)\|^2 \chi^2(\Theta, \theta_0) + \frac{\mathbf{e}^+(\Theta) \Gamma_n \mathbf{e}(\Theta)}{\mathbf{e}^+(\Theta) \mathbf{e}(\Theta)},$$

$$\chi^2(\Theta, \theta_0) = \frac{|\mathbf{e}^+(\Theta) \mathbf{e}(\theta_0)|^2}{\|\mathbf{e}(\Theta)\|^2 \|\mathbf{e}(\theta_0)\|^2},$$

где $\chi^2(\Theta, \theta_0)$ представляет собой отклик АР на сигнальную компоненту и имеет смысл функции неопределенности по координатам.

В качестве примера приведем явное выражение для $\chi^2(\Theta, \theta_0)$ в регулярном канале с полностью известными акустическими характеристиками:

$$\chi^2(\Theta, \theta_0) = C \left| \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M \frac{\phi_n(z_0) \phi_m(z)}{\sqrt{\kappa_n \kappa_m}} \times \exp[i(\kappa_n r_0 - \kappa_m r)] \sum_{j=1}^N \phi_n(z_j) \phi_m(z_j) \right|^2, \quad (9)$$

где C – нормировочный множитель. Если приемная антенна перекрывает всю толщину волновода, то $\sum_{j=1}^N \phi_n(z_j) \phi_m(z_j) \approx \delta_{nm}$ и вместо (9) получаем

$$\chi^2(\Theta, \theta_0) = C \left| \sum_{n=1}^M \frac{\phi_n(z_0) \phi_n(z)}{\kappa_n} \exp[i\kappa_n(r_0 - r)] \right|^2. \quad (10)$$

Функция (10) принимает максимальное значение при $r_0 = r$ и $z_0 = z$, а ширина основного лепестка по дистанции Δr и глубине Δz по порядку величины составляет

$$\Delta r \sim \frac{2\pi}{\kappa_M - \kappa_1}, \quad \Delta z \sim \frac{\pi}{k \sqrt{n_0^2(z_0) - n_b^2}},$$

где n_b – акустический показатель преломления в дне.

Обратим внимание, что в отличие от свободного пространства, в котором информация о расстоянии до источника содержится в кривизне волнового фронта и пропадает в дальней зоне приемной антенны, в ПЗК искомые координаты могут быть теоретически оценены при произвольном удалении источника от АР. Важно отметить, что пространственный фильтр (8) (помимо простоты реализации) обладает несомненным достоинством: он (в силу своей “грубости”) оказывается достаточно робастным к несоответствию между расчетной моделью среды распространения и реальным каналом. Именно поэтому, несмотря на известные недостатки, связанные с низкой разрешающей способностью и высоким уровнем боковых лепестков функции неопределенности, эта процедура оценивания находит свое практическое применение в гидроакустике.

После появления первых работ, опирающихся на этот простой способ решения задачи локализа-

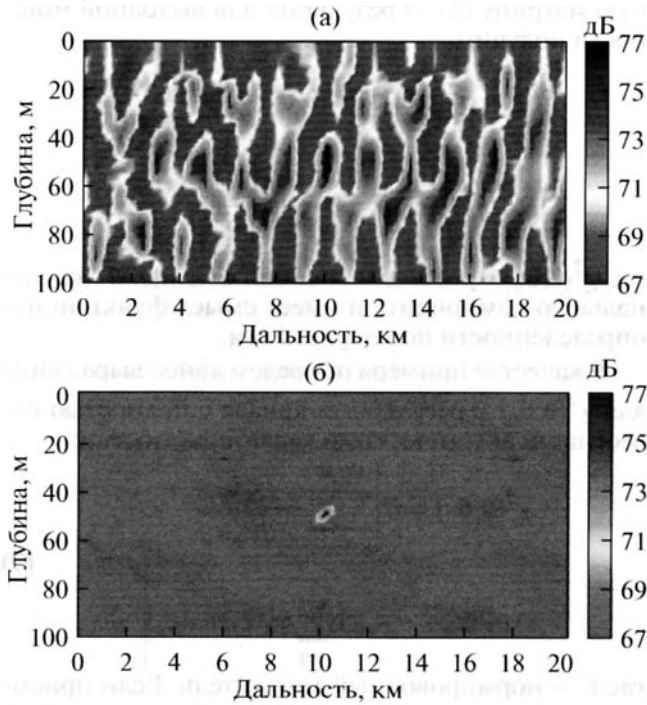


Рис. 2. Мощность сигнала на выходе процессора Бартлета (а) и Кейпона (б). Истинная дальность источника 10 км, глубина 50 м.

пии источника в ПЗК, значительное внимание исследователей привлекли специальные методы, потенциально обладающие повышенной разрешающей способностью. Все они были предложены ранее в приложении к задачам спектрального анализа и получили общее название методов сверхразрешения.

Так, для улучшения пространственного разрешения и адаптации к шумовой помехе используется процессор, весовой вектор которого \mathbf{w} минимизирует среднюю мощность на выходе АР при условии, что соответствующий вектор ориентирован в направлении ожидаемого сигнала $\mathbf{e}(\theta)$:

$$\min_{\mathbf{w}} \{ \mathbf{w}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x \mathbf{w}(\theta) \} \text{ при } \mathbf{w}^+(\theta) \mathbf{e}(\theta) = 1. \quad (11)$$

Задача на условный экстремум (11) имеет хорошо известное решение

$$\mathbf{w}_{\text{opt}}(\theta) = \frac{\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{e}(\theta)}{\mathbf{e}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{e}(\theta)}. \quad (12)$$

Подстановка (12) в соотношение (7) приводит к следующему выражению для выходной мощности:

$$P(\theta) = [\mathbf{e}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{e}(\theta)]^{-1}. \quad (13)$$

Этой формуле можно придать и другой вид, если в нее в качестве $\hat{\Gamma}_x$ подставить (5) и воспользоваться известным правилом обращения матриц:

$$\Gamma_x^{-1} = \Gamma_n^{-1} - \frac{\sigma_0^2 \Gamma_n^{-1} \mathbf{e}(\theta_0) \mathbf{e}^+(\theta_0) \Gamma_n^{-1}}{1 + \sigma_0^2 \mathbf{e}^+(\theta_0) \Gamma_n^{-1} \mathbf{e}(\theta_0)}.$$

В результате

$$P(\theta) = \frac{1 + \sigma_0^2 \mathbf{e}_0^+ \Gamma_n^{-1} \mathbf{e}_0}{\mathbf{e}_0^+ \Gamma_n^{-1} \mathbf{e}_0 \left\{ 1 + \sigma_0^2 \mathbf{e}_0^+ \Gamma_n^{-1} \mathbf{e}_0 [1 - \cos^2 \vartheta(\theta, \theta_0)] \right\}},$$

$$\cos^2 \vartheta(\theta, \theta_0) = \frac{|\mathbf{e}_0^+ \Gamma_n^{-1} \mathbf{e}|^2}{(\mathbf{e}_0^+ \Gamma_n^{-1} \mathbf{e}_0)(\mathbf{e}_0^+ \Gamma_n^{-1} \mathbf{e}_0)},$$

где $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}(\theta_0)$, $\mathbf{e} = \mathbf{e}(\theta)$, а $\vartheta(\theta, \theta_0)$ имеет смысл обобщенного угла между векторами \mathbf{e}_0 и \mathbf{e} , характеризующего степень рассогласования между ними. Максимальное значение $P(\theta)$ достигается при $\theta = \theta_0$, при этом величина самого максимума служит оценкой спектральной мощности входного сигнала:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \max_{\theta} [\mathbf{e}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{e}(\theta)]^{-1} = \sigma_0^2 + [\mathbf{e}^+(\theta_0) \Gamma_n^{-1} \mathbf{e}(\theta_0)]^{-1}.$$

В теории обработки сигналов алгоритм, использующий весовой вектор вида (12), широко известен как метод Кейпона, первоначально предложенный в 1969 году для разрешения спектральных компонент дискретного спектра. Этот метод дает достаточно высокое разрешение. Он применим к решеткам любой конфигурации, но требует большого числа обучающих выборок, по крайней мере, вдвое превышающего число элементов АР.

В качестве примера на рис. 2 приведены результаты сравнительного анализа процессоров Бартлета и Кейпона, работающих в мелководном канале глубины 100 м с линейным профилем скорости звука и полностью известными геоакустическими характеристиками дна [20]. При вычислениях полагалось, что источник звука с уровнем излучения 130 дБ на частоте 100 Гц находился на глубине 50 м и был удален на расстояние 10 км от вертикальной приемной антенны, состоящей из 15 элементов с шагом 5 м. Видно, что в отсутствие эффектов рассогласования алгоритм Кейпона обеспечивает достаточно хорошее качество восстановления.

Еще более высокую разрешающую способность, чем обычный метод Кейпона (12), теоретически будет обеспечивать алгоритм, в котором вместо обратной корреляционной матрицы используется матрица $\hat{\Gamma}_x^{-m}$, где m – целое число, большее единицы. Общие формулы для весового вектора адаптивного фильтра и выходной мощности в рассматриваемой ситуации имеют вид [43]

$$\mathbf{w}(\theta) = \alpha \hat{\Gamma}_x^{-m} \mathbf{e}(\theta), \quad P_m(\theta) = \frac{1}{\mathbf{e}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x^{-m} \mathbf{e}(\theta)}. \quad (14)$$

Подчеркнем, что многие известные методы сверхразрешения (такие как методы Кейпона, теплового шума, Борджотти–Лагунаса, максимума энтропии) отличаются между собой лишь выбором показателя m и нормировочной константы α [43]. Применительно к акустике океана, метод пространственной обработки вида (14) был использован в работе [44], авторы которой обобщили

его на случай нецелых значений m , положив $m = 1.5$.

Для нахождения обратной эрмитовой матрицы $\hat{\Gamma}_x^{-m}$, фигурирующей в общей формуле (14), можно воспользоваться ее спектральным разложением

$$\hat{\Gamma}_x^{-m} = \sum_{j=1}^N \hat{\lambda}_j^{-m} \hat{\Psi}_j \hat{\Psi}_j^+, \quad \hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_N,$$

в котором $\hat{\Psi}_j$ — собственные векторы, отвечающие собственным значениям $\hat{\lambda}_j$ матрицы $\hat{\Gamma}_x$. В частности, при $m = 1$ выражение для выходной мощности процессора Кейпона переписывается следующим образом:

$$P(\theta) = \left[\sum_{j=1}^N \hat{\lambda}_j^{-1} |\hat{\Psi}_j^+ \mathbf{e}(\theta)|^2 \right]^{-1}. \quad (15)$$

Если направляющий вектор $\mathbf{e}(\theta)$ совпадает с главным собственным вектором $\hat{\Psi}_1$, то в знаменателе формулы (15) останется лишь одно (первое) слагаемое, следовательно, оценка выходной мощности окажется равной $\hat{\lambda}_1$.

Следует отметить, что если объем обучающей выборки L меньше числа элементов N , то матрица $\hat{\Gamma}_x$ является вырожденной. В этом случае для реализации алгоритмов, основанных на операции обращения, используется простая процедура регуляризации типа диагонального взвешивания: $\hat{\Gamma}_x \rightarrow \hat{\Gamma}_x + \gamma \mathbf{I}$. Такая процедура позволяет повысить устойчивость оптимизационных решений, при этом вопрос выбора параметра регуляризации γ остается открытым.

Для увеличения выходного эффекта Д. Джонсоном [45] и Р. Шмидтом [46] предложены алгоритмы оценивания, получившие названия метод собственных векторов (EV) и метод MUSIC (Multiple Signal Classification) соответственно:

$$P_{EV}(\theta) = \frac{1}{\sum_{j=J+1}^N \hat{\lambda}_j^{-1} |\hat{\Psi}_j^+ \mathbf{e}(\theta)|^2}, \quad (16)$$

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\sum_{j=J+1}^N |\hat{\Psi}_j^+ \mathbf{e}(\theta)|^2} \equiv \frac{1}{\|\hat{\Psi}_n^+ \mathbf{e}(\theta)\|^2}.$$

Здесь J — число старших собственных векторов матрицы $\hat{\Gamma}_x$, формирующих “сигнальное” подпространство, а $\hat{\Psi}_n = [\hat{\Psi}_{J+1}, \dots, \hat{\Psi}_N]$ — матрица $N \times (N - J)$, составленная из $N - J$ младших собственных векторов, принадлежащих “помеховому” подпространству. В отличие от (15), в соотношениях (16) отсутствуют “сигнальные” компоненты, причем в алгоритме MUSIC все слагаемые суммируются с равными весами. Особенность

приведенных формул заключается в том, что при совпадении направляющего вектора \mathbf{e} с векторами “сигнального” подпространства знаменатели в (16) теоретически обращаются в нуль, обеспечивая резкий максимум выходной мощности в области локализации источника.

Отметим, что алгоритм MUSIC допускает простую интерпретацию: положение источника может быть найдено из условия ортогональности ожидаемого направляющего вектора $\mathbf{e}(\theta)$ к векторам, принадлежащих “помеховому” подпространству:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \|\hat{\Psi}_n^+ \mathbf{e}(\theta)\|^2 \equiv \arg \max_{\theta} \left[\|\hat{\Psi}_n^+ \mathbf{e}(\theta)\|^2 \right]^{-1}. \quad (17)$$

В англоязычной литературе такая процедура оценивания носит название алгоритма подпространственного соответствия (“subspace fitting”) [47]. В частности, применительно к подводной акустике указанный метод был использован в работе [48], в которой рассматривалась задача поиска координат равномерно движущегося источника в канале арктического типа.

Помимо популярных методов EV и MUSIC в литературе существуют и другие, т.н. проекционные алгоритмы, основанные на спектральном разложении корреляционной матрицы вектора наблюдения, описание которых можно найти в обзоре [49].

Важно подчеркнуть, что сама концепция, основанная на выделении “сигнального” подпространства собственных векторов, предполагает присутствие на входе AP достаточно мощного (в сравнении с помехами и шумом) полезного сигнала. В противном случае сам полезный сигнал оказывается в “помеховом” подпространстве и AP осуществляет его подавление. Более того, именно векторы этого подпространства оказываются наиболее чувствительными к какому-либо рассогласованию, что приводит к резкому понижению эффективности сверхразрешающих методов в условиях приема слабого сигнала. Как уже отмечалось выше, подобные принципиальные трудности формального “переноса” методов сверхразрешения (зачастую весьма эффективных в модельных расчетах) в область практической реализации в натуральных условиях во многом сдерживают тот оптимизм, который сопровождал первоначальные работы в этом направлении.

Наряду со спектральными способами определения положения источника широкое распространение получил метод максимального правдоподобия. В предположении гауссовой статистики вектора наблюдения соответствующая процедура оценивания сводится к минимизации следующего выражения (см., например, [4]):

$$(\hat{\sigma}_0^2, \hat{\theta}, \hat{\Gamma}_n) = \arg \min_{\sigma_0^2, \theta, \Gamma_n} I(\sigma_0^2, \theta, \hat{\Gamma}_n), \quad (18)$$

$$I(\sigma_0^2, \theta, \hat{\Gamma}_n) = \ln \det \Gamma_x(\theta) + \text{Tr}[\Gamma_x^{-1}(\theta) \hat{\Gamma}_x],$$

где $I(\sigma_0^2, \theta, \hat{\Gamma}_n)$ (с точностью до константы) представляет собой логарифм функции правдоподобия, взятый с отрицательным знаком, а $\text{Tr}(\cdot)$ означает след матрицы. В общем случае помимо координат оцениванию подлежат неизвестный уровень сигнала и матрица помех. При фиксированных θ и $\hat{\Gamma}_n$ минимум целевой функции по σ_0^2 реализуется при

$$\hat{\sigma}_0^2(\theta) = \frac{\mathbf{e}^+(\theta) \hat{\Gamma}_n^{-1} [\hat{\Gamma}_x - \hat{\Gamma}_n] \hat{\Gamma}_n^{-1} \mathbf{e}(\theta)}{[\mathbf{e}^+(\theta) \hat{\Gamma}_n^{-1} \mathbf{e}(\theta)]^2}.$$

Если матрица помехи $\hat{\Gamma}_n$ известна, то оценка координат источника находится из условия

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \left\{ \frac{\mathbf{e}^+(\theta) \hat{\Gamma}_n^{-1} \hat{\Gamma}_x \hat{\Gamma}_n^{-1} \mathbf{e}(\theta)}{\mathbf{e}^+(\theta) \hat{\Gamma}_n^{-1} \mathbf{e}(\theta)} \right\}. \quad (19)$$

В частности, для модели белого шума максимально правдоподобная процедура оценивания (19) идентична алгоритму Бартлета.

При наличии помехи с неизвестной структурой матрица $\hat{\Gamma}_n$ также является искомой величиной, вид которой (при фиксированном θ) определяется из условия $\partial I(\theta, \hat{\Gamma}_n) / \partial \hat{\Gamma}_n = 0$. Однако последнее уравнение не допускает аналитического решения, и дальнейшее упрощение возможно лишь для модели белого шума, когда $\hat{\Gamma}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}$, где σ_n^2 — неизвестный уровень мощности шума. В последнем случае для искомых параметров следует [50, 51]:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \{ \ln \det [\hat{\sigma}_0^2(\theta) \mathbf{e}(\theta) \mathbf{e}^+(\theta) + \hat{\sigma}_n^2(\theta) \mathbf{I}] \}, \quad (20)$$

$$\hat{\sigma}_n^2(\theta) = \frac{\text{Tr} \Pi^{\perp}(\theta) \hat{\Gamma}_x}{N-1},$$

где $\Pi^{\perp}(\theta) = \mathbf{I} - \mathbf{e}(\theta) \mathbf{e}^+(\theta) / \mathbf{e}^+(\theta) \mathbf{e}(\theta)$ — проекционная матрица. Отметим, что нахождение $\hat{\theta}$ на основании (20) сталкивается с поиском минимума нелинейной функции. Последняя задача может быть решена только численными методами.

Для матрицы помехи, отличной от белого шума, для оценки $\hat{\Gamma}_n$ можно использовать параметризацию вида $\hat{\Gamma}_n = \hat{\Gamma}_n(\boldsymbol{\eta})$, где $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_q)^T$ — вектор неизвестных параметров, подлежащий дополнительному оцениванию [52]. В качестве элементов этого вектора могут выступать неизвестные коэффициенты разложения матрицы помехи по некоторой совокупности заданных эрмитовых матриц или сами матричные элементы с использованием априорной информации о предполагаемой структуре $\hat{\Gamma}_n$ (диагональной, блочно-диагональной, теплицевой и др.). Наличие коррелированных помех существенно усложняет построение максимально прав-

доподобных алгоритмов обработки, а результаты такого построения могут качественно отличаться от аналогичных методов оценивания параметров случайных сигналов, регистрируемых на фоне белого шума [52–56].

3.2. Согласованная обработка в модовом пространстве

В океаническом волноводе (особенно в условиях мелкого моря) возможна ситуация, когда число распространяющихся мод M сопоставимо или меньше числа элементов N вертикальной АР. В этом случае, с вычислительной точки зрения, пространственную обработку удобнее реализовать в модовом пространстве. Для этого из вектора наблюдения $\mathbf{x}(t_l)$ необходимо выделить амплитуды отдельных нормальных мод (например, методом наименьших квадратов):

$$\hat{\mathbf{a}}_x(t_l) = \arg \min_{\mathbf{a}_x} \|\mathbf{x}(t_l) - \mathbf{U} \mathbf{a}_x\|^2, \quad \mathbf{U} = \|\varphi_n(z_j)\|.$$

В результате для оценки модового спектра имеем

$$\hat{\mathbf{a}}_x(t_l) = \mathbf{U}^{\dagger} \mathbf{x}(t_l), \quad \mathbf{U}^{\dagger} = [\mathbf{U}^T \mathbf{U}]^{-1} \mathbf{U}^T, \quad M < N, \quad (21)$$

где \mathbf{U}^{\dagger} — псевдообратная матрица к \mathbf{U} . Для сравнительно коротких АР матрица взаимной ортогональности мод $\mathbf{U}^T \mathbf{U}$ оказывается вырожденной, поэтому для нахождения \mathbf{U}^{\dagger} также необходима регуляризация, например, на основе ее сингулярного спектрального разложения. Для вертикальных АР, перекрывающих весь канал (когда $\mathbf{U}^T \mathbf{U} \approx \mathbf{I}$), выражение (21) упрощается и приобретает вид $\hat{\mathbf{a}}_x(t_l) = \mathbf{U}^T \mathbf{x}(t_l)$.

Метод решения задачи локализации источника, основанный на анализе модовой структуры сигнала, был первоначально предложен Е. Шэнгом [57–59], а затем развит в серии публикаций Т. Янга [60–64]. В рассматриваемой ситуации для определения координат источника необходимо построить модовый фильтр, средняя мощность которого дается выражением

$$P(\theta) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |\mathbf{h}^+(\theta) \hat{\mathbf{a}}_x(t_l)|^2 = \mathbf{h}^+(\theta) \hat{\mathbf{K}}_x \mathbf{h}(\theta), \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_x = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \hat{\mathbf{a}}_x(t_l) \hat{\mathbf{a}}_x^{\dagger}(t_l) \equiv (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^T \hat{\Gamma}_x \mathbf{U} (\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1},$$

и найти весовой вектор $\mathbf{h}(\theta)$ размерности $M \times 1$, обеспечивающий максимум соответствующей мощности. Если для пространственно-когерентного полезного сигнала в качестве $\mathbf{h}(\theta)$ использовать вектор вида

$$\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\mathbf{a}_s(\boldsymbol{\theta})}{\sqrt{\mathbf{a}_s^+(\boldsymbol{\theta})\mathbf{a}_s(\boldsymbol{\theta})}},$$

$$\mathbf{a}_s(\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{\varphi_1(z_0)}{\sqrt{\kappa_1}} \exp(ik_1 r_0), \dots, \frac{\varphi_M(z_0)}{\sqrt{\kappa_M}} \exp(ik_M r_0) \right)^T,$$

то такой процессор вычисляет корреляцию между выделенными (21) и рассчитанными коэффициентами возбуждения сигнальных мод и, следовательно, является модовым аналогом обычного процессора Бартлета (8). К аналогичным результатам приводит и альтернативная формулировка способа согласованной со средой обработки в модовом пространстве, основанная на методе максимального правдоподобия [6, 65]. Не представляет особого труда найти весовой вектор и для модового процессора Кейпона. Соответствующие коэффициенты модового фильтра подчиняются следующей оптимизационной задаче:

$$\min_{\mathbf{h}} \{ \mathbf{h}^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\mathbf{K}}_x \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) \} \text{ при } \mathbf{h}^+(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{a}_s(\boldsymbol{\theta}) = 1,$$

решение которой дается формулой $\mathbf{h}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}_s^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\mathbf{K}}_x^{-1} \mathbf{a}_s(\boldsymbol{\theta})]^{-1} \hat{\mathbf{K}}_x^{-1} \mathbf{a}_s(\boldsymbol{\theta})$. Последняя отличается от аналогичного соотношения (12) заменой $\hat{\mathbf{\Gamma}}_x \rightarrow \hat{\mathbf{K}}_x^{-1}$.

Подчеркнем, что при использовании обработки, согласованной с ожидаемым модовым составом, практически целесообразно учитывать не все распространяющиеся моды, а только слабо взаимодействующие с дном. Разумеется, такого рода дополнительное “обрезание” модового спектра хотя и приведет к некоторому уширению основного лепестка функции неопределенности, но зато способно повысить устойчивость метода к детерминированному рассогласованию, обусловленному неточным знанием геоакустических характеристик дна.

4. ПРОБЛЕМА РАССОГЛАСОВАНИЯ И МЕТОДЫ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Неполное соответствие или рассогласование между расчетной моделью среды распространения и реальным океаническим волноводом является одним из главных факторов, определяющих качество пространственной обработки гидроакустических сигналов. Как отмечалось выше, следует различать детерминированное и статистическое рассогласование. Первое является следствием неточного знания регулярных характеристик канала (профиля скорости звука [66–69], глубины волновода [70], параметров грунта [71]) или обусловлено техническими причинами, связанными с ошибками измерения положений элементов АР или их не идентичностью [72, 73]. Второе возникает вследствие флуктуационных искажений полезного сигнала, вызванных эффектами рассеяния звука на неоднородностях водной толщи [44, 74–77] и неровностях границ [44, 78].

Базовые алгоритмы пространственной обработки, рассмотренные в предыдущем разделе, обладают высокой чувствительностью к различным возмущающим факторам. Для решения проблемы рассогласования в литературе предложен ряд адаптивных методов, позволяющих повысить устойчивость процедуры оценивания.

4.1. Методы адаптации к детерминированному рассогласованию

На относительно коротких трассах, когда пространственный радиус корреляции полезного сигнала превышает апертуру АР, определяющим является детерминированное рассогласование, методам борьбы с которым посвящено подавляющее число публикаций. Ниже мы опишем основные из них, получившие наибольшее распространение в акустике океана.

1. Процессор с многократными ограничениями.

В работе [79] был предложен один из первых адаптивных подходов, сочетающий, по мнению авторов, достоинство метода Бартлета (робастность) с преимуществами алгоритма Кейпона (высокое разрешение). Соответствующее устройство обработки, являющееся процессором с многократными ограничениями, обеспечивает минимум выходной мощности при условии, что весовой вектор подчиняется не одному, а нескольким дополнительным ограничениям вида $\mathbf{H}^+ \mathbf{w} = \mathbf{f}$, где \mathbf{H} – матрица размера $N \times J$, составленная из опорных векторов-реплик, а \mathbf{f} – вектор отклика размерности $J \times 1$.

Задача поиска минимума квадратичной формы при наличии конечного числа ограничений (не превышающих числа элементов АР)

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\mathbf{\Gamma}}_x \mathbf{w}(\boldsymbol{\theta}) \text{ при } \mathbf{H}^+(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{w}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}),$$

имеет хорошо известное решение, впервые полученное О. Фростом в 1972 году [80]:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}}(\boldsymbol{\theta}) = \hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) \left[\mathbf{H}^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) \right]^{-1} \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}), \quad (23)$$

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{f}^+(\boldsymbol{\theta}) \left[\mathbf{H}^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) \right]^{-1} \mathbf{f}(\boldsymbol{\theta}).$$

Проблема заключается лишь в том, как на практике выбирать опорные вектора, формирующие матрицу $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}_1), \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}_2), \dots, \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}_J)]$, а также компоненты вектора \mathbf{f} .

В работе [79] для решения проблемы локализации предлагается построить несколько направляющих векторов, ориентированных вблизи основного максимума отклика процессора Бартлета, а для матрицы \mathbf{H} и вектора \mathbf{f} использовать выражения вида

$$\mathbf{H} = [\mathbf{e}(\mathbf{r}, z), \mathbf{e}(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}/2, z), \mathbf{e}(\mathbf{r} - \Delta\mathbf{r}/2, z), \mathbf{e}(\mathbf{r}, z + \Delta z/2), \mathbf{e}(\mathbf{r}, z - \Delta z/2)], \quad \mathbf{f} = \mathbf{H}^+ \mathbf{e}(\mathbf{r}, z), \quad (24)$$

где $\Delta\mathbf{r}$ и Δz – ширины основного пика функции неопределенности по дистанции и глубине на вы-

ходе неадаптивного пространственного фильтра Барглетта.

2. *Алгоритмы пониженного ранга.* Другой эвристический подход, обеспечивающий повышенную устойчивость решения задачи локализации, заключается в переходе от исходной корреляционной матрицы смеси сигнала и помехи размера $N \times N$ к матрице меньшей размерности, не содержащей большого разброса собственных значений (который и приводит к неустойчивости при обращении матрицы). Алгоритмы, использующие данную идею, называются алгоритмами пониженного ранга (“reduced-rank algorithms”). Для их реализации необходимо построить проекционную матрицу \mathbf{V} размера $N \times J$ (причем $J < N$) и такую, что $\mathbf{V}^+ \mathbf{V} = \mathbf{I}$, с помощью которой исходный вектор наблюдения \mathbf{x} преобразуется в вектор \mathbf{y} меньшей размерности: $\mathbf{y} = \mathbf{V}^+ \mathbf{x}$ с корреляционной матрицей $\mathbf{\Gamma}_y = \mathbf{V}^+ \hat{\mathbf{\Gamma}}_x \mathbf{V}$, соответственно уменьшается и размерность весового вектора АР.

В рамках такого подхода задача сводится к подходящему выбору матрицы \mathbf{V} . В частности, если число элементов приемной АР больше числа распространяющихся мод (что возможно, к примеру, в условиях мелкого моря), то в качестве \mathbf{V} может быть взята введенная выше матрица модовой структуры $\mathbf{U} = \|\phi_m(z_j)\|$ [81]. Более того, использование согласованной обработки в модовом пространстве допускает, как уже отмечалось выше, дальнейший переход в подпространство еще меньшей размерности, содержащее лишь наиболее энергонесущие моды сигнала на входе АР [82].

Укажем на ряд публикаций [83–85], в которых развит так называемый алгоритм секторной фокусировки, являющийся еще одной модификацией метода Кейпона. В данной ситуации весовой вектор АР (размерности $J \times 1$) и выходная мощность процессора даются выражениями

$$\mathbf{w}(\theta) = \frac{\mathbf{\Gamma}_y^{-1} \mathbf{V}^+ \mathbf{e}(\theta)}{\mathbf{e}^+(\theta) \mathbf{V} \mathbf{\Gamma}_y^{-1} \mathbf{V}^+ \mathbf{e}(\theta)}, \quad P(\theta) = \frac{1}{\mathbf{e}^+(\theta) \mathbf{V} \mathbf{\Gamma}_y^{-1} \mathbf{V}^+ \mathbf{e}(\theta)},$$

а конкретный вид проекционной матрицы \mathbf{V} определяется размером сектора обзора. В частности, анализ, выполненный в цитируемых работах (применительно к условиям как глубокого, так и мелкого моря), показывает, что в присутствии коррелированного модового шума этот метод наиболее устойчив к фазовым ошибкам, связанных с детерминированным рассогласованием, и обладает высокой пространственной разрешающей способностью.

3. *Адаптация к условиям априорной неопределенности.* Для решения обратной задачи в условиях априорной неопределенности (связанной с неточным знанием регулярных геоакустических характеристик канала) М. Коллинзом и В. Куперманом был предложен алгоритм фокализации (“focalization”), являющийся обобщением традиционного метода согласованной пространственной обработ-

ки [86]. Суть его состоит в том, что наряду с искомыми параметрами θ , описывающими положение источника, вводится в рассмотрение совокупность детерминированных параметров θ_e , характеризующих среду распространения, и задача заключается в совместном определении всего набора неизвестных величин на основе байесовской теории оценивания.

В общем случае такая расширенная постановка обратной задачи включает в себя:

- построение физической модели канала с указанием набора параметров, подлежащих определению: координаты источника, профиль скорости звука, характеристики дна;
- выбор способа расчета звукового поля в рамках выбранной модели;
- выбор критерия сравнения экспериментальных и расчетных данных на входе АР;
- определение метода поиска неизвестных параметров.

Остановимся кратко на последних двух моментах. Обычно в качестве критерия сравнения набора данных, зависящих от многих переменных, используют определенный заранее функционал рассогласования (невязки), зависящий от соответствующих подгоночных параметров, при этом сам процесс их оценивания сводится к поиску абсолютного экстремума этого функционала. Последняя задача сталкивается с проблемой ложных локальных пиков, которая приводит к неоднозначности оценок и не имеет, как правило, простого решения.

Для устранения подобной многозначности разработан ряд методов. Один из них – так называемый метод имитации отжига (“simulated annealing”). Суть его заключается в том, что процесс согласования разбивается на отдельные шаги (статистические испытания), на каждом из которых подгоночные параметры испытывают случайные возмущения с равномерной плотностью распределений $p(\theta)$ и $p(\theta_e)$ внутри априорно заданного диапазона изменения. При этом соответствующему набору параметров приписывается определенная вероятность, тем большая, чем меньше величина невязки:

$$p(\theta, \theta_e | \mathbf{x}) \sim \exp[-E(\theta, \theta_e | \mathbf{x})/T],$$

$$E(\theta, \theta_e | \mathbf{x}) = 1 - \frac{\mathbf{e}^+(\theta, \theta_e) \hat{\mathbf{\Gamma}}_x \mathbf{e}(\theta, \theta_e)}{\|\mathbf{e}(\theta, \theta_e)\|^2 \text{Tr}(\hat{\mathbf{\Gamma}}_x)},$$

где T – “управляющий” параметр, подбираемый экспериментально. По мере увеличения количества итераций уменьшение невязки практически прекращается, а оценки подгоночных параметров выходят на некоторые постоянные значения, соответствующие абсолютному максимуму апостериорной плотности вероятности: $(\hat{\theta}, \hat{\theta}_e) = \arg \max_{\theta, \theta_e} p(\theta, \theta_e | \mathbf{x})$.

Описанная процедура была использована, в частности, в работах [87–89] для определения характеристик дна в различных акваториях Мирового океана. Отметим также, что для решения обобщенной (в указанном смысле) обратной задачи в акустике океана используются и другие численные методы, среди которых большое распространение получили генетические алгоритмы, обладающие высокой точностью и скоростью сходимости [90–94].

4. *Робастный алгоритм Кейпона*. Как уже отмечено выше, антенная решетка, оптимизированная по методу Кейпона, стремится подавить любой сигнал, направляющий вектор которого отличается от ожидаемого. Поэтому такой метод поиска источника и оценки его координат будет работоспособен, если приемное устройство не вносит искажений в принятый сигнал, а ожидаемый вектор описывается адекватной математической моделью. Однако на практике рассчитанная реплика сигнала $\bar{\mathbf{e}}_0$ всегда отличается от истинной \mathbf{e}_0 на величину некоторой ошибки δ , обусловленной тем или иным механизмом детерминированного рассогласования: $\mathbf{e}_0(\theta) = \bar{\mathbf{e}}_0(\theta) + \delta$.

Общий подход к построению робастных алгоритмов пространственной обработки в таких условиях развит в ряде работ А.Б. Гершмана с соавторами [36, 95, 96]. Соответствующий подход предполагает возможность контролируемого отклонения направляющего вектора \mathbf{e}_0 от $\bar{\mathbf{e}}_0$, выбранного за базовый: норма вектора рассогласования δ не должна превышать заданную величину ε , т.е. $\|\delta\| \leq \varepsilon$. Задача заключается в нахождении устойчивой процедуры оценивания, позволяющей для заданных $\bar{\mathbf{e}}_0$, ε и критерия оптимизации частично скомпенсировать эффекты детерминированного несоответствия.

В основу такой процедуры положена идея, согласно которой оптимизация обработки должна быть рассчитана на наихудший сценарий приема (“worst-case performance optimization”), когда рассогласование между принимаемым и ожидаемым сигналами приводит к наибольшему (из возможных при заданной норме рассогласования) снижению отношения сигнал/помеха на выходе АР. В рамках такого сценария робастный весовой вектор \mathbf{w}_{rob} подчиняется следующей оптимизационной задаче

$$\min_{\mathbf{w}} \left\{ \mathbf{w}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x \mathbf{w}(\theta) \right\} \text{ при } \min_{\|\delta\| \leq \varepsilon} \left| \mathbf{w}(\theta)^+ [\bar{\mathbf{e}}_0(\theta) + \delta] \right| \geq 1,$$

обобщающей (11). Последняя, как показано в [95], сводится к поиску условного экстремума

$$\min_{\mathbf{w}} \left\{ \mathbf{w}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x \mathbf{w}(\theta) \right\} \text{ при } \mathbf{w}(\theta)^+ \bar{\mathbf{e}}_0(\theta) - \varepsilon \|\mathbf{w}(\theta)\| = 1, \quad (25)$$

который может быть найден в явном виде методом множителей Лагранжа [96]. Знание \mathbf{w}_{rob} позволяет вычислить выходную мощность робастного про-

цессора Кейпона и в итоге оценить искомые координаты источника: $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \left\{ \mathbf{w}_{\text{rob}}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x \mathbf{w}_{\text{rob}}(\theta) \right\}$.

К точно такому же результату приводит и альтернативный способ адаптации, основанный на максимизации выходной мощности (13) при заданных ограничениях на норму вектора рассогласования [97]:

$$\min_{\mathbf{e}} \left\{ \mathbf{e}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{e}(\theta) \right\} \text{ при } \|\mathbf{e}(\theta) - \bar{\mathbf{e}}_0(\theta)\|^2 \leq \varepsilon. \quad (26)$$

Этот подход не требует предварительного нахождения \mathbf{w}_{rob} и позволяет непосредственно из (26) оценить адаптивный сигнальный вектор $\hat{\mathbf{e}}(\theta)$ и определить интересующие координаты: $\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \left[\hat{\mathbf{e}}^+(\theta) \hat{\Gamma}_x^{-1} \hat{\mathbf{e}}(\theta) \right]^{-1}$. Связь между решениями задач (25) и (26) дается соотношением: $\mathbf{w}_{\text{rob}} = [\hat{\mathbf{e}}^+ \hat{\Gamma}_x^{-1} \hat{\mathbf{e}}]^{-1} \hat{\Gamma}_x^{-1} \hat{\mathbf{e}}$.

В литературе обсуждаются и другие методы, основанные на допустимом отклонении базового направляющего вектора от исходного (в том числе дополнительно учитывающие условие нормировки соответствующих векторов [98]). Детальное описание соответствующих алгоритмов и их сравнительный анализ приведен в обзорных работах, опубликованных в сборнике [5]. Подчеркнем, что изложенный здесь подход к построению согласованной обработки в рамках “наихудшего сценария” до сих пор не находил своего применения в подводной акустике и представляет очевидный интерес.

4.2. Методы адаптации к статистическому рассогласованию

Нестационарность условий распространения акустических полей в реальном флуктуирующем океане значительно усложняет решение обратной задачи. Эффекты рассеяния звука на неоднородностях водной толщи и взволнованной поверхности приводят к нарушению пространственной когерентности поля на приемной апертуре, в результате чего диадное представление для сигнальной матрицы становится несправедливым. В рассматриваемой ситуации для корреляционной матрицы вектора наблюдения вместо (5) необходимо пользоваться более общей моделью вида

$$\Gamma_x(\Theta) = \sigma_0^2 \mathbf{R}_s(\Theta) + \Gamma_n, \quad \text{rank}\{\mathbf{R}_s(\Theta)\} = p > 1, \quad (27)$$

где $\text{rank}\{\mathbf{R}_s\}$ означает ранг матрицы \mathbf{R}_s . Ниже мы опишем основные методы пространственной обработки частично-когерентных сигналов, позволяющие получить решение задачи локализации источника в случайно-неоднородном канале.

1. *Алгоритм Д. Кролика*. Одной из первых концептуальных работ в этом направлении является статья Д. Кролика [31], в которой автор наряду с искомыми детерминированными параметрами θ ввел в рассмотрение совокупность случайных век-

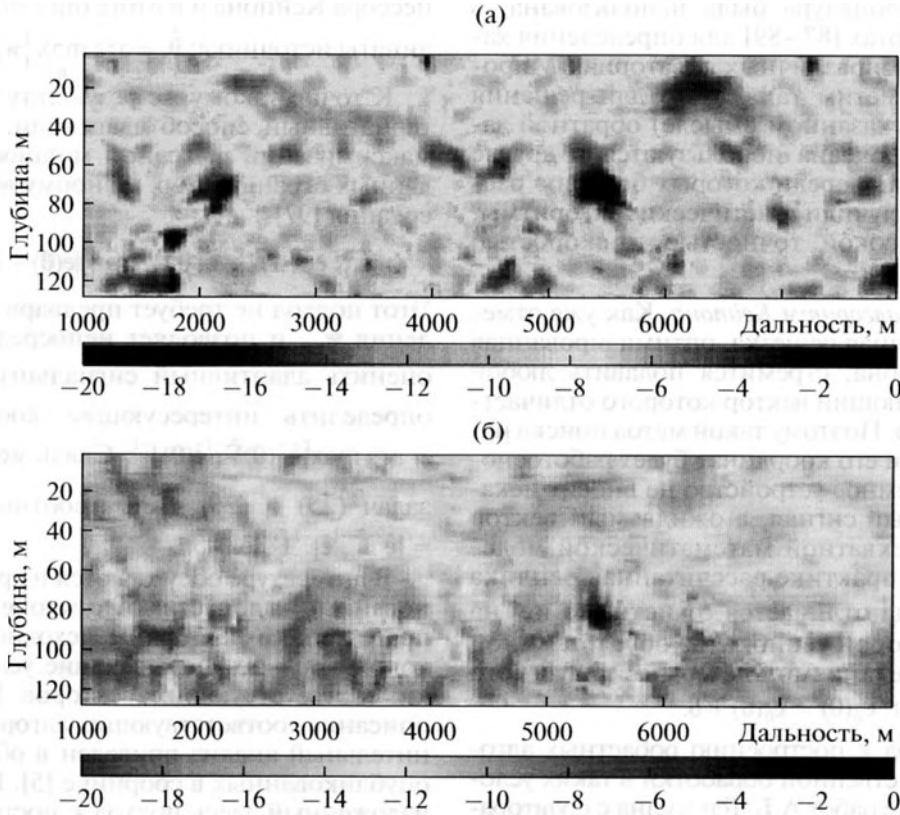


Рис. 3. Мощность сигнала на выходе процессора с многократными ограничениями, полученная по данным эксперимента 1993 года в Средиземном море с использованием матриц (28) (слева) и (30) (справа). Истинная дальность источника 5900 м, глубина 70 м.

торных величин Θ_e , характеризующих флуктуационные характеристики среды распространения. В этом случае опорный сигнал $\mathbf{e} \equiv \mathbf{e}(\theta, \Theta_e)$ будет уже являться случайной функцией Θ_e . Реализация предложенного в [31] алгоритма производится с помощью следующей последовательности операций. На каждом l -м временном интервале методом Монте-Карло в соответствии с заданной статистической разыгрывается реализация случайного поля $\Theta_e^{(l)}$ и рассчитывается ожидаемый вектор $\mathbf{e}(\theta, \Theta_e^{(l)})$. Далее формируется сигнальная корреляционная матрица

$$\mathbf{R}_s(\theta) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{e}(\theta, \Theta_e^{(l)}) \mathbf{e}^+(\theta, \Theta_e^{(l)})$$

и проводится ее спектральное разложение $\mathbf{R}_s(\theta) = \sum_{i=1}^p \lambda_i(\theta) \mathbf{m}_i(\theta) \mathbf{m}_i^+(\theta)$. Из старших собственных векторов \mathbf{m}_i составляется матрица ограничений

$$\mathbf{H}(\theta) = [\mathbf{m}_1(\theta), \mathbf{m}_2(\theta), \dots, \mathbf{m}_J(\theta)] \equiv \Psi_s(\theta) \quad (28)$$

и строится пространственный фильтр, выходная мощность которого дается выражением (23), в котором вектор отклика полагается равным $\mathbf{f} = [1, 0, \dots, 0]^T$:

$$P(\theta) = \mathbf{1}^+ [\Psi_s^+(\theta) \hat{\Gamma}_x^{-1} \Psi_s(\theta)]^{-1} \mathbf{1}, \quad \mathbf{1} = [1, 0, \dots, 0]^T. \quad (29)$$

В качестве примера на рис. 3 показаны пространственные спектры на выходе процессора с многократными ограничениями, построенные в [99] по данным эксперимента 1993 г. в Средиземном море (район о. Эльба) с использованием для матрицы ограничений \mathbf{H} выражений (24) и (28). В эксперименте использовался узкополосный шумовой источник звука с несущей частотой 170 Гц, который находился на глубине 70 м и располагался на расстоянии 5900 м от вертикальной приемной антенны, состоящей из 48 элементов.

Из приведенных графиков видно, что эффективность работы процессора с многократными ограничениями существенно зависит от используемой матрицы \mathbf{H} . Для рассматриваемых условий эксперимента наилучшим качеством восстановления обладает алгоритм (29), учитывающий статистические эффекты при распространении.

2. Алгоритмы, основанные на максимизации отношения сигнал/помеха. Более общий подход к рассмотрению адаптивных алгоритмов линейной пространственной обработки сигналов с нарушенной пространственной когерентностью основан на использовании критерия, максимизирующего

отношение сигнал/помеха SINR (“signal-to interference-plus noise ratio”) на выходе процессора AP:

$$\text{SINR} = \sigma_0^2 \frac{\mathbf{w}^+ \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^+ \mathbf{\Gamma}_n \mathbf{w}}. \quad (30)$$

В случае, когда матрицы \mathbf{R}_s и $\mathbf{\Gamma}_n$ известны точно, наиболее помехоустойчивое распределение дается соотношением [1]: $\mathbf{w}_{\text{opt}} = P\{\mathbf{\Gamma}_n^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})\}$, где P означает взятие главного собственного вектора матрицы, при этом $\text{SINR}_{\text{max}} = \sigma_0^2 \mu_{\text{max}}\{\mathbf{\Gamma}_n^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})\}$. Здесь $\mu_{\text{max}}\{\mathbf{\Gamma}_n^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})\}$ – максимальное собственное значение матрицы $\mathbf{\Gamma}_n^{-1} \mathbf{R}_s$.

В реальных ситуациях корреляционная матрица помех $\mathbf{\Gamma}_n$ априори неизвестна и вместо нее используется выборочная матрица $\hat{\mathbf{\Gamma}}_x$. В этом случае максимизация SINR (30) сводится к минимизации выходной мощности (7) при заданном отклике AP на полезный сигнал [36]:

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^+ \hat{\mathbf{\Gamma}}_x \mathbf{w} \quad \text{при условии} \quad \mathbf{w}^+ \mathbf{R}_s \mathbf{w} = 1. \quad (31)$$

Оптимальный весовой вектор \mathbf{w}_{opt} , обеспечивающий минимум целевой функции в (31), совпадает с главным собственным вектором обобщенной задачи $\mathbf{R}_s \mathbf{w}_{\text{opt}} = \mu_{\text{max}} \hat{\mathbf{\Gamma}}_x \mathbf{w}_{\text{opt}}$, т.е. $\mathbf{w}_{\text{opt}} = P\{\hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})\}$. Реализуемая при этом величина средней мощности (7) оказывается равной [37]

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \mu_{\text{max}}^{-1}\{\hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})\}. \quad (32)$$

Таким образом, для решения проблемы локализации источника в случайно-неоднородном канале необходимо оперировать не отдельными репликами звукового поля на входе AP, а корреляционными матрицами – измеренной матрицей $\hat{\mathbf{\Gamma}}_x$ и расчетной моделью сигнальной матрицы \mathbf{R}_s . Определение максимального собственного значения μ_{max} как функции $\boldsymbol{\theta}$ приводит в итоге к оценке искомым параметров сигнала:

$$\begin{aligned} (\hat{r}_0, \hat{z}_0) &= \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \mu_{\text{max}}^{-1}\{\hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})\}, \\ \hat{\sigma}_s^2 &= \mu_{\text{max}}^{-1}\{\hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\hat{\boldsymbol{\theta}})\}. \end{aligned} \quad (33)$$

Обратим внимание, что в случае пространственно-когерентного сигнала (когда \mathbf{R}_s является диагональной матрицей единичного ранга) $\mu_{\text{max}}\{\hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})\} = \mathbf{e}^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})$, и выражение (32) переходит в формулу (13) для выходной мощности традиционного процессора Кейпона.

При практической реализации алгоритма (33) в качестве матриц полезного сигнала и наблюдаемой смеси используются соответствующие оценочные матрицы $\hat{\mathbf{R}}_s$ и $\hat{\mathbf{\Gamma}}_x$, которые отличаются от истинных некоторыми неизвестными матрицами ошибок Δ_1 и Δ_2 (при этом предполагается, что нормы Δ_1 и Δ_2 не превышают заданных констант):

$$\mathbf{R}_s = \hat{\mathbf{R}}_s + \Delta_1,$$

$$\mathbf{\Gamma}_x = \hat{\mathbf{\Gamma}}_x + \Delta_2, \quad \|\Delta_1\|_F \leq \varepsilon_s, \quad \|\Delta_2\|_F \leq \gamma.$$

(Символ $\|\Delta\|_F = \sqrt{\text{Tr}[\Delta^+ \Delta]}$ означает норму Фробениуса.) Для отмеченного выше подхода, ориентированного на наихудший из возможных сценариев приема (когда эффекты статистического рассогласования приводят к максимальному снижению выходного отношения сигнала/помеха), робастный весовой вектор $\mathbf{w}_{\text{rob}}(\boldsymbol{\theta})$ подчиняется следующей оптимизационной задаче на условный экстремум:

$$\max_{\mathbf{w}} \min_{\Delta_1, \Delta_2} \text{SINR} \quad \text{при} \quad \|\Delta_1\|_F \leq \varepsilon_s, \quad \|\Delta_2\|_F \leq \gamma. \quad (34)$$

Последняя сводится к нахождению главного собственного вектора, удовлетворяющего уравнению [37]

$$\begin{aligned} [\hat{\mathbf{R}}_s(\boldsymbol{\theta}) - \varepsilon_s \mathbf{I}] \mathbf{w}_{\text{rob}}(\boldsymbol{\theta}) &= \mu(\hat{\mathbf{\Gamma}}_x + \gamma \mathbf{I}) \mathbf{w}_{\text{rob}}(\boldsymbol{\theta}), \\ \hat{\mathbf{R}}_s(\boldsymbol{\theta}) - \varepsilon_s \mathbf{I} &> 0, \end{aligned} \quad (35)$$

и, следовательно,

$$\mathbf{w}_{\text{rob}}(\boldsymbol{\theta}) = P\{(\hat{\mathbf{\Gamma}}_x + \gamma \mathbf{I})^{-1} [\hat{\mathbf{R}}_s(\boldsymbol{\theta}) - \varepsilon_s \mathbf{I}]\}.$$

Интересующие параметры источника оцениваются на основании формулы (33), в которой в качестве $\mu_{\text{max}}(\boldsymbol{\theta})$ фигурирует максимальное собственное значение уравнения (35).

Как следует из выражения для $\mathbf{w}_{\text{rob}}(\boldsymbol{\theta})$, оптимизация пространственного фильтра для наихудшего сценария приема приводит к появлению отрицательного диагонального взвешивания корреляционной матрицы ожидаемого полезного сигнала $\hat{\mathbf{R}}_s$. В этой связи отметим, что более общий алгоритм адаптации к статистическому рассогласованию должен включать условие положительной определенности $\hat{\mathbf{R}}_s + \Delta_1 \geq 0$, накладывающее дополнительное ограничение на допустимую матрицу ошибок Δ_1 . Такого рода обобщения рассмотрены в работах [38, 39, 100].

Задача локализации источника в случайно-неоднородном канале допускает альтернативное решение, не требующее предварительного нахождения робастного весового вектора $\mathbf{w}_{\text{rob}}(\boldsymbol{\theta})$. С этой целью, следуя [38], представим эрмитову матрицу $\hat{\mathbf{R}}_s(\boldsymbol{\theta})$ в виде $\hat{\mathbf{R}}_s = \mathbf{D}_0 \mathbf{D}_0^+$ и предположим, что истинная матрица \mathbf{D} отличается от \mathbf{D}_0 некоторой ошибкой, норма которой ограничена заданной величиной ε : $\|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_F^2 \leq \varepsilon$. Тогда процедура адаптации к статистическому рассогласованию заключается в нахождении такой оценки $\hat{\mathbf{D}}$ искомой матрицы, которая удовлетворяет указанному неравенству и обеспечивает максимум выходной мощности (32):

$$\min_{\hat{\mathbf{D}}} \{\mu_{\text{max}}(\mathbf{D}^+ \hat{\mathbf{\Gamma}}_x^{-1} \mathbf{D})\} \quad \text{при} \quad \|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_F^2 \leq \varepsilon. \quad (36)$$

Важно подчеркнуть, что оптимизационная задача (36) является следствием общего принципа

адаптации обработки к наихудшему сценарию приема. Действительно, для используемого представления сигнальной матрицы $\hat{\mathbf{R}}_s(\boldsymbol{\theta})$ (и заданной $\hat{\Gamma}_x$) исходная формулировка (34) эквивалентна следующей [101]:

$$\min_{\mathbf{D}} \max_{\mathbf{w}} \text{SINR} \equiv \min_{\mathbf{D}} \text{SINR}_{\max} \quad (37)$$

при $\|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_F^2 \leq \varepsilon$,

откуда, привлекая явное выражение для SINR_{\max} , в котором $\Gamma_n \rightarrow \hat{\Gamma}_x$, непосредственно вытекает (36). Таким образом, рассчитав на основании (36) робастную матрицу $\hat{\mathbf{D}}$, для координат источника получим оценку: $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \mu_{\max}^{-1} \{ \hat{\mathbf{D}}^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\Gamma}_x^{-1} \hat{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\theta}) \}$. При наличии ошибок в определении выборочной корреляционной матрицы в последней формуле необходимо сделать замену $\hat{\Gamma}_x \rightarrow \hat{\Gamma}_x + \gamma \mathbf{I}$, где γ – заданный параметр регуляризации.

При приеме сигнала в ПЗК возможна ситуация, когда число распространяющихся мод M меньше числа элементов N вертикальной АР, так что с вычислительной точки зрения пространственную обработку удобнее реализовать в модовом пространстве. При известной матрице модовой структуры на входе АР, приведенные алгоритмы пространственной обработки частично-когерентных сигналов могут быть непосредственно перенесены в пространство меньшей размерности с заменой $\mathbf{R}_s \rightarrow \mathbf{K}_s$, $\hat{\Gamma}_x \rightarrow \hat{\mathbf{K}}_x$ (где \mathbf{K}_s и $\hat{\mathbf{K}}_x$ – сигнальная и выборочная матрицы межмодовых корреляций соответственно). В частности, полагая $\mathbf{w}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{U}(\mathbf{U}^T \mathbf{U})^{-1} \mathbf{h}(\boldsymbol{\theta})$, для робастного модового весового вектора \mathbf{h}_{rob} из (35) нетрудно найти:

$$\begin{aligned} & [\mathbf{K}_s(\boldsymbol{\theta}) - \varepsilon_s \mathbf{E}^{-1}] \mathbf{h}_{\text{rob}}(\boldsymbol{\theta}) = \\ & = \mu (\hat{\mathbf{K}}_x + \gamma \mathbf{E}^{-1}) \mathbf{h}_{\text{rob}}(\boldsymbol{\theta}), \quad \mathbf{E} = \mathbf{U}^T \mathbf{U}, \end{aligned} \quad (38)$$

где параметры регуляризации ε_s и γ те же, что и в (35). Отметим, что при $\varepsilon_s = \gamma = 0$ уравнение (38) переходит в полученное ранее в [29].

Как отмечалось выше, при приеме сигналов с нарушенной пространственной когерентностью наилучшей является квадратичная пространственная обработка (см., например, [1, 25–27]). Средняя выходная мощность в этом случае дается выражением

$$\begin{aligned} P(\boldsymbol{\theta}) &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |\mathbf{W}^+(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{x}(t_l)|^2 = \\ &= \text{Tr} [\mathbf{W}^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\Gamma}_x \mathbf{W}(\boldsymbol{\theta})], \end{aligned} \quad (39)$$

где $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_p]$ – произвольная весовая матрица размера $N \times p$, составленная из весовых векторов-столбцов \mathbf{w}_i ($i = 1, 2, \dots, p$), а соответствующее отношение сигнала/помеха (для гауссовой статистики помех) равно

$$\text{SINR} = \frac{\sigma_0^2 \text{Tr}(\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_s \mathbf{W})}{[\text{Tr}(\mathbf{W}^+ \hat{\Gamma}_x \mathbf{W})]^2}.$$

Оптимизация квадратичного процессора по критерию максимума SINR приводит к следующему выражению для весовой матрицы \mathbf{W}_{opt} и реализующей при этом помехоустойчивости [1, 23, 26, 27]:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{opt}} \mathbf{W}_{\text{opt}}^+ &= \Gamma_n^{-1} \mathbf{R}_s \Gamma_n^{-1} / \text{Tr}[(\Gamma_n^{-1} \mathbf{R}_s)^2], \\ \text{SINR}_{\max} &= \sigma_0^2 [\text{Tr}(\Gamma_n^{-1} \mathbf{R}_s)^2]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (40)$$

В свою очередь, привлекая спектральное разложение сигнальной матрицы \mathbf{R}_s , для векторов-столбцов \mathbf{w}_i , формирующих \mathbf{W}_{opt} , нетрудно получить [29]:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_i &= \alpha \lambda_i^{1/2} \Gamma_n^{-1} \mathbf{m}_i, \quad \alpha = [\text{Tr}(\Gamma_n^{-1} \mathbf{R}_s)^2]^{-1/2}, \\ & i = 1, 2, \dots, p = \text{rank} \{ \mathbf{R}_s \}, \end{aligned}$$

откуда видно, что матричный фильтр представляет собой набор p парциальных каналов, каждый из которых осуществляет пространственное выделение помех и согласованную фильтрацию “своей” когерентной составляющей сигнала. Подчеркнем, что метод оптимальной квадратичной обработки максимизирует величину выходного SINR в общем случае произвольным образом коррелированных сигналов и помех и определяет в указанном смысле потенциальные возможности АР.

Оптимальная структура квадратичного процессора может быть также найдена из условия минимума дисперсии мощности сигнала на выходе АР (при фиксированном отклике на сигнальную компоненту) [25]:

$$\min_{\mathbf{W}} \text{Tr}[(\mathbf{W}^+ \hat{\Gamma}_x \mathbf{W})^2] \quad \text{при} \quad \text{Tr}[\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_s \mathbf{W}] = 1.$$

Получающееся в результате выражение для \mathbf{W}_{opt} отличается от (40) заменой $\Gamma_n \rightarrow \hat{\Gamma}_x$, при этом для средней мощности (39) следует

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\text{Tr}[\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})]}{\text{Tr}[(\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}))^2]} \equiv \frac{\sum_{i=1}^p \mu_i(\boldsymbol{\theta})}{\sum_{i=1}^p \mu_i^2(\boldsymbol{\theta})}, \quad (41)$$

где $\mu_i(\boldsymbol{\theta})$ – собственные значения матрицы $\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})$. В итоге искомые параметры могут быть найдены из условия максимума выходной мощности (41). Для полностью когерентного сигнала (когда $p = 1$, а $\mu_1 = \mathbf{e}^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})$) выражение (41) также переходит в (13).

При наличии ошибок в определении \mathbf{R}_s указанная процедура оценивания требует уточнения. С этой целью, так же как и выше, можно представить матрицу $\hat{\mathbf{R}}_s$ в виде $\hat{\mathbf{R}}_s = \mathbf{D}_0 \mathbf{D}_0^+$ и найти робаст-

ную матрицу $\hat{\mathbf{D}}$, минимизируя верхнюю границу SINR (37):

$$\min_{\mathbf{D}} \{ \text{Tr}[(\mathbf{D}^+ \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{D})^2] \} \text{ при } \|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_F^2 \leq \varepsilon.$$

Знание $\hat{\mathbf{D}}$ позволяет рассчитать выходную мощность квадратичного процессора в соответствии с формулой (41), в которой $\mathbf{R}_s = \hat{\mathbf{D}}\hat{\mathbf{D}}^+$, при этом положение абсолютного максимума этой мощности будет соответствовать оценке координат источника.

3. *Многоранговый процессор Кейпона*. Линейный процессор с многократными ограничениями, положенный в основу алгоритма Кролика (29), рассчитан на обработку сигнала, спектр которого содержит одну достаточно мощную когерентную компоненту. Использование матричной фильтрации позволяет обобщить соответствующий алгоритм на случай приема сигнала с корреляционной матрицей произвольного ранга. Для такого сценария оптимальная весовая матрица находится из условия минимизации выходной мощности при дополнительных линейных ограничениях на \mathbf{W} :

$$\min_{\mathbf{W}} \text{Tr}(\mathbf{W}^+ \hat{\Gamma}_x \mathbf{W}) \text{ при } \mathbf{H}^+ \mathbf{W} = \mathbf{F},$$

где \mathbf{H} – матрица ограничений размерности $N \times J$, а \mathbf{F} – матрица отклика $J \times p$. В результате для \mathbf{W}_{opt} и средней мощности на выходе АР соответственно имеем [102]

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_{\text{opt}} &= \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{0}) \left[\mathbf{H}^+(\mathbf{0}) \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{0}) \right]^{-1} \mathbf{F}, \\ P(\mathbf{0}) &= \text{Tr} \left\{ \mathbf{F}^+ \left[\mathbf{H}^+(\mathbf{0}) \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{0}) \right]^{-1} \mathbf{F} \right\}. \end{aligned} \quad (42)$$

При $p = 1$ (когда матрицы \mathbf{W} и \mathbf{F} сводятся к векторам \mathbf{w} и \mathbf{f} размерности $N \times 1$ и $J \times 1$ соответственно) алгоритм (42) совпадает с (23). Следовательно, выражение (29) является частным случаем (42), если $p = 1$, а в качестве \mathbf{H} взять матрицу (28) и положить $\mathbf{F} = \mathbf{1}$. Другие возможные способы выбора матрицы \mathbf{F} обсуждаются в работе [103].

4. *Обобщенный метод MUSIC*. Для оценки параметров частично-когерентного сигнала в литературе используется несколько вариантов обобщенного метода MUSIC. Из них наиболее распространенными являются алгоритмы вида

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \text{Tr}(\hat{\Psi}_n^+ \mathbf{R}_s^k(\boldsymbol{\theta}) \hat{\Psi}_n), \quad k = 1, 2,$$

первоначально предложенные в работах [104, 105]. Однако приведенные способы оценивания, как показано в [106], теряют свою эффективность при большом объеме L обучающей выборки. В этой связи в работе [106] сформулирована улучшенная версия метода MUSIC, согласно которой неизвестные координаты источника находятся из условия

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \left\| \Psi_s^+(\boldsymbol{\theta}) \hat{\Psi}_n \right\|_F^2,$$

где $\Psi_s(\boldsymbol{\theta})$ – матрица, составленная из собственных векторов $\mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})$.

5. *Параметрические методы оценивания*. Укажем также на группу алгоритмов, основанных на согласовании параметрических моделей сигналов. Эти методы предполагают использование заданной модели корреляционной матрицы вектора наблюдений $\Gamma_x(\boldsymbol{\theta})$ с последующим подбором параметров $\boldsymbol{\theta}$, которые наилучшим образом согласуются с результатами измерений.

Одним из наиболее популярных параметрических способов обработки является метод максимального правдоподобия. Как отмечалось выше, в случае гауссовых сигналов и помех соответствующая процедура оценивания сводится к минимизации выражения (18), в котором теперь матрица $\Gamma_x(\boldsymbol{\theta})$ дается соотношением (27). Однако возникающая нелинейная оптимизационная задача одновременного поиска всех неизвестных параметров требует большого объема вычислительных затрат. Существенное упрощение этой задачи возможно лишь для модели белого шума (когда $\Gamma_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}$) и в асимптотиках малого или большого отношения сигнал/шум на входе АР. В частности, в практически важном случае, когда $\sigma_0^2 / \sigma_n^2 \ll 1$, для неизвестных спектральных мощностей σ_0^2 и σ_n^2 могут быть получены аналитические выражения [33], при этом целевая функция (18) будет зависеть только от искоемых координат источника:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \{ \text{Indet}[\hat{\sigma}_0^2 \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) + \hat{\sigma}_n^2(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{I}] \},$$

$$\hat{\sigma}_0^2(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\text{Tr}[\mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) \hat{\Gamma}_x] - \text{Tr}(\hat{\Gamma}_x)}{\text{Tr}[\mathbf{R}_s^2(\boldsymbol{\theta})] - N},$$

$$\hat{\sigma}_n^2(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \text{Tr}(\hat{\Gamma}_x) - \hat{\sigma}_0^2(\boldsymbol{\theta}).$$

Более экономичный способ поиска неизвестных параметров основан на согласовании выборочной корреляционной матрицы $\hat{\Gamma}_x$ с ее расчетной моделью Γ_x [28, 47, 107–109]:

$$(\hat{\sigma}_0^2, \hat{\sigma}_n^2, \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \left\| \mathbf{W}^{1/2} (\hat{\Gamma}_x - \Gamma_x(\boldsymbol{\theta})) \mathbf{W}^{1/2} \right\|_F^2, \quad (43)$$

где \mathbf{W} – положительно определенная весовая матрица. Обычно в качестве \mathbf{W} используется либо единичная матрица, либо полагается $\mathbf{W} = \hat{\Gamma}_x^{-1}$, причем последний выбор обеспечивает асимптотически минимальную дисперсию соответствующей оценки (см., например, [47]).

Важно подчеркнуть, что использование критерия (43) (в отличие от метода максимального правдоподобия) не накладывает ограничений на статистику принимаемого вектора наблюдения. Кроме этого, неизвестные уровни сигнала и шума (входящие в модель (27) линейным образом) могут быть найдены в явном виде без использования каких-

либо приближений. Последнее обстоятельство позволяет сократить число неизвестных и свести задачу к поиску минимума целевой функции только по координатам источника.

Приведенные в разделе 4.2 методы оценивания также пока не нашли своего практического применения в акустике океана и представляют, на наш взгляд, особый интерес для дальнейших исследований. Более того, ряд из них (многограновый алгоритм Кейпона, обобщенный метод MUSIC и параметрические методы) нуждаются в обобщении на случай приема частично-когерентного сигнала при наличии эффектов статистического рассогласования.

5. ОСОБЕННОСТИ ОБРАБОТКИ ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ

При обнаружении и оценивании параметров широкополосного источника процедура пространственной обработки сводится к нахождению оптимальных (адаптивных) весовых коэффициентов АР для отдельных узкополосных компонент, принадлежащих полосе полезного сигнала, с последующим некогерентным суммированием выходных сигналов по каждой из них. Важно подчеркнуть, что в этом случае качество восстановления координат источника заметно повышается (см., например, [14, 110–117]). Последнее связано с тем, что пространственное положение боковых максимумов функции неопределенности частотно зависимо, поэтому дополнительное усреднение по частоте приводит к сглаживанию результирующей функции, устраняя тем самым проблему неоднозначности.

В общей теории обработки широкополосных сигналов разработан также ряд когерентных методов частотного накопления, основанных на использовании так называемых фокусирующих матриц. Их суть состоит в матричном преобразовании (“фокусировке”) исходного вектора спектральных отсчетов $\mathbf{x}(\omega_k)$ в новый вектор $\mathbf{y}(\omega_0)$, зависящий лишь от одной фиксированной частоты ω_0 , с последующим применением методов узкополосной пространственной обработки:

$$\mathbf{y}(\omega_0) = \sum_{k=1}^K \mathbf{T}(\omega_k, \omega_0) \mathbf{x}(\omega_k).$$

Существуют несколько способов построения фокусирующей матрицы \mathbf{T} (см., например, [118–122]). Ниже мы приведем лишь один из них, основанный на решении следующей задачи [122]:

$$\min_{\mathbf{T}} \left\| \mathbf{R}_s(\omega_0) - \mathbf{T}(\omega_k, \omega_0) \mathbf{R}_s(\omega_k) \mathbf{T}^+(\omega_k, \omega_0) \right\|_F^2, \quad (44)$$

$$\text{при } \mathbf{T}(\omega_k, \omega_0) \mathbf{T}^+(\omega_k, \omega_0) = \mathbf{I}.$$

Минимум целевой функции в (44) реализуется при $\mathbf{T}(\omega_k, \omega_0) = K^{-1/2} \mathbf{\Psi}_s(\omega_0) \mathbf{\Psi}_s^+(\omega_k)$, где $\mathbf{\Psi}_s(\omega_0)$ и $\mathbf{\Psi}_s(\omega_k)$ — матрицы, составленные из собственных векторов

сигнальных матриц $\mathbf{R}_s(\omega_0)$ и $\mathbf{R}_s(\omega_k)$. Отметим, что частота фокусировки ω_0 , фигурирующая в аргументе \mathbf{T} , может задаваться как априори (например, взята равной центральной частоте сигнала), так и определяться совместно с \mathbf{T} из решения оптимизационной задачи (44). Кроме этого, на практике в качестве $\mathbf{\Psi}_s$ можно использовать матрицу, сформированную только из старших собственных векторов выборочной корреляционной матрицы. В последнем случае фокусирующая матрица определяется непосредственно по данным измерений. Результирующая корреляционная матрица сформированного вектора $\mathbf{y}(\omega_0)$, равная

$$\begin{aligned} \mathbf{\Gamma}_y(\omega_0) &= \hat{\mathbf{\Psi}}_s(\omega_0) \tilde{\mathbf{\Gamma}}_x \hat{\mathbf{\Psi}}_s^+(\omega_0), \\ \tilde{\mathbf{\Gamma}}_x &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{\Psi}}_s(\omega_k) \hat{\mathbf{\Gamma}}_x(\omega_k) \hat{\mathbf{\Psi}}_s^+(\omega_k), \end{aligned}$$

зависит только от частоты фокусировки. Последнее обстоятельство позволяет при оценивании параметров широкополосных источников использовать все известные методы пространственной обработки узкополосных сигналов. Некоторые примеры применения такого подхода для решения задачи локализации источника в ПЗК приведены в работе [123].

В акустике океана известен также специфический метод оценивания горизонтальных координат объекта, основанный на использовании так называемого интерференционного инварианта, введенного впервые С.Д. Чупровым в 1982 году при исследовании интерференционной структуры звукового поля широкополосных источников [124]. Суть концепции состоит в том, что максимумы интенсивности акустического поля $I(r, z, \omega)$ на плоскости параметров дистанция—частота (при фиксированной глубине приема z) образуют интерференционную картину в виде набора полос, угол наклона которых дается выражением

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dr} &= \frac{-\partial I(r, z, \omega) / \partial r}{\partial I(r, z, \omega) / \partial \omega} = \beta \frac{\omega}{r}, \\ \beta &= -\frac{\kappa_{nm}(\omega) / \omega}{\partial \kappa_{nm}(\omega) / \partial \omega}, \end{aligned}$$

где $\kappa_{nm}(\omega) = \kappa_n(\omega) - \kappa_m(\omega)$. Из анализа, проведенного в [124], следует, что для типичных океанических условий коэффициент β практически не зависит от частоты и номера моды, а определяется лишь типом канала. (Например, для волновода с постоянным распределением скорости звука по глубине $\beta = 1$, для линейного профиля $\beta = -3$.) Именно поэтому величина β получила название интерференционного инварианта.¹

¹ Эффекты рассеяния звука на случайных неоднородностях морской среды приводят к искажениям регулярной интерференционной картины поля. Поведение волноводного инварианта β при наличии случайного поля внутренних волн или развитого ветрового волнения обсуждалось в работах [125–127].

Вычисляя по экспериментальным данным угол наклона $(\partial\omega/\partial r)_{\text{экс}}$ для заданной частоты ω и известного β , можно легко оценить расстояние до источника: $r \approx \beta\omega(\partial\omega/\partial r)_{\text{экс}}^{-1}$. Важно, что такая процедура оценивания дистанции принципиально возможна при использовании одиночного приемника (фактически, пространственное развитие АР заменяется здесь на частотное расширение полосы частот самого сигнала). Позднее идея интерференционного инварианта привлекалась для определения дистанции до объекта с помощью вертикальной АР [128–131]. Отметим также недавнее предложение использовать интерференционный инвариант для оценки направления прихода сигнала, принимаемого горизонтальной антенной [132].

Таким образом, методы согласованной со средой обработки сигналов в широкой полосе обладают определенными преимуществами, и их дальнейшее развитие также представляет собой одно из перспективных направлений.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итог рассмотрению, можно заключить, что, несмотря на солидный возраст и значительность усилий, затраченных на построение согласованных со средой алгоритмов пространственной обработки сигналов, проблема локализации источника в ПЗК далека от своего завершения. Причины этого заключаются в существенной априорной неопределенности (в том числе случайной) канала распространения, а также в относительно слабой величине полезного сигнала, принимаемого на фоне интенсивных помех и окружающих шумов (именно такая ситуация и представляет наибольший практический интерес). По существу, все предложенные алгоритмы в большей или меньшей степени теряют свою эффективность в таких условиях, что в свою очередь привело не только к заметному спаду числа публикаций по данной проблематике в последнее десятилетие, но и к определенному скепсису в отношении проблемы в целом.

Об этом же свидетельствует, в частности, недавний доклад одного из ведущих специалистов в этой области А. Бэггероера, название которого говорит само за себя: “Почему не удается использовать метод согласованного поля, или мы не понимаем, как его применять?” [133]. В докладе автор изложил ряд основных причин, затрудняющих успешную реализацию традиционных методов оценивания параметров сигналов в реальных океанических волноводах. Эти же причины хорошо видны и из приведенного выше обзора.

Так, важным фактором при выборе того или иного способа решения обратной задачи локализации являются его чувствительность к эффектам рассогласования различной природы, количеству и способу расположения элементов приемной АР в канале, объему выборки, используемой для определения корреляционной матрицы, и вычислитель-

ная сложность реализуемого метода. На сегодняшний день существует большое количество работ, посвященных построению адаптивных алгоритмов, позволяющих частично компенсировать эффект детерминированного рассогласования при приеме полностью когерентного сигнала и получить приемлемое решение обратной задачи в условиях априорной неопределенности. Однако, как указывалось во введении, применимость таких алгоритмов ограничена сравнительно небольшими расстояниями до источника. Но даже и на этих дистанциях практическая реализация предложенных алгоритмов сталкивается с принципиальными трудностями, если входное отношение сигнал/помеха оказывается недостаточно большим.

С учетом ослабления когерентности звукового поля при его прохождении через случайно-неоднородный океан предположение о регулярной пространственной структуре полезного сигнала не выполняется, поэтому когерентные алгоритмы в принципе не в состоянии обеспечить согласование пространственного фильтра с реальными данными. В такой ситуации согласование со средой может быть выполнено лишь в статистическом смысле. В этой связи актуальной задачей представляется разработка более общих методов, обладающих повышенной устойчивостью именно к статистическому рассогласованию, и проведение их сравнительного анализа в характерных для акустики океана ситуациях. В частности, при приеме слабых частично-когерентных сигналов наиболее эффективными являются квадратичные методы, которые до сих пор не нашли заметного применения в задаче оценивания параметров гидроакустических сигналов. Последнее направление является, на наш взгляд, наиболее перспективным с точки зрения дальнейшего развития алгоритмов согласованной со средой обработки сигналов и создания на этой основе современных систем подводного наблюдения. Во всяком случае, реалистичная оценка потенциальных возможностей таких методов и опыт их применения для обработки экспериментальных данных, возможно, придадут новый импульс исследованиям в этой области.

Наконец, отметим еще одно соображение, высказанное А. Бэггероером [133] по поводу “человеческого фактора”, с которым трудно не согласиться: в научном сообществе “имеются в изобилии специалисты по обработке сигналов, слабо разбирающиеся в акустике океана, и акустики, мало смыслящие в обработке”. Другими словами, одной из причин кризиса в данной тематике является очевидный недостаток работ, в которых на одинаково высоком уровне демонстрируется понимание специфики формирования сигналов и помех в реальном океане и особенностей применимости современных методов обработки, рассчитанных на наихудший сценарий приема. Образовавшийся “отрыв” формальной теории обработки сигналов от реалистичных моделей самих сигналов (кото-

рые с достаточной степенью обоснованности могли бы быть отнесены к тем или иным экспериментальным ситуациям в конкретных акваториях) отчасти и привел к скептическим оценкам в отношении практических возможностей метода согласованного поля. Это не означает, однако, что отмеченные трудности не могут быть преодолены в рамках отмеченного выше более общего подхода, который позволил бы применить результаты современной теории для обработки гидроакустических сигналов с учетом их специфики.

В данном обзоре мы не нашли возможным отразить весьма многочисленные работы, касающиеся решения обратной задачи с использованием приемно-излучающих систем с обращением волнового фронта или времени. Вне всякого сомнения, эти работы представляют большой интерес и заслуживают отдельного рассмотрения. Отметим только, что такое направление исследований весьма близко к рассмотренному нами, но с той очевидной разницей, что здесь речь идет об активных схемах локализации, в которых сам канал обратного распространения сигнала выполняет роль согласованного фильтра. При этом принципиальные ограничения эффективности подобных систем обусловлены, по существу, рассогласованием прямого и обратного распространения (возникающего физически из-за нестационарности канала на длинных трассах и отличий реплики переизлученного сигнала от реплики принятого). Это означает, что учет тех же по сути факторов рассогласования и здесь оказывается ключевым с точки зрения оценки качества локализации источника — фокусировки на нем обращенного поля.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 13-02-00932, 13-02-97082) и программы фундаментальных исследований ОФН РАН “Фундаментальные основы акустической диагностики искусственных и природных сред”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.
2. Пистолькорс А.А., Литвинов О.С. Введение в теорию адаптивных антенн. М.: Наука, 1991. 200 с.
3. Ильичев В.И., Каложный А.Я., Красный Л.Г., Лануй В.Ю. Статистическая теория обнаружения гидроакустических сигналов. М.: Наука, 1992. 416 с.
4. Van Trees H.L. Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory. John Wiley & Sons, Inc., 2002. 1456 p.
5. Robust adaptive beamforming / Eds. Li J., Stoica P. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006. 422 p.
6. Hinich M.J. Maximum-likelihood signal processing for a vertical array // J. Acoust. Soc. Am. 1973. V. 54. № 2. P. 499–503.
7. Bucker H.P. Use of calculated sound fields and matched field detection to locate sound sources in shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 1976. V. 59. № 2. P. 368–373.
8. Klemm R. Range and depth estimation by line arrays in shallow water // Signal Process. 1981. V. 3. № 4. P. 333–344.
9. Fizell R.G., Wales S.C. Application of high resolution processing to range and depth estimation using ambiguity function method // J. Acoust. Soc. Am. 1987. V. 82. № 2. P. 606–613.
10. Бородин В.В. Потенциальная точность определения положения источника в волноводе // Вопр. судостр. Сер. Акустика. 1983. № 16. С. 44–52.
11. Бородин В.В. Качество обнаружения при отсутствии априорного знания о спектральной плотности сигнала // Вопр. судостр. Сер. Акустика. 1983. № 16. С. 53–60.
12. Tappert F.D., Nghiem-Phu L., Daubin S.C. Source localization using PE method // J. Acoust. Soc. Am. 1985. V. 78. № 1. P. 30.
13. Baggeroer A.B., Kuperman W.A., Schmidt H. Matched-field processing: source localization in correlated noise as an optimum parameter estimation problem // J. Acoust. Soc. Am. 1988. V. 83. № 2. P. 571–587.
14. Зуйкова Н.В., Свет В.Д. Согласованная обработка сигналов в океанических волноводах (обзор) // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 3. С. 389–403.
15. Baggeroer A.B., Kuperman W.A., Mikhalevsky P.N. An overview of matched field methods in ocean acoustics // IEEE J. Oceanic Eng. 1993. V. 18. № 4. P. 401–423.
16. Tolstoy A. Matched field processing for underwater acoustics. Singapore: World Scientific, 1993. 228 p.
17. Ianniello J.P. Recent developments in sonar signal processing // IEEE Signal Process. Mag. 1998. V. 15. № 4. P. 27–40.
18. Малышкин Г.С., Сидельников Г.Б. Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 5. С. 526–545.
19. Малышкин Г.С. Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов. Т. 2. СПб.: ОАО “Концерн “ЦНИИ “Электроприбор”, 2011. 374 с.
20. Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H. Computational ocean acoustics. Ed. Hartmann W.M. Springer, 2011. 794 p.
21. Vorobyov S.A. Principles of minimum variance robust adaptive beamforming design // Signal Process. 2013. V. 93. № 12. P. 3264–3277.
22. Carey W.M. The determination of signal coherence length based on signal coherence and gain measurements in deep and shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 104. № 2. P. 831–837.
23. Baker C.R. Optimum quadratic detection of random vector in Gaussian noise // IEEE Trans. Communicat. Technol. 1966. V. 14. № 6. P. 802–805.
24. Cox H. Line array performance when the signal coherence is spatially dependent // J. Acoust. Soc. Am. 1973. V. 54. № 6. P. 1743–1746.
25. Vural A.M. Effects of perturbations on the performance of optimum/adaptive arrays // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1979. V. 15. № 1. P. 76–87.
26. Лаваль Р., Лабаск И. Влияние неоднородностей и нестационарности среды на пространственную и временную обработку сигналов. В кн.: Подводная акустика и обработка сигналов. Пер. с англ. под ред. Бьерно Л. М.: Мир, 1986. С. 43–68.

27. *Morgan D.R., Smith T.M.* Coherence effects on the detection performance of quadratic array processors with application to large-array matched-field beamforming // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 87. № 2. P. 737–747.
28. *Paulraj A., Kailath T.* Direction of arrival estimation by eigenstructure methods with imperfect spatial coherence of wave fronts // *J. Acoust. Soc. Am.* 1988. V. 83. № 3. P. 1034–1040.
29. *Малеханов А.И., Таланов В.И.* Об оптимальном приеме сигналов в многомодовых волноводах // *Акуст. журн.* 1990. Т. 36. № 5. С. 891–897.
30. *Малеханов А.И.* Некогерентная пространственная фильтрация мод в случайно-неоднородном океане // *Акуст. журн.* 1992. Т. 38. № 5. С. 898–904.
31. *Krolik J.L.* Matched-field minimum variance beamforming in a random ocean channel // *J. Acoust. Soc. Am.* 1992. V. 92. № 3. P. 1408–1419.
32. *Gorodetskaya E.Yu., Malekhanov A.I., Sazontov A.G., Vdovicheva N.K.* Deep-water acoustic coherence at long ranges: theoretical prediction and effects on large array signal processing // *IEEE J. Oceanic Eng.* 1999. V. 24. № 2. P. 156–171.
33. *Besson O., Vincent F., Stoica P., Gershman A.B.* Approximate maximum likelihood estimators for array processing in multiplicative noise environments // *IEEE Trans. Signal Process.* 2000. V. 48. № 9. P. 2506–2518.
34. *Городецкая Е.Ю., Малеханов А.И., Харламов Д.М.* Анализ методов оптимальной пространственной обработки многомодовых сигналов в условиях расогласования оценки модовой структуры. Препринт ИПФ РАН № 673. Н. Новгород, 2005. 34 с.
35. *Borcea L., Issa L., Tsogka C.* Source localization in random acoustic waveguides // *Multiscale Model. Simul.* 2010. V. 8. № 5. P. 1981–2022.
36. *Shahbazpanahi S., Gershman A.B., Luo Z.Q., Wong K.M.* Robust adaptive beamforming for general-rank signal models // *IEEE Trans. Signal Process.* 2003. V. 51. № 9. P. 2257–2269.
37. *Hassaniien A., Shahbazpanahi S., Gershman A.B.* A generalized Capon estimator for localization of multiple spread sources // *IEEE Trans. Signal Process.* 2004. V. 52. № 1. P. 280–283.
38. *Chen H.H., Gershman A.B.* Robust adaptive beamforming for general-rank signal models using positive semidefinite covariance constraint // *Proc. IEEE ICASSP.* 2008. P. 2341–2344.
39. *Xing C., Ma Sh., Wu Y.-C.* On low complexity robust beamforming with positive semidefinite constraints // *IEEE Trans. Signal Process.* 2009. V. 57. № 12. P. 4942–4945.
40. *Sazontov A.G., Matveyev A.L., Vdovicheva N.K.* Acoustic coherence in shallow water: theory and observation // *IEEE J. Oceanic Eng.* 2002. V. 27. № 3. P. 653–664.
41. *Sazontov A.G., Vdovicheva N.K.* The influence of emitter and receiver motion on acoustic coherence in shallow water // *IEEE J. Oceanic Eng.* 2009. V. 34. № 1. P. 12–23.
42. *Kuperman W.A., Ingenito F.* Spatial correlation of surface generated noise in a stratified ocean // *J. Acoust. Soc. Am.* 1980. V. 67. № 6. P. 1988–1996.
43. *Мюнье Ж., Делиль Ж.* Пространственный анализ в пассивных локационных системах с помощью адаптивных методов // *ТИИЭР.* 1987. Т. 75. № 11. С. 21–37.
44. *Daugherty J.R., Lynch J.F.* Surface wave, internal wave, and source motion effects on matched field processing in a shallow water waveguide // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 87. № 6. P. 2503–2526.
45. *Jonson D.H., DeGraaf S.* Improving the resolution of bearing in passive sonar arrays by eigenvalue analysis // *IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Process.* 1982. V. 30. № 4. P. 638–647.
46. *Schmidt R.O.* Multiple emitter location and signal parameter estimation // *IEEE Trans. Antennas and Propagation.* 1986. V. 34. № 3. P. 276–280.
47. *Viberg M., Ottersten B.* Sensor array processing based on signal subspace fitting // *IEEE Trans. Signal Process.* 1991. V. 39. № 5. P. 1110–1121.
48. *Zala C.A., Ozard J.M.* Matched-field processing for a moving source // *J. Acoust. Soc. Am.* 1992. V. 92. № 1. P. 403–417.
49. *Krim H., Viberg M.* Two decades of array signal processing research: the parametric approach // *IEEE Signal Process. Mag.* 1996. V. 13. № 4. P. 67–94.
50. *Bohme J.F.* Estimation of spectral parameters of correlated signals in wave fields // *Signal Process.* 1986. V. 11. № 4. P. 329–337.
51. *Jaffer A.G.* Maximum likelihood direction finding of stochastic sources: a separable solution // *Proc. ICASSP-88.* 1988. V. 5. New York, USA. P. 2893–2896.
52. *Ye H., DeGroat R.* Maximum likelihood DOA estimation and asymptotic Cramer–Rao bounds for additive unknown colored noise // *IEEE Trans. Signal Process.* 1995. V. 43. № 4. P. 938–949.
53. *Fridlander B., Weiss A.F.* Direction finding using noise covariance modeling // *IEEE Trans. Signal Process.* 1995. V. 43. № 7. P. 1557–1567.
54. *Gransson B., Ottersten B.* Direction estimation in partially unknown noise fields // *IEEE Trans. Signal Process.* 1999. V. 47. № 9. P. 2375–2385.
55. *Nagesha V., Kay S.* Maximum likelihood estimation for array processing in colored noise // *IEEE Trans. Signal Process.* 1996. V. 44. № 2. P. 169–180.
56. *Li T., Nehorai A.* Maximum likelihood direction-of-arrival estimation of underwater acoustic signals containing sinusoidal and random components // *IEEE Trans. Signal Process.* 2011. V. 59. № 11. P. 5302–5314.
57. *Shang E.C.* Source depth estimation in waveguides // *J. Acoust. Soc. Am.* 1985. V. 77. № 4. P. 1413–1418.
58. *Shang E.C., Clay C.S., Wang Y.Y.* Passive harmonic ranging in waveguides by using mode filter // *J. Acoust. Soc. Am.* 1986. V. 78. № 1. P. 172–175.
59. *Shang E.C.* An efficient high-resolution method of source localization processing in mode space // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 86. № 5. P. 1960–1967.
60. *Yang T.C.* A method of range and depth estimation by modal decomposition // *J. Acoust. Soc. Am.* 1987. V. 82. № 5. P. 1736–1745.
61. *Yang T.C.* Modal beamforming array gain // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 85. № 1. P. 146–151.
62. *Yang T.C.* Modal shading coefficients for high resolution source-depth localization // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 87. № 2. P. 668–672.
63. *Yang T.C.* Effectiveness of mode filtering: a comparison of matched-field and matched-mode processing // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 87. № 5. P. 2072–2084.
64. *Bogart C.W., Yang T.C.* Comparative performance of matched-mode and matched-field localization in a range dependent environments // *J. Acoust. Soc. Am.* 1992. V. 92. № 4. P. 2051–2068.

65. *Hinich M.J., Sullivan E.J.* Maximum-likelihood passive localization using mode filtering // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 85. № 1. P. 214–219.
66. *Tolstoy A.* Sensitivity of matched field processing to sound-speed profile mismatch for vertical array in deep water Pacific environment // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 85. № 4. P. 2394–2404.
67. *Gingras D.* Methods for predicting the sensitivity of matched-field processors to mismatch // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 86. № 5. P. 1940–1949.
68. *Shang E.C., Wang Y.Y.* Environmental mismatching effects on source localization processing in mode space // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. V. 89. № 5. P. 2285–2290.
69. *Richardson A.M., Nolte L.W.* A posteriori probability source localization in an uncertain sound speed, deep ocean environment // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. V. 89. № 5. P. 2280–2284.
70. *DelBalzo D.R., Feuillade C., Rowe M.M.* Effects of water depth mismatch on matched-field localization in shallow water // *J. Acoust. Soc. Am.* 1988. V. 83. № 6. P. 2180–2185.
71. *Feuillade C., DelBalzo D.R., Rowe M.M.* Environmental mismatch in shallow-water matched-field processing: geoacoustic parameter variability // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 85. № 6. P. 2354–2364.
72. *Hamson R.M., Heitmeyer R.M.* Environmental and system effects on source localization in shallow water by the matched-field processing of a vertical array // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. V. 86. № 4. P. 1950–1959.
73. *Jesus S.M.* Normal mode matching localization in shallow water: environmental and system mismatch // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. V. 90. P. 2034–2041.
74. *Tran J.M., Hodgkiss W.S.* Experimental observation of temporal fluctuations at the output of the conventional matched-field processor // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. V. 89. № 5. P. 2291–2302.
75. *Jackson D.R., Ewart T.E.* The effect of internal waves on matched-field processing // *J. Acoust. Soc. Am.* 1994. V. 96. № 6. P. 2945–2955.
76. *Book P.J., Nolte L.W.* Narrow-band source localization in the presence of internal waves for 1000-km range and 25-Hz acoustic frequency // *J. Acoust. Soc. Am.* 1997. V. 101. № 3. P. 1336–1346.
77. *Yoo K., Yang T.C.* Broadband source localization in shallow water in the presence of internal waves // *J. Acoust. Soc. Am.* 1999. V. 106. № 6. P. 3255–3269.
78. *Byrne C.L.* Effects of modal phase errors on eigenvector and nonlinear methods for source localization in matched-field processing // *J. Acoust. Soc. Am.* 1992. V. 92. № 4. P. 2159–2164.
79. *Schmidt H., Baggeroer A.B., Kuperman W.A., Scheer E.K.* Environmentally tolerant beamforming for high resolution matched field processing: deterministic mismatch // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 88. № 4. P. 1851–1862.
80. *Frost O.L.* An algorithm for linearly constrained adaptive array processing // *Proc. IEEE.* 1972. V. 60. № 8. P. 926–935.
81. *Byrne C.L., Brent R., Feuillade C., DelBalzo D.* A stable data-adaptive method for matched field processing in acoustic waveguides // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 87. № 4. P. 2493–2502.
82. *Tabrikian J., Krolik J.L., Messer H.* Robust maximum-likelihood source localization in an uncertain shallow-water waveguide // *J. Acoust. Soc. Am.* 1997. V. 101. № 1. P. 241–249.
83. *Frichter G.M., Byrne C.L., Feuillade C.* Sector-focused stability methods for robust source localization in matched-field processing // *J. Acoust. Soc. Am.* 1990. V. 88. № 6. P. 2843–2851.
84. *Smith G.B., Chandler H.A., Feuillade C.* Performance stability of high-resolution matched-field processors to sound speed mismatch in a shallow-water environment // *J. Acoust. Soc. Am.* 1993. V. 93. № 4. P. 2617–2626.
85. *Chandler H.A., Feuillade C., Smith G.B.* Sector-focused processing for stabilized resolution of multiple acoustic sources // *J. Acoust. Soc. Am.* 1995. V. 97. № 4. P. 2159–2172.
86. *Collins M.D., Kuperman W.A.* Focalization: environmental focusing and source localization // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. V. 90. № 3. P. 1410–1422.
87. *Collins M.D., Kuperman W.A., Schmidt H.* Nonlinear inversion for ocean-bottom properties // *J. Acoust. Soc. Am.* 1992. V. 92. № 5. P. 2770–2783.
88. *Lindsay C.E., Chapman N.R.* Matched field inversion for geoacoustic model parameters using adaptive simulated annealing // *IEEE J. Oceanic Eng.* 1993. V. 18. № 3. P. 224–231.
89. *Dosso E.D., Jeremy M.L., Ozard J.M., Chapman N.R.* Estimation of ocean bottom properties by matched field inversion of acoustic field data // *IEEE J. Oceanic Eng.* 1993. V. 18. № 3. P. 232–239.
90. *Gerstoft P.* Inversion of seismoacoustic data using genetic algorithms and a posteriori distributions // *J. Acoust. Soc. Am.* 1994. V. 95. № 2. P. 770–782.
91. *Gingras D.F., Gerstoft P.* Inversion for geometric and geoacoustic parameters in shallow water: experimental results // *J. Acoust. Soc. Am.* 1995. V. 97. № 6. P. 3589–3598.
92. *Gerstoft P.* Inversion of acoustic data using a combination of genetic algorithms and the Gauss–Newton approach // *J. Acoust. Soc. Am.* 1995. V. 97. № 4. P. 2181–2191.
93. *Gerstoft P., Mecklenbrauker C.F.* Ocean acoustic inversion with estimation of a posteriori probability distributions // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. V. 104. № 2. P. 808–819.
94. *Fallat M.R., Dosso S.E.* Geoacoustic inversion via local, global, and hybrid algorithms // *J. Acoust. Soc. Am.* 1999. V. 105. № 6. P. 3219–3230.
95. *Vorobyov S.A., Gershman A.B., Luo Z.-Q.* Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: a solution to the signal mismatch problem // *IEEE Trans. Signal Process.* 2003. V. 51. № 2. P. 313–324.
96. *Zari K., Shahbazpanahi S., Gershman A.B., Luo Z.-Q.* Robust blind multiuser detection based on the worst-case performance optimization of the MMSE receiver // *IEEE Trans. Signal Process.* 2005. V. 53. № 1. P. 295–305.
97. *Li J., Stoica P., Wang Z.* Robust Capon beamforming and diagonal loading // *IEEE Trans. Signal Process.* 2003. V. 51. № 7. P. 1702–1715.
98. *Li J., Stoica P., Wang Z.* Doubly constrained robust Capon beamforming // *IEEE Trans. Signal Process.* 2004. V. 52. № 9. P. 2407–2423.
99. *Krolik J.L.* The performance of matched field beamformers with Mediterranean vertical array data // *IEEE Trans. Signal Process.* 1996. V. 44. № 10. P. 2605–2611.
100. *Khazzibazmenj A., Vorobyov S.A.* Robust adaptive beamforming for general-rank signal model with posi-

- tive semi-definite constraint via POTDC // IEEE Trans. Signal Process. 2013. V. 61. № 23. P. 6103–6117.
101. *Stoica P., Xiong H., Xu L., Li J.* Adaptive beamforming for quadrupole resonance // Digital Signal Process. 2007. V. 17. P. 634–651.
 102. *Cox H.* Sensitivity considerations in adaptive beamforming // Proc. NATO Advanced Study Institute of Signal Processing. Loughborough, U.K. 1972. P. 621–644.
 103. *Pezeshki A., Van Veen B.D., Sharf L.L., Cox H., Lundberg M.* Eigenvalue beamforming using a multi-rank MVDR beamformer and subspace selection // IEEE Trans. Signal Process. 2008. V. 56. № 5. P. 1954–1967.
 104. *Valaee S., Champagne B., Kabal P.* Parametric localization of distributed sources // IEEE Trans. Signal Process. 1995. V. 43. № 9. P. 2144–2153.
 105. *Meng Y., Stoica P., Wong K.M.* Estimation of the directions of arrival of spatially dispersed signals in array processing // Proceedings IEE Conf. on Radar, Sonar, and Navig. 1996. V. 143. № 1. P. 1–9.
 106. *Bengtsson M.* A generalization of weighted subspace fitting to full-rank models // IEEE Trans. Signal Process. 2001. V. 49. № 5. P. 1002–1012.
 107. *Trump T., Ottersten B.* Estimation of nominal direction of arrival and angular spread using an array of sensors // Signal Process. 1996. V. 50. № 1–2. P. 57–69.
 108. *Ottersten B., Stoica P., Roy R.* Covariance matching estimation techniques for array signal processing applications // Digital Signal Process. A Rev. 1998. V. 8. № 3. P. 185–210.
 109. *Besson O., Stoica P.* Decoupled estimation of DOA and angular spread for a spatially distributed source // IEEE Trans. Signal Process. 2000. V. 48. № 7. P. 1872–1882.
 110. *Westwood E.K.* Broadband matched-field source localization // J. Acoust. Soc. Am. 1992. V. 91. № 5. P. 2777–2789.
 111. *Jesus S.M.* Broadband matched-field processing of transient signals in shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 1993. V. 93. № 4. P. 1841–1850.
 112. *Brienzo R.K., Hodgkiss W.S.* Broadband matched field processing // J. Acoust. Soc. Am. 1993. V. 94. № 5. P. 2821–2831.
 113. *Michalopoulou Z.-H., Porter M.B.* Matched field processing for broadband source localization // IEEE J. Ocean. Eng. 1996. V. 21. № 4. P. 384–392.
 114. *Czemplak S.P., Krolik J.L.* Robust wideband matched field processing with a short vertical array // J. Acoust. Soc. Am. 1997. V. 101. № 2. P. 740–759.
 115. *Jesus S.M., Soares S.* Broadband matched field processing: coherent and incoherent approaches // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. № 5. P. 2587–2598.
 116. *Soares S., Jesus S.M.* Environmental inversion using high-resolution matched field processing // J. Acoust. Soc. Am. 2007. V. 122. № 6. P. 3391–3404.
 117. *Малышкин Г.С., Шафранюк А.В.* Адаптивное разрешение широкополосных гидроакустических сигналов с частично нарушенной когерентной структурой // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 5. С. 613–629.
 118. *Wang H., Kaveh M.* Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Process. 1985. V. 33. № 4. P. 823–831.
 119. *Hung H., Kaveh M.* Focusing matrices for coherent signal-subspace processing // IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Process. 1988. V. 36. № 8. P. 1272–1281.
 120. *Doron M.A., Weis A.J.* On focusing matrices for wide-band array processing // IEEE Trans. Signal Process. 1992. V. 40. № 6. P. 1295–1302.
 121. *Simanpalli S., Kaveh M.* Broadband focusing for partially adaptive beamforming // IEEE Trans. Aerosp. Electr. Syst. 1994. V. 30. № 1. P. 68–80.
 122. *Valaee S., Kabal P.* Wideband array processing using two-sided correlation transformation // IEEE Trans. Signal Process. 1995. V. 43. № 1. P. 150–172.
 123. *Bourennane S., Fossati C., Marot J.* Array processing: Underwater acoustic source localization. In: Underwater Acoustics / Ed. by Bourennane S. Published by In-Tech, Croatia. 2012. P. 13–40.
 124. *Чупров С.Д.* Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане / Акустика океана. Современное состояние. Под ред. Бреховских Л.М., Андреевой И.А. М.: Наука, 1982. С. 71–91.
 125. *Rouseff D.* Effect of shallow water internal waves on ocean acoustic striation patterns // Waves Random Media. 2001. V. 11. P. 377–393.
 126. *Кузькин В.М., Переселков С.А.* Влияние фоновых внутренних волн на интерференционную структуру звукового поля в мелком море // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 1. С. 103–112.
 127. *Кузькин В.М., Куцов М.В., Переселков С.А.* Влияние поверхностного волнения на изменчивость интерференционного инварианта // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 1. С. 76–80.
 128. *Cocrell K.L., Smidt H.* Robust passive range estimation using the waveguide invariant // J. Acoust. Soc. Am. 2010. V. 127. № 5. P. 2780–2789.
 129. *Thode A.M., Kuperman W.A., D'Spain G.L., Hodgkiss W.S.* Localization using Bartlett matched-field processor sidelobes // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 107. № 1. P. 278–286.
 130. *Thode A.M.* Source ranging with minimal environmental information using a virtual receiver and waveguide invariant theory // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 108. № 4. P. 1582–1594.
 131. *Tao H., Krolik J.L.* Waveguide invariant focusing for broadband beamforming in an oceanic waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 123. № 3. P. 1338–1346.
 132. *Rouseff D., Zurk L.M.* Striation-based beamforming for estimating the waveguide invariant with passive sonar // J. Acoust. Soc. Am. Express Lett. 2011. V. 130. № 2. P. 76–81.
 133. *Baggeroer A.B.* Why did applications of MFP fail, or did we not understand how to apply MFP? / Proc. 1st Int. Conf. and Exhib. Underwater Acoustics. Eds. Papadakis J.S., Bjørnø L. Corfu Island, Greece, 2013. P. 41–49.