

КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.2

ЭХОСИГНАЛ ОТ РАССЕИВАТЕЛЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ В ПОКРЫТОМ ЛЬДОМ ОДНОРОДНОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2015 г. Н. С. Григорьева*, Д. А. Михайлова**, Д. Б. Островский**

* Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет “ЛЭТИ” им. В.И. Ульянова (Ленина)
197376 Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова 5

E-mail: nsgrig@natalie.spb.su

** ОАО “Концерн “Океанприбор”

197376 Санкт-Петербург, Чкаловский пр. 46

Поступила в редакцию 06.06.2014 г.

Статья посвящена моделированию акустического поля, рассеянного акустически жесткой или мягкой сферой, помещенной в покрытый льдом однородный волновод. Дно волновода и ледовое покрытие задаются своей плотностью и скоростью распространения продольных волн. Для вычисления коэффициентов рассеяния сферы используется метод нормальных волн. Число нормальных мод, участвующих в формировании эхосигнала, определяется заданной направленностью источника излучения. Приводятся численные результаты, полученные для акустически жесткого рассеивателя и ледового рассеивателя, свойства которого совпадают со свойствами ледового покрова. При этом сравниваются две основные модели. В первой из них водный слой ограничен сверху ледовым полупространством, а во второй – воздушным. В широком диапазоне частот 8–12 кГц для этих двух моделей вычисляется давление в точке приема эхосигнала.

Ключевые слова: рассеяние акустических волн, сферический рассеиватель, эхосигнал, покрытый льдом однородный волновод, нормальные моды волновода, функция формы акустического рассеяния.

DOI: 10.7868/S0320791915010037

ВВЕДЕНИЕ

В то время как задачи распространения акустических сигналов в покрытых льдом морских акваториях привлекали внимание многих авторов (см., например, [1–6]), задача дифракции на рассеивателе, находящемся подо льдом, практически не рассматривалась.

В данной работе вычисляется эхосигнал от рассеивателя, помещенного в однородный водный слой, ограниченный снизу жидким дном, а сверху – ледовым полупространством, которое также предполагается жидкой средой. Рассеиватель имеет сферическую форму и представляет собой акустически жесткое или мягкое тело, а источник сигнала и приемник размещены в одной точке. Гармонический сигнал частоты 8–12 кГц излучается в пределах конуса, имеющего заданную угловую ширину на уровне –3 дБ.

В общем случае ледовый покров моделируется как упругий слой конечной толщины. Однако на рассматриваемых в данной работе частотах 8–12 кГц акустические волны во льду быстро затухают (см. [7], с. 215–220). Поэтому можно пренебречь волнами, отразившимися от верхней кромки льда и возвращающимися в водный слой, в том числе волнами, претерпевшими двойное преобразование: продольные → поперечные → продольные и т.д., и рассматривать ледовый покров как жидкое полупространство. Гладкая поверхность ниж-

ней кромки льда характерна для молодых льдов, в том числе и арктических.

Для вычисления коэффициентов рассеяния сферы используется метод нормальных волн. Полученное в работе аналитическое выражение для эхосигнала позволяет изучить его зависимость от частоты сигнала, глубины водного слоя, свойств дна и рассеивателя, расстояния от источника/приемника до сферы, а также от глубины погружения источника/приемника и самого рассеивателя. При этом сравниваются две основные модели. В первой из них водный слой ограничен сверху ледовым полупространством, а во второй – воздушным. В широком диапазоне частот для этих двух моделей вычисляется давление в точке приема эхосигнала.

Для более общих моделей среды, учитывающих неровность поверхности лед–вода и зависимость скорости звука в воде от глубины, эхосигнал от рассеивателя в аналитической форме уже не вычисляется, и полученные в данной работе результаты могут быть использованы для оценки влияния каждого из этих факторов.

ТЕОРИЯ

Рассмотрим сферический отражатель радиуса a , помещенный в водный слой, ограниченный снизу жидким дном, а сверху – ледовым полупространством, которое также предполагается жидкой средой, характеризующейся своей плотностью ρ_l и

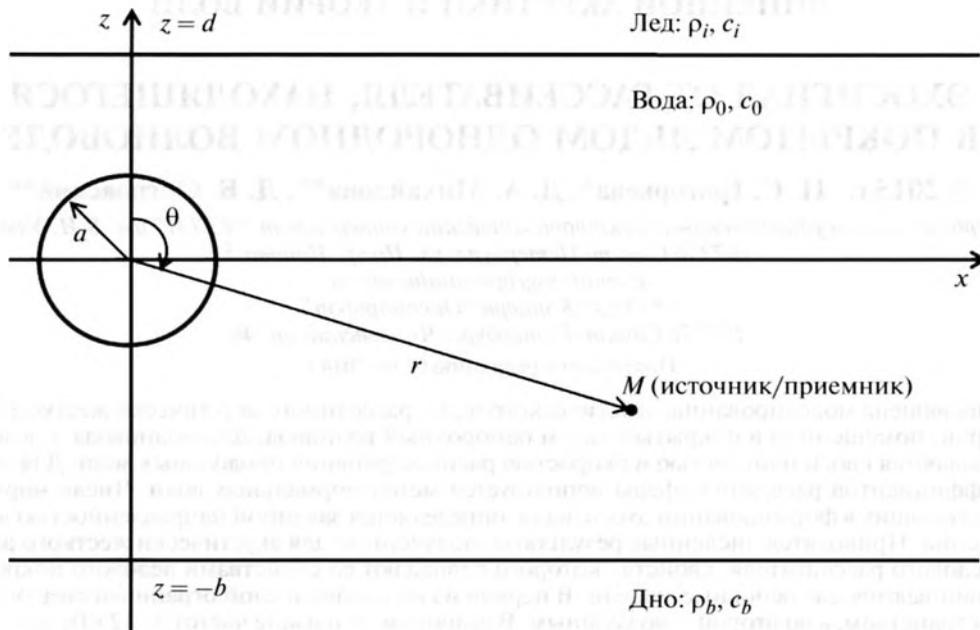


Рис. 1. Сферический рассеиватель, помещенный в волновод.

скоростью распространения продольных волн c_i . Плотность дна и скорость распространения продольных волн в дне обозначим ρ_b и c_b , в воде – ρ_0 и c_0 . Рассеиватель представляет собой акустически жесткое или мягкое тело, свойства которого могут совпадать со свойствами ледового покрова. Начало координат совпадает с центром сферы. Ось z направлена вертикально вверх, как это показано на рис. 1.

Точечный источник, излучающий сферическую волну с циклической частотой ω , находится в точке M водного слоя $-b \leq z \leq d$. Декартовыми и сферическими координатами точки M являются $(x, 0, z)$ и $(r, \theta, 0)$ соответственно; $x > 0$. Положение приемника эхосигнала совпадает с положением источника.

Если сферический рассеиватель находится в изотропном водном пространстве, акустический потенциал эхосигнала в точке приема имеет вид (см., например, [8])

$$\Phi = \frac{ik_0}{4\pi} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [h_l^{(1)}(k_0 r)]^2 T_l, \quad (1)$$

где $k_0 = \omega/c_0 = 2\pi f/c_0$ – волновое число в воде, f – частота, $h_l^{(1)}(x) = \sqrt{\pi/(2x)} H_{l+1/2}^{(1)}(x)$ – сферическая функция Ханкеля 1-го рода. При этом потенциал падающей волны в начале координат в отсутствие рассеивателя дается формулой $\Phi_{\text{inc}} = \exp(ik_0 r)/(4\pi r)$.

Коэффициенты T_l , содержащие всю информацию о свойствах рассеивателя, удобно трактовать как элементы диагональной матрицы, которую называют T -матрицей. Они находятся из гранич-

ных условий на поверхности сферы. Для акустически жесткой сферы

$$T_l = -j_l'(k_0 a) / h_l^{(1)'}(k_0 a). \quad (2)$$

В случае акустически мягкой сферы, плотность которой ρ , а скорость продольных волн c ,

$$T_l = \frac{k_0 j_l'(k_0 a) j_l(ka) - \frac{\rho_0}{\rho} k j_l'(ka) j_l(k_0 a)}{-k_0 h_l^{(1)'}(k_0 a) j_l(ka) + \frac{\rho_0}{\rho} k h_l^{(1)}(k_0 a) j_l'(ka)}. \quad (3)$$

Здесь $k = \omega/c$ – волновое число сферы, $j_l(x) = \sqrt{\pi/(2x)} J_{l+1/2}(x)$ – сферическая функция Бесселя, штрих у сферических функций в (2) и (3) обозначает производную по всему аргументу.

Для исследования зависимости эхосигнала от частоты введем функцию формы акустического рассеяния, которая определяется как

$$F(f) = \frac{2r}{a} |\Phi(f)/\Phi_{\text{inc}}| = \frac{8\pi r^2}{a} |\Phi(f)|; \quad (4)$$

при этом давление эхосигнала P в точке приема с учетом поглощения в воде выражается через функцию формы:

$$P = p_0 a 10^{-0.1\alpha_0 r} F(f) / (2r^2), \quad (5)$$

где p_0 – значение излученного давления, приведенное к 1 м, а коэффициент поглощения α_0 – в децибелах и зависит от частоты.

Количество слагаемых, которые необходимо просуммировать в (1), определяется тем, что коэффициенты T_l как для акустически жесткой, так и для мягкой сферы, начинают экспоненциально

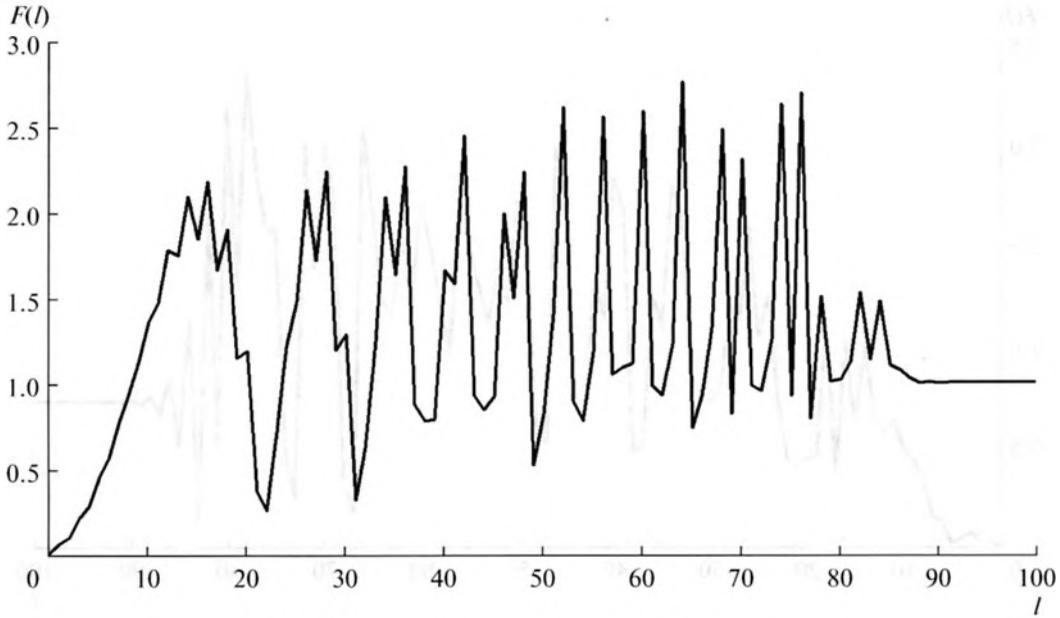


Рис. 2. Зависимость функции формы от числа просуммированных в (1) слагаемых для акустически жесткой сферы.

убывать при $l > k_0 a \gg 1$. Для иллюстрации на рис. 2 и 3 показана зависимость функции формы (4) от числа слагаемых в сумме (1) при $f = 10$ кГц, $a = 2$ м, $r = 500$ м для акустически жесткой сферы (рис. 2) и для ледовой сферы с $\rho = \rho_i = 900$ кг/м³, $c = c_i = 3500$ м/с (рис. 3). В воде $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $c_0 = 1500$ м/с. Вычисления показывают, что в обоих случаях достаточно положить $\max l = 90$.

В [9] для упругих оболочек была получена формула

$$\max l = l_{\max} = \text{Entier}(k_0 a + 4.05(k_0 a)^{1/3}) + 3, \quad (6)$$

где $\text{Entier}(y)$ – целая часть y . В частности, при $f = 10$ кГц и $a = 2$ м по формуле (6) $\max l = 104$. Проведенные вычисления показали, что во всех рассмотренных ниже моделях правило (6) также применимо. Таким образом, с ростом частоты число слагаемых в сумме (1) возрастает пропорционально безразмерному параметру $k_0 a$.

Пусть теперь сферический рассеиватель находится в слое воды глубиной $b + d$, ограниченном снизу жидким дном, а сверху – ледовым полупространством (см. рис. 1). В [10] для эхосигнала от такого рассеивателя получено следующее представление, учитывающее влияние многократного рассеяния:

$$\Phi = -\frac{i}{k_0} \sum_{l=0}^{l_{\max}} T_l \sum_{m=0}^l A_{ml}(\mathbf{r}) C_{ml}, \quad (7)$$

где T_l даются формулами (2), (3), а коэффициенты рассеяния сферы $A_{ml}(\mathbf{r})$ имеют вид

$$A_{ml}(\mathbf{r}) = i^{l-m+1} \times \sqrt{\frac{\epsilon_m}{2\pi}} \int_0^\infty \frac{q dq}{h} J_m(qx) \frac{\Pi_l^m(h/k_0)}{1 - VU \exp[2ih(b+d)]} \times \left[e^{ih(z-d)} + Ue^{-ih(z-d)} \right] \left[(-1)^{l+m} e^{ihd} + Ve^{ih(2b+d)} \right]. \quad (8)$$

В выражении (8) $\epsilon_0 = 1$ и $\epsilon_m = 2$ при $m \geq 1$, J_m – функция Бесселя m -го порядка, q и $h = h(q) = \sqrt{k_0^2 - q^2}$ – горизонтальная и вертикальная компоненты волнового вектора в воде, $\Pi_l^m(x)$ – нормированная присоединенная функция Лежандра, которая связана с присоединенной функцией Лежандра $P_l^m(x)$ порядка l и ранга m соотношением (см., например, [11])

$$\Pi_l^m(x) = \sqrt{\frac{2l+1}{2}} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} P_l^m(x). \quad (9)$$

Коэффициенты отражения от верхней границы раздела U и нижней границы раздела V равны соответственно [12]

$$U = \frac{\rho_i h - \rho_0 h_i}{\rho_i h + \rho_0 h_i}, \quad V = \frac{\rho_b h - \rho_0 h_b}{\rho_b h + \rho_0 h_b}. \quad (10)$$

Здесь $h_i = h_i(q) = \sqrt{k_i^2 - q^2}$, $h_b = h_b(q) = \sqrt{k_b^2 - q^2}$, $k_i = \omega/c_i$, $k_b = \omega/c_b$ – волновые числа продольных волн во льду и в дне. При этом предполагается, что на комплексной q -плоскости $\text{Im} h(q) \geq 0$, $\text{Im} h_i(q) \geq 0$, $\text{Im} h_b(q) \geq 0$.

Коэффициенты C_{ml} в представлении (7) находятся из линейной системы алгебраических уравнений

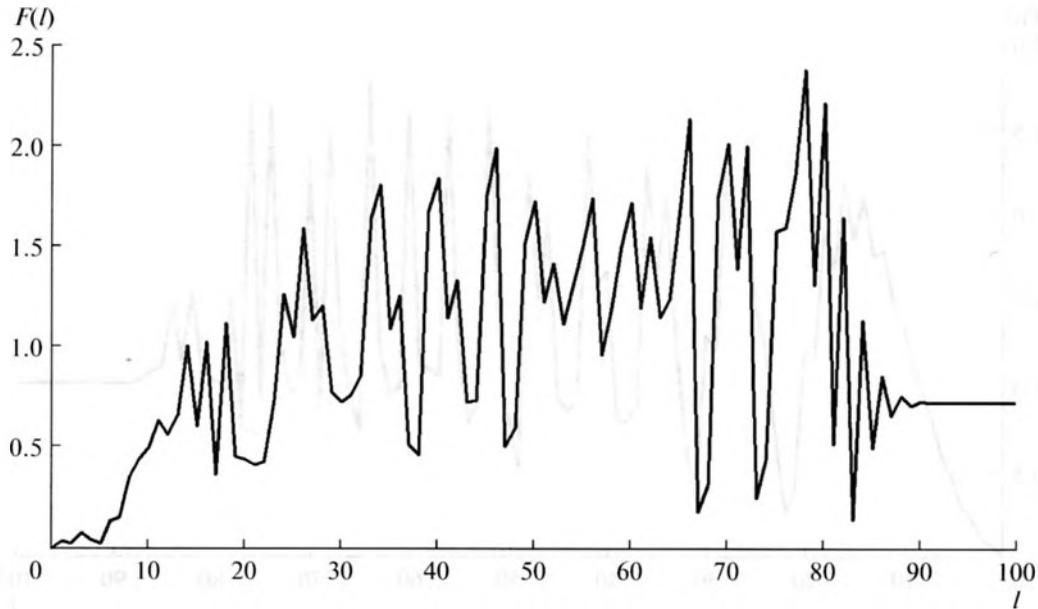


Рис. 3. Зависимость функции формы от числа просуммированных в (1) слагаемых для ледовой сферы.

$$C_{ml} = A_{ml}(\mathbf{r}) + \sum_{n=0}^{n_{\max}} R_{ln}^m T_n C_{mn}, \quad (11)$$

где $n_{\max} = l_{\max}$, $0 \leq m \leq \min(l, n)$ и

$$R_{ln}^m = \frac{2}{k_0} i^{l+n+1} (-1)^{m+1} \int_0^{\infty} \frac{q dq \Pi_l^m(h/k_0) \Pi_n^m(h/k_0)}{h (1 - UV e^{2ih(b+d)})} \times \{ UV e^{2ih(b+d)} ((-1)^{m+n} + (-1)^{m+l}) + V e^{2ihb} + (-1)^{n+l} U e^{2ihd} \}, \quad (12)$$

R_{ln}^m — это коэффициенты преобразования l -й сферической гармоники в гармонику с номером n в рассматриваемом волноводе.

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ РАССЕЙЯНИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН

Интегральное представление коэффициентов рассеяния (8) справедливо при любых частотах, расстояниях r и глубинах волновода. Однако непосредственное вычисление интеграла (8) требует больших временных затрат, поскольку подынтегральная функция этого интеграла является быстро осциллирующей и медленно убывающей, а промежуток интегрирования бесконечным. Кроме того, подынтегральная функция интеграла (8) имеет особенности в нулях знаменателя $1 - UV \exp[2ih(b+d)]$. Для упрощения вычислений интеграла (8) преобразуем его в интеграл по контуру в комплексной плоскости, который затем представим в виде суммы слагаемых, отвечающих нормальным модам волновода, и интегралов по берегам разрезов. Для водного слоя, граничащего с воздушным полупространством, такое представление было получено в [13–15].

При рассматриваемых в данной работе больших расстояниях, когда $k_0 r \gg 1$, вкладом интегралов вдоль разрезов можно пренебречь, что позволяет представить коэффициенты рассеяния сферы (8) в виде разложения по нормальным модам волновода. При этом предполагается, что выполнены условия $c_i > c_b > c_0$.

В интеграле (8) сделаем замену $q = k_0 \xi$ и деформируем контур интегрирования в контур L_1 , который идет из начала координат несколько ниже вещественной оси на бесконечность. Стандартные преобразования, аналогичные использованным в [13, 14], дают

$$A_{ml}(\mathbf{r}) = i^{l-m+1} k_0 \sqrt{\varepsilon_m / (8\pi)} \int H_m^{(1)}(k_0 x \xi) \xi G_{ml}(z, \xi^2) d\xi, \quad (13)$$

где $L = L_1 + L_2$ и L_2 — это контур $L_1 \exp(i\pi)$ с противоположной ориентацией, $H_m^{(1)}$ — функция Ханкеля первого рода,

$$G_{ml}(x, \xi^2) = \frac{\Pi_l^m(\mu_0)}{\mu_0 \Delta(\xi^2)} \left[e^{ik_0 \mu_0 (z-d)} + U e^{-ik_0 \mu_0 (z-d)} \right] \times \left[(-1)^{m+l} e^{ik_0 \mu_0 d} + V e^{-i(k_0 \mu_0 d - 2\gamma_0)} \right]. \quad (14)$$

Здесь

$$\Delta(\xi^2) = 1 - UV \exp(2i\gamma_0), \quad \mu_0 = \sqrt{1 - \xi^2}, \quad \gamma_0 = 2k_0 \mu_0 (b+d). \quad (15)$$

Замкнем контур L полуокружностью L_R радиуса R в верхней полуплоскости. В пределе при $R \rightarrow \infty$ интеграл по L_R стремится к нулю. Особенности подынтегральной функции в (13) порождаются знаменателем $\Delta(\xi^2)$ функции (14), которая имеет точки ветвления $\xi = \pm n_b = \pm c_0 / c_b$, $\xi = \pm n_i = \pm c_0 / c_i$ и полюса в точках $\pm \xi_j$, $j = 1, 2, \dots$, где

$$\Delta(\xi_j^2) = 0. \quad (16)$$

Выражение для $\Delta(\xi^2)$ может быть переписано в виде

$$\Delta(\xi^2) = 2Q \exp(2i\gamma_0) / [(\mu_0\rho_i + \mu_i\rho_0)(\mu_0\rho_b + \mu_b\rho_0)]. \quad (17)$$

Здесь

$$Q = (\mu_0\mu_b\rho_i\rho_0 + \mu_0\mu_i\rho_b\rho_0) \cos \gamma_0 - i(\mu_0^2\rho_i\rho_0 + \mu_b\mu_i\rho_0^2) \sin \gamma_0, \quad (18)$$

$$\mu_b = \sqrt{n_b^2 - \xi^2}, \quad \mu_i = \sqrt{n_i^2 - \xi^2}.$$

Таким образом, полюса $\pm \xi_j$ находятся из уравнения

$$\operatorname{tg} \gamma_0 = -i \frac{\mu_0\mu_b\rho_i + \mu_0\mu_i\rho_b}{\mu_0^2\rho_i + \mu_b\mu_i\rho_0}. \quad (19)$$

Вычеты в полюсах $\xi = \xi_j$, $n_b < \xi_j < 1$ дают вклад в интеграл (13), соответствующий распространяющимся нормальным модам волновода. Можно показать, что корни ξ_j уравнения (19) удовлетворяют неравенствам

$$\sqrt{1 - \left[\frac{\pi(j+1)}{k_0(b+d)} \right]^2} < \xi_j < \sqrt{1 - \left[\frac{\pi(2j+1)}{2k_0(b+d)} \right]^2} \quad (20)$$

и в каждом таком интервале имеется только один корень. Это позволяет для нахождения ξ_j воспользоваться методом Брента, который представляет собой модификацию метода деления интервала пополам.

Если излучение происходит внутри конуса, имеющего угловую ширину ψ на уровне -3 дБ, то при вычислении эхосигнала из числа распространяющихся мод надо принять во внимание только те из них, для которых $\xi_j \geq \cos(\psi/2)$. Из левой части неравенств (20) находим максимальное число J распространяющихся нормальных мод:

$$J = \operatorname{Entier} \left[\frac{k_0(b+d)}{\pi} \sin(\psi/2) - 1 \right]. \quad (21)$$

Переходя в интеграле (13) к сумме вычетов в указанных выше полюсах, получаем

$$A_{ml}(\mathbf{r}) = -\pi k_0 i^{l-m} \sqrt{\varepsilon_m / (2\pi)} \times \sum_{j=1}^J H_m^{(1)}(k_0 x \xi_j) \operatorname{Res} G_{ml}(z, \xi_j^2) \Big|_{\xi=\xi_j}. \quad (22)$$

Используя уравнения (10), (15), (16) и (19), сумму (22) можно преобразовать к виду

$$A_{ml}(\mathbf{r}) = 2\pi \sqrt{\varepsilon_m / (2\pi)} \times \sum_{j=1}^J H_m^{(1)}(k_0 x \xi_j) N_j^2 M_{ml}(\mu_0) Z(\xi_j^2, z) \Big|_{\xi=\xi_j}, \quad (23)$$

где

$$\frac{1}{N_j^2} = \frac{2}{k_0 \mu_0} \left\{ \gamma_0 - i \frac{\rho_i \rho_0 \mu_0 (\mu_i^2 - \mu_0^2)}{\mu_i [(\mu_0 \rho_i)^2 - (\mu_i \rho_0)^2]} - i \frac{\rho_b \rho_0 \mu_0 (\mu_b^2 - \mu_0^2)}{\mu_b [(\mu_0 \rho_b)^2 - (\mu_b \rho_0)^2]} \right\} \Big|_{\xi=\xi_j} \quad (24)$$

— нормирующий множитель, функция $M_{ml}(\mu_0)$ дается формулами

$$M_{ml}(\mu_0) = \frac{2i^{l-m} \Pi_l^m(\mu_0)}{\mu_0 \rho_i - \mu_i \rho_0} [\mu_i \rho_0 \cos(k_0 \mu_0 d) - i \mu_0 \rho_i \sin(k_0 \mu_0 d)], \quad \text{если } m+l \text{ нечетное}, \quad (25)$$

$$M_{ml}(\mu_0) = \frac{2i^{l-m} \Pi_l^m(\mu_0)}{\mu_0 \rho_i - \mu_i \rho_0} [\mu_0 \rho_i \cos(k_0 \mu_0 d) - i \mu_i \rho_0 \sin(k_0 \mu_0 d)], \quad \text{если } m+l \text{ четное}. \quad (26)$$

Зависимость от z описывается функцией

$$Z(\xi^2, z) = \frac{i}{\mu_0 \rho_i + \mu_i \rho_0} \{ \mu_0 \rho_i \cos[k_0 \mu_0 (z-d)] + i \mu_i \rho_0 \sin[k_0 \mu_0 (z-d)] \}. \quad (27)$$

Таким образом, вычисление сложного интеграла (8), описывающего коэффициент рассеяния сферы, свелось к численной задаче нахождения корней уравнения (19), причем известен интервал, в котором находится каждый из таких корней. Число корней J , которые надо принять во внимание, определяется заданной шириной диаграммы направленности источника (см. (21)).

Если $\rho_i \rightarrow 0$, уравнения (23)–(27) переходят в соответствующие уравнения для волновода, граничащего с воздушным полупространством.

Полученные формулы позволяют вычислить также эхосигнал, отраженный упругой сферической оболочкой, наполненной воздухом и находящейся в покрытом льдом океаническом волноводе. В этом случае элементы T -матрицы в уравнении (7) даются формулами, приведенными в Приложении А статьи [13].

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Сравним эхосигналы от сферического рассеивателя, находящегося подо льдом и в открытой воде для условий мелководного водоема: $c_0 = 1500$ м/с, $\rho_0 = 1000$ кг/м³, глубина волновода $b + d = 20$ м, $r = 500$ м, заглубление источника/приемника 10 м. Дно предполагается песчаным. Скорости продольных волн в дне и во льду $c_b = 1730$ м/с и $c_i = 3500$ м/с соответственно, плотности — $\rho_b = 2050$ кг/м³ и $\rho_i = 900$ кг/м³, частота меняется в диапазоне 8–12 кГц, ширина конуса излучения на уровне -3 дБ равна $\psi = 7.65^\circ$.

Формулы (7)–(12) позволяют вычислять эхосигнал от сферического рассеивателя, учитывая влияние многократного рассеяния. Чтобы убедиться в возможности использования приближения однократного рассеяния, было выполнено вычисление эхосигнала от акустически жесткой сферы радиуса $a = 2$ м, центр которой находился на глубине 5 м, в нескольких точках интервала частот 8–12 кГц в приближении однократного рассеяния, когда в формуле (7) следует положить $S_{ml} = A_{ml}(\mathbf{r})$, и с учетом многократного рассеяния, используя формулы (7), (11), (12). Было показано,

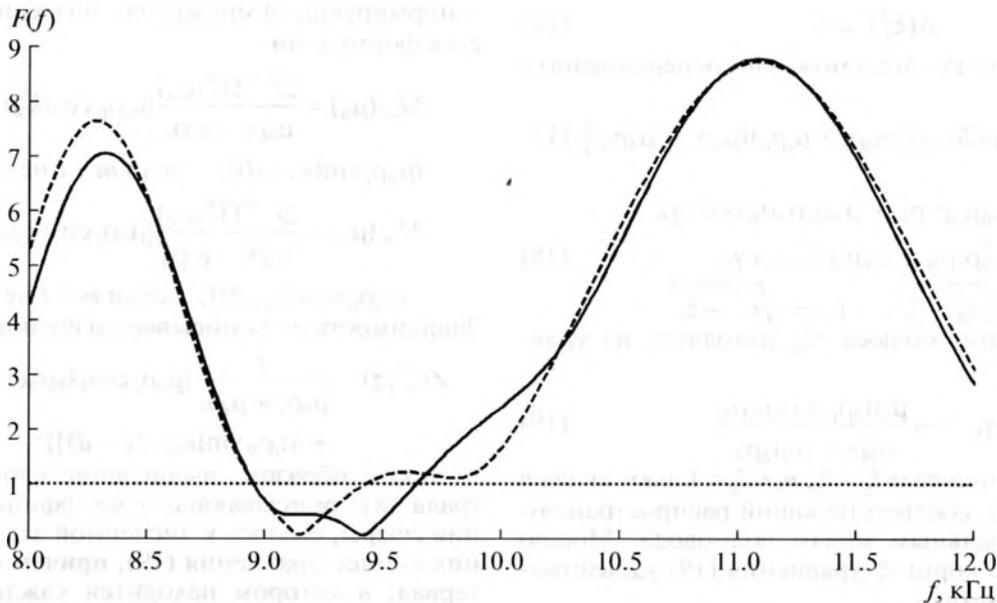


Рис. 4. Функция формы для эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы, помещенной в волновод, ограниченный сверху воздушным полупространством (сплошная линия) и ледовым полупространством (пунктир); $a = 2$ м. Линия из точек показывает функцию формы для акустически жесткой сферы радиуса $a = 2$ м, расположенной в изотропном водном пространстве.

что в этих двух случаях значения функций формы отличаются менее чем на 1%. Поэтому приведенные ниже численные результаты были получены в приближении однократного рассеяния. Сравнение эхосигналов от упругой сферической оболочки, вычисленных при $0 < k_0 a < 55$ с учетом многократного рассеяния и в приближении однократного рассеяния, было проведено в [16], где водная среда предполагалась полупространством, а оболочка располагалась у песчаного дна.

На рис. 4 и 5 показана зависимость функции формы $F(f)$ (см. (4)) от частоты, когда центр сферы радиуса $a = 2$ м находится на глубине 5 м. На рис. 4 рассеиватель предполагается акустически жестким, а на рис. 5 – это ледовая сфера с $c = c_l$, $\rho = \rho_l$. Сплошные линии соответствуют случаю, когда верхнее полупространство является воздушным, пунктирные – ледовым. Линия из точек показывает для сопоставления функцию формы для сферы, расположенной в изотропном водном пространстве.

Приведенные вычисления демонстрируют сильное влияние границ волновода как в случае акустически жесткого, так и в случае ледового рассеивателя. Максимальные значения функции формы возрастают в несколько раз. Для ледового рассеивателя на частотах $f \geq 10$ кГц положение точек экстремума функции формы для изотропного водного пространства и слоя отличаются незначительно. На тех же частотах сближаются значения функций формы для слоя, ограниченного сверху ледовым и воздушным полупространствами.

В случае акустически жесткой сферы значения функции формы для слоя, ограниченного сверху ледовым и воздушным полупространствами, мало отличаются друг от друга во всем интервале частот $8 \leq f \leq 12$ кГц.

На рис. 6 и 7 для аналогичных условий представлены результаты вычислений функции формы для рассеивателя меньшего радиуса $a = 1$ м. Центр сферы по-прежнему находится на глубине 5 м. Сильное влияние границ волновода сохраняется и в этом случае. При уменьшении радиуса ледовой сферы в два раза число экстремумов функции формы также сокращается в два раза (см. линии из точек на рис. 5 и 7). В случае акустически жесткой сферы изменение радиуса сферы практически не сказывается на значениях функции формы.

Полученные в данной работе результаты легко переносятся на случай поглощающих сред, для чего скорости звука в соответствующей среде надо приписать мнимую отрицательную составляющую. Пусть, например, поглощение в ледовой сфере задано в виде

$$p(r) = p_0 10^{-0.05\beta r}, \quad (28)$$

где $\beta = 0.1 - 1.0$ (кГц м) $^{-1}$. Тогда, переходя к комплексной скорости звука в выражении $\exp(ikr) = \exp[i2\pi fr / (\text{Re}c + i\text{Im}c)]$, получаем

$$\text{Im}c \approx -\frac{5\beta}{2\pi} (\text{Re}c)^2 10^{-5} \text{Im}10, \quad (29)$$

что для $\beta = 0.1$ и $\text{Re}c = 3500$ м/с дает $\text{Im}c = -22.53$ м/с.

На рис. 8 показана зависимость функции формы от частоты для поглощающей ледовой сферы радиуса $a = 2$ м при $\beta = 0.1$. Центр сферы по-

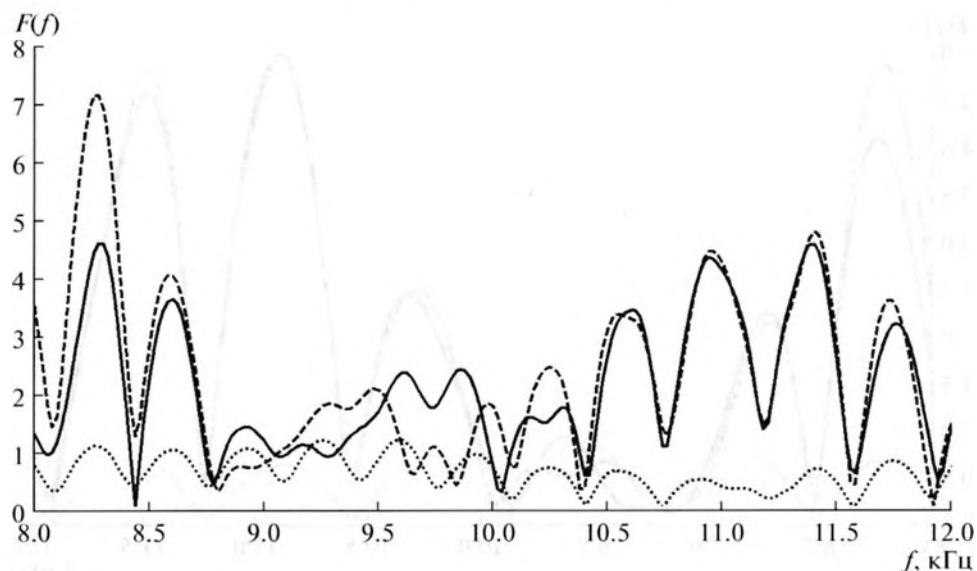


Рис. 5. Функция формы для эхосигнала, отраженного от ледовой сферы, помещенной в волновод, ограниченный сверху воздушным полупространством (сплошная линия) и ледовым полупространством (пунктир); $a = 2$ м. Линия из точек показывает функцию формы для акустически жесткой сферы радиуса $a = 2$ м, расположенной в изотропном водном пространстве.

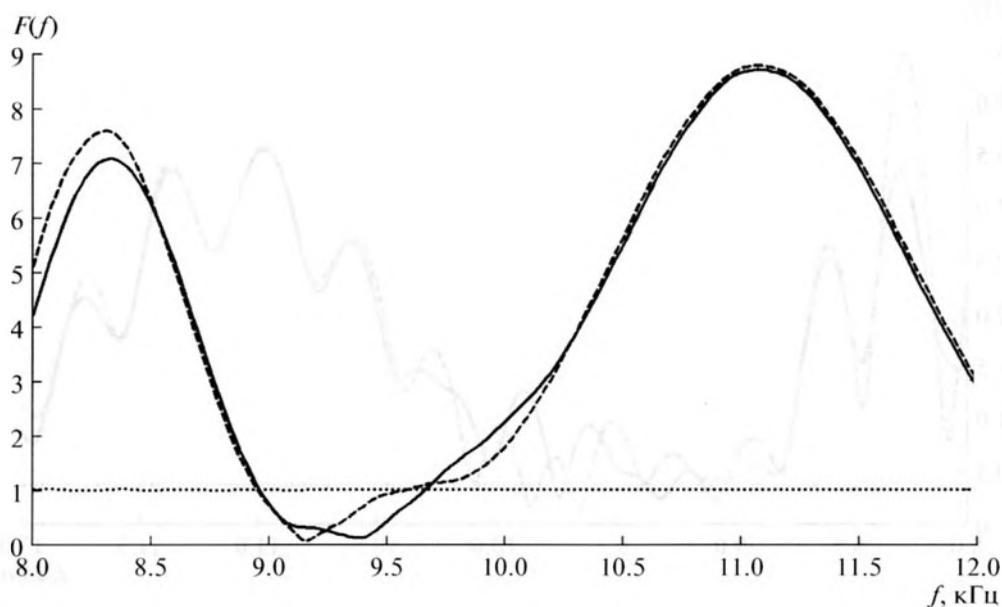


Рис. 6. Функция формы для эхосигнала, отраженного от акустически жесткой сферы радиуса $a = 1$ м. Сплошная линия соответствует случаю, когда верхнее полупространство является воздушным, пунктирная – ледовым. Линия из точек показывает функцию формы для акустически жесткой сферы радиуса $a = 1$ м, расположенной в изотропном водном пространстве.

прежнему находится на глубине 5 м. Сплошная линия соответствует случаю, когда верхнее полупространство является воздушным, пунктирная – ледовым. Линия из точек показывает для сравнения функцию формы для поглощающей ледовой сферы, находящейся в изотропном водном пространстве.

Учет поглощения рассеивателя приводит к уменьшению максимальных значений функции

формы примерно в два раза. Как и в случае непоглощающей сферы, на частотах $f \geq 10$ кГц значения функций формы для слоя, ограниченного сверху ледовым и воздушным полупространствами, сближаются.

Аналогичным образом учитывается поглощение в дне и ледовом полупространстве. В этом случае корни уравнения (19), которые приобретают малую положительную мнимую часть, могут

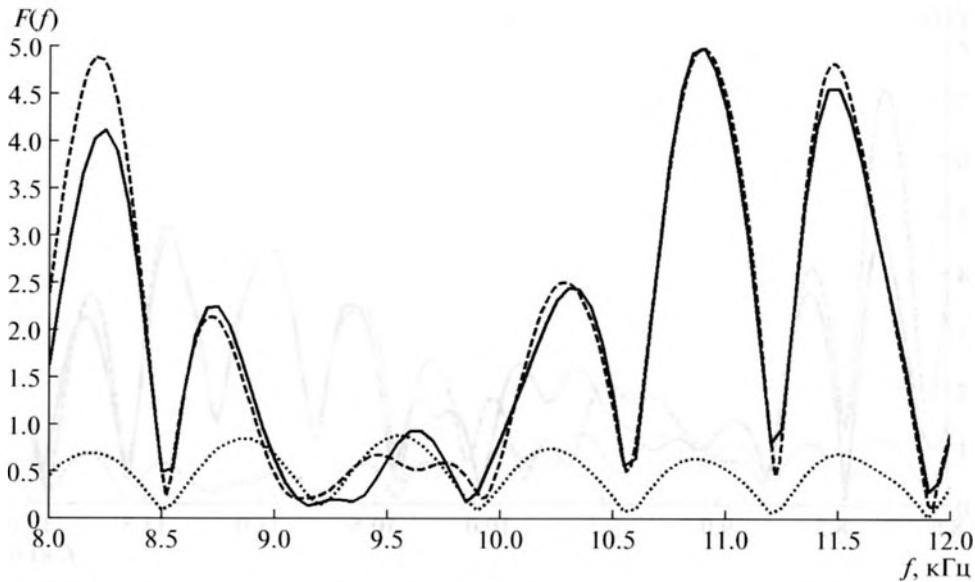


Рис. 7. Функция формы для эхосигнала, отраженного от ледовой сферы радиуса $a = 1$ м. Сплошная линия соответствует случаю, когда верхнее полупространство является воздушным, пунктирная – ледовым. Линия из точек показывает функцию формы для ледовой сферы радиуса $a = 1$ м, расположенной в изотропном водном пространстве.

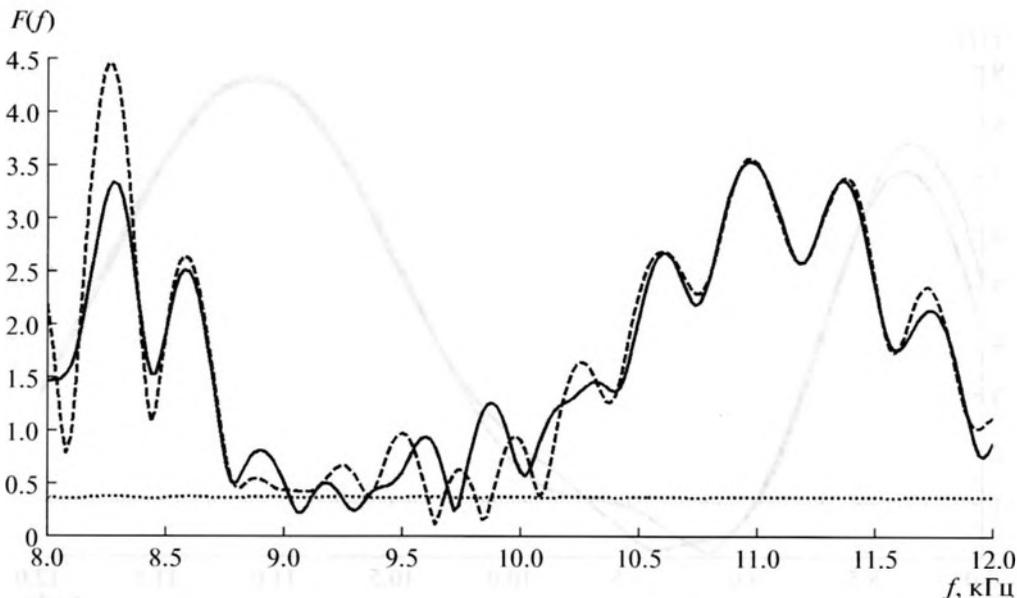


Рис. 8. Функции формы для эхосигнала, отраженного от ледовой поглощающей сферы, помещенной в волновод, ограниченный сверху воздушным полупространством (сплошная линия) и ледовым полупространством (пунктир); $a = 2$ м. Линия из точек показывает функцию формы для ледовой поглощающей сферы радиуса $a = 2$ м, расположенной в изотропном водном пространстве.

быть найдены с помощью стандартного метода Ньютона с использованием в качестве начальных тех значений ξ_j , которые были получены в предположении вещественности n_b и n_r .

Сопоставим результаты расчетов давления эхосигнала при распространении в волноводе с аналогичными результатами для изотропной водной среды. Как указано в [17], в изотропной среде давление эхосигнала в точке приема

$$P = p_0 R_e 10^{-0.1\alpha_0 r} / (2r^2), \quad (30)$$

где R_e – эквивалентный радиус цели. Формула (30) отличается от (5) отсутствием множителя – функции формы $F(f)$. Если положить в (30) $R_e = a = 2$ м, $p_0 = 2 \times 10^4$ Па м, $r = 500$ м и пренебречь поглощением в воде ($\alpha_0 = 0$), то на всех частотах получаем $P = 0.08$ Па.

Полученные значения функции формы позволяют вычислить давление эхосигнала в точке при-

ема, учитывая геометрию задачи, частоту и направленность излученного сигнала. Например, когда центр ледовой непоглощающей сферы радиуса 2 м находится на глубине 5 м при $r = 500$ м и ширине конуса излучения на уровне -3 дБ, равной $\psi = 7.65^\circ$, на частоте 8.25 кГц получаем величину эхосигнала в точке приема $P = 0.36$ Па, если водный слой ограничен ледовым полупространством, и $P = 0.44$ Па в открытой воде (см. рис. 5).

ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе рассмотрена задача рассеяния на сферическом отражателе, помещенном в однородный водный слой, ограниченный снизу жидким дном, а сверху ледовым полупространством, которое также предполагается жидкой средой. Полученное представление коэффициентов рассеяния сферы в виде разложения по нормальным модам волновода позволяет существенно упростить вычисление эхосигнала от рассеивателя.

Для оценки влияния ледового покрова вычисленный эхосигнал сравнивался с эхосигналом, полученным в условиях открытой воды мелководного водоема. Было показано, что в широком диапазоне частот 8–12 кГц при радиусе сферы 1–2 м и глубине водоема 20 м границы волновода оказывают сильное влияние на уровень эхосигнала как в случае отражателя, находящегося подо льдом, так и в случае отражателя, находящегося в открытой воде. Максимальные значения функции формы возрастают в несколько раз по сравнению со значениями функции формы, вычисленными для сферы, находящейся в изотропном водном пространстве. Для ледового рассеивателя на частотах $f \geq 10$ кГц положение точек экстремума функции формы для изотропного пространства и слоя отличаются незначительно. На тех же частотах сближаются значения функций формы для слоя, ограниченного сверху ледовым и воздушным полупространствами. При уменьшении радиуса сферы с 2 до 1 м сильное влияние границ волновода сохраняется.

В случае акустически жесткой сферы значения функций формы для слоя, граничащего с ледовым полупространством и с воздушным полупространством, мало отличаются друг от друга во всем интервале частот $8 \leq f \leq 12$ кГц как для сферы радиуса $a = 2$ м, так и при $a = 1$ м. Изменение радиуса акустически жесткой сферы практически не сказывается на значениях функции формы.

Учет поглощения рассеивателя приводит к уменьшению максимальных значений функции формы примерно в два раза (если коэффициент β в формуле (28) принять равным 0.1). Как и в случае непоглощающего рассеивателя, на частотах $f \geq 10$ кГц значения функций формы для слоя, граничащего с ледовым полупространством и с воздушным полупространством, сближаются.

В отличие от классического уравнения гидролокации, полученные в работе значения функции

формы позволяют вычислить давление эхосигнала в точке приема, учитывая геометрию задачи, частоту и направленность излученного сигнала.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках Договора № 02.G25.31.0058 от 12.02.2013.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кудряшов В.М. Моделирование звукового поля в Арктическом волноводе // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 3. С. 438–442.
2. Кряжев Ф.И., Кудряшов В.М. Дальнее распространение звука в Арктическом бассейне // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 2. С. 203–210.
3. Крупин В.Д. Масштабная инвариантность аномалии интенсивности звукового поля тонального источника в Арктическом волноводе, обусловленная ледовым покровом // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 6. С. 789–797.
4. Кряжев Ф.И., Кудряшов В.М. Пространственная структура параметра когерентности звукового поля в нерегулярном арктическом волноводе // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 1. С. 101–109.
5. Крупин В.Д. Особенности затухания когерентной компоненты звукового поля в глубоководных районах Северного Ледовитого океана // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 6. С. 788–798.
6. Alexander P., Duncan A., Bose N. Modelling sound propagation under ice using the Ocean Acoustics Library's Acoustic Toolbox // Conference on Acoustics. 21–23 November, 2012. Fremantle. Australia. 7 p.
7. Богородский В.В., Гаврило В.П. Лед. Л.: Гидрометеоздат, 1980. 384 с.
8. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние волн. Л.: Судостроение, 1989. 302 с.
9. Kargl S.G., Marston P.L. Ray synthesis of Lamb wave contributions to the total scattering cross section for an elastic spherical shell // J. Acoust. Soc. Am. 1990. V. 88. № 3. P. 1103–1113.
10. Hackman R.H., Sammelmann G.S. Multiple-scattering analysis for a target in an oceanic waveguide // J. Acoust. Soc. Am. 1988. V. 84. № 5. P. 1813–1825.
11. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1. Пер. с англ. М.: Наука, 1973. 294 с.
12. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
13. Григорьева Н.С., Фридман Г.М. Рассеяние звука сферической упругой оболочкой, помещенной в волновод с жидким дном // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 4. С. 424–432.
14. Grigorieva N.S., Fridman G.M. Acoustic scattering from an elastic spherical shell in an oceanic waveguide with a penetrable bottom // J. Comp. Acoust. 2013. V. 21. № 3. P. 1350009.1–1350009.19.
15. Григорьева Н.С., Фридман Г.М. Дифракция звуковых импульсов на упругой сферической оболочке, помещенной в океанический волновод // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 3. С. 230–239.
16. Sessarego J.-P., Cristini P., Grigorieva N.S., Fridman G.M. Acoustic scattering by an elastic spherical shell near the seabed // J. Comp. Acoust. 2012. V. 20. № 3. P. 1250006.1–1250006.19.
17. Сташкевич А.В. Акустика моря. Л.: Судостроение, 1966. 354 с.