

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ.
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 681.7:534.91

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИСТОЧНИКА В МЕЛКОВОДНОМ КАНАЛЕ
СО ВЗВОЛНОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© 2015 г. А. Г. Сазонтов, И. П. Смирнов, А. Л. Матвеев

Институт прикладной физики РАН

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

E-mail: sazonov@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию: 20.05.2014 г.

Рассмотрена задача о локализации источника в мелком море, в котором преобладающим механизмом рассеяния звука является развитие ветровое волнение. На основе критерия максимума отношения сигнал/помеха построены робастные алгоритмы оценивания параметров частично-когерентных сигналов. Приведена апробация предложенных способов решения обратной задачи с использованием экспериментальных данных, полученных на стационарной трассе в Баренцевом море. Показано, что в реальных условиях соответствующие алгоритмы являются работоспособными и обеспечивают удовлетворительное качество восстановления источника, удаленного на расстояние ~15 км от антенной решетки.

Ключевые слова: случайно-неоднородный канал, локализация источника, статистическое рассогласование, робастные алгоритмы, рассеяние на взволнованной поверхности.

DOI: 10.7868/S032079191501013X

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема локализации источника в подводном звуковом канале (ПЗК) является одним из важных аспектов общей теории обнаружения и оценивания параметров сигналов на фоне помех с использованием адаптивных антенных решеток (АР) (см., например, [1–4]). Одной из главных причин, не позволяющих получить корректное решение этой задачи в сложных (и всегда недостаточно известных) условиях морской среды, является несоответствие между принятым звуковым полем и его расчетной моделью.

На относительно коротких трассах, когда пространственный радиус корреляции полезного сигнала превышает апертуру АР, определяющим является детерминированное рассогласование, обусловленное неточным знанием регулярных характеристик канала (профиля скорости звука, глубины волновода, параметров грунта). Для частичной компенсации такого несоответствия в литературе предложен ряд адаптивных методов (описанных, например, в [3–6]), позволяющих получить приемлемое качество восстановления источника в условиях априорной неопределенности. Однако применимость детерминированного подхода ограничена сравнительно небольшими расстояниями до источника, не превышающими десятка километров в мелком море и сотни километров в глубоком океане в низкочастотном (до 1 кГц) диапазоне частот.

Вместе с тем, с ростом дистанции необходимо учитывать ослабление когерентности звукового поля при его прохождении через случайно-неоднородный океан, что является одним из наиболее характерных физических аспектов данной задачи, вне зависимости от действия тех или иных механизмов детерминированного рассогласования.

При наличии случайных неоднородностей морской среды предположение о заданной регулярной пространственной структуре полезного сигнала в принципе не выполняется, и когерентные алгоритмы не в состоянии обеспечить согласование модели с реальными данными. В подобной ситуации согласование может быть выполнено лишь в статистическом смысле. Анализ помехоустойчивых методов обработки частично-когерентных волновых полей (характеризуемых заданными корреляционными матрицами общего ранга) проводился в ряде работ (см., например, [7–15]). Важно отметить, что любой подход к построению адаптивных алгоритмов должен обеспечивать устойчивость процедуры оценивания к статистическому рассогласованию, обусловленному несоответствием между истинной корреляционной матрицей сигнального поля и ее расчетной моделью [16–20]. В этой связи наибольший интерес представляет развитие робастных алгоритмов в приложении к задаче локализации источника в случайно-неоднородном ПЗК.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.
ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Пусть в точке с координатами (r_0, z_0) океанического волновода расположен источник, излучающий узкополосный сигнал $s(t)$, представляющий собой статистически стационарный случайный процесс с нулевым средним значением. Прием осуществляется линейной вертикальной АР, состоящей из N одинаковых элементов, расположенных на горизонтах $\{z_j\}_{j=1}^N$. (Начало координат по дальности выбрано в месте установки АР.)

В узкополосном приближении результирующее поле на входе АР в моменты времени t_l ($l = 1, 2, \dots, L$) описывается N -мерным вектором наблюдения $\mathbf{x}(t_l)$:

$$\mathbf{x}(t_l) = s(t_l)\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{n}(t_l).$$

Здесь $\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})$ – сигнальный вектор, зависящий от неизвестных координат $\boldsymbol{\theta} = (r_0, z_0)^T$, равный

$$\mathbf{e}(r_0, z_0) = [G(0, z_1 | r_0, z_0), G(0, z_2 | r_0, z_0), \dots, G(0, z_N | r_0, z_0)]^T,$$

где $G(0, z_j | r_0, z_0)$ – функция Грина исходного волнового уравнения, а \mathbf{n} – вектор аддитивного шума. (Верхний индекс T означает операцию транспонирования.)

Для статистически независимых сигнала и помех корреляционная матрица входного поля Γ_x может быть записана в виде

$$\Gamma_x = \sigma_s^2 \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) + \Gamma_n,$$

$$\mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) = \langle \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{e}(\boldsymbol{\theta})^+ \rangle / \bar{I}_s, \quad \Gamma_n = \langle \mathbf{n}\mathbf{n}^+ \rangle,$$

где $\sigma_s^2 = \langle |s(t)|^2 \rangle / \bar{I}_s$ – уровень сигнала на входе АР, $\bar{I}_s = \text{Tr}\{\langle \mathbf{e}\mathbf{e}^+ \rangle\}$ – средняя интенсивность звукового поля на приемной апертуре, а $\mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})$ – матрица произвольного ранга, удовлетворяющая условию нормировки $\text{Tr}\mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) = 1$. (Символ “+” означает операцию эрмитового сопряжения, угловые скобки – статистическое усреднение, а $\text{Tr}(\cdot)$ – след матрицы.)

При использовании линейной обработки мощность сигнала на выходе АР дается выражением

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |\mathbf{w}^+(\boldsymbol{\theta})\mathbf{x}(t_l)|^2 \equiv \mathbf{w}^+(\boldsymbol{\theta})\hat{\Gamma}_x\mathbf{w}(\boldsymbol{\theta}), \quad (1)$$

где $\mathbf{w}(\boldsymbol{\theta})$ – весовой вектор размерности $N \times 1$ (являющийся функцией информационного параметра $\boldsymbol{\theta}$), а $\hat{\Gamma}_x$ – выборочная корреляционная матрица, равная

$$\hat{\Gamma}_x = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(t_l)\mathbf{x}^+(t_l).$$

Оптимальный весовой вектор \mathbf{w}_{opt} может быть найден из критерия максимума выходного отношения сигнал/шум SNR:

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \arg \max_{\mathbf{w}} \text{SNR}(\mathbf{w}), \quad \text{SNR} = \sigma_s^2 \frac{\mathbf{w}^+ \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^+ \Gamma_n \mathbf{w}}.$$

В реальных ситуациях корреляционная матрица шума Γ_n априори неизвестна, и вместо нее используется выборочная матрица $\hat{\Gamma}_x$. В этом случае максимизация SNR сводится к минимизации выходной мощности (1) при заданном отклике АР на полезный сигнал [16]:

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^+ \hat{\Gamma}_x \mathbf{w} \quad \text{при условии} \quad \mathbf{w}^+ \mathbf{R}_s \mathbf{w} = 1. \quad (2)$$

Наиболее помехоустойчивое распределение \mathbf{w}_{opt} , обеспечивающее минимум целевой функции в (2), совпадает с главным собственным вектором обобщенной задачи $\mathbf{R}_s \mathbf{w}_{\text{opt}} = \mu_{\max} \Gamma_x \mathbf{w}_{\text{opt}}$, т.е. $\mathbf{w}_{\text{opt}} = \text{PV}\{\Gamma_x^{-1} \mathbf{R}_s(\mathbf{q})\}$ (PV{·} — оператор взятия главного собственного вектора матрицы). Реализуемая при этом величина средней мощности (1) называется равной [17]:

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \mu_{\max}^{-1} \{ \Gamma_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) \}, \quad (3)$$

где $\mu_{\max}^{-1} \{ \Gamma_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) \}$ – максимальное собственное значение матрицы $\Gamma_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})$.

Таким образом, для решения проблемы локализации источника в случайно неоднородном канале необходимо располагать не отдельной репликой звукового поля на апертуре АР, а расчетной моделью сигнальной матрицы, знание которой (совместно с измеренной матрицей $\hat{\Gamma}_x$) позволит определить максимальное собственное значение μ_{\max} как функцию $\boldsymbol{\theta}$ и в итоге оценить искомые параметры:

$$(\hat{r}_0, \hat{z}_0) = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \mu_{\max}^{-1} \{ \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) \}, \quad \hat{\sigma}_s^2 = \mu_{\max}^{-1} \{ \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) \}.$$

При практической реализации этого алгоритма в качестве матриц полезного сигнала и наблюдаемой смеси берутся соответствующие оценочные матрицы $\hat{\mathbf{R}}_s$ и $\hat{\Gamma}_x$, которые отличаются от истинных некоторыми неизвестными матрицами ошибок Δ_1 и Δ_2 (при этом предполагается, что нормы Δ_1 и Δ_2 не превышают заданных величин):

$$\mathbf{R}_s = \hat{\mathbf{R}}_s + \Delta_1, \quad \Gamma_x = \hat{\Gamma}_x + \Delta_2,$$

$$\|\Delta_1\|_F \leq \varepsilon_s, \quad \|\Delta_2\|_F \leq \gamma,$$

где $\|\Delta\|_F = \sqrt{\text{Tr}(\Delta^+ \Delta)}$ означает норму Фробениуса. Для повышения устойчивости процедуры оценивания при наличии эффектов статистического рассогласования необходимо найти робастный весовой вектор \mathbf{w}_{rob} . Последний подчиняется следующей задаче на условный экстремум:

$$\max_{\mathbf{w}} \left\{ \begin{array}{l} \min_{\|\Delta_1\|_F \leq \varepsilon_s} \mathbf{w}^+(\hat{\mathbf{R}}_s + \Delta_1)\mathbf{w} \\ \max_{\|\Delta_2\|_F \leq \gamma} \mathbf{w}^+(\hat{\Gamma}_x + \Delta_2)\mathbf{w} \end{array} \right\}, \quad (4)$$

которая рассчитана на наихудший сценарий – действие ошибок приводит к максимально возможному снижению отношения сигнал/помеха. Соответствующее решение, построенное в [16], записывается в виде

$$\mathbf{w}_{\text{rob}}(\boldsymbol{\theta}) = \text{PV}\{(\hat{\Gamma}_x + \gamma\mathbf{I})^{-1}[\hat{\mathbf{R}}_s(\boldsymbol{\theta}) - \varepsilon_s\mathbf{I}]\}, \quad (5)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица размерности $N \times N$.

Из (5) следует, что оптимизация пространственного фильтра для рассматриваемого наихудшего сценария приводит к появлению отрицательного диагонального взвешивания (антрегуляризации) корреляционной матрицы ожидаемого полезного сигнала. В этой связи отметим, что более общий способ адаптации к статистическому рассогласованию должен также включать условие положительной определенности $\hat{\mathbf{R}}_s + \Delta_1 \geq 0$, которое необходимо дополнительно учитывать при решении (5). Однако при таком рассмотрении не удается в явном виде найти матрицу ошибок Δ_1 и построить соответствующий робастный весовой вектор. Именно поэтому в работе [18] предложено вместо неравенства $\hat{\mathbf{R}}_s + \Delta_1 \geq 0$ использовать условие $(\mathbf{D}_0 + \Delta)(\mathbf{D}_0 + \Delta)^+ \geq 0$, где $\mathbf{D}_0 = \hat{\mathbf{R}}_s^{1/2}$, а Δ – отклонение оценочной матрицы \mathbf{D}_0 от своего истинного значения. К сожалению, возникающая оптимизационная задача не позволяет получить выражение для \mathbf{w}_{rob} в замкнутом виде. В результате искомым весовой вектор может быть найден либо численно, либо с привлечением приближенных методов анализа [18–20].

Ниже мы приведем другой способ построения робастного алгоритма, позволяющего получить приближенное аналитическое решение задачи оценивания координат источника в случайно-неоднородном канале.

3. ПРИБЛИЖЕННЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Так же, как и в [18], представим эрмитову матрицу $\hat{\mathbf{R}}_s(\boldsymbol{\theta})$ в виде $\hat{\mathbf{R}}_s = \mathbf{D}_0\mathbf{D}_0^+$. Отметим, что матрица \mathbf{D}_0 в силу $\text{Tr}\hat{\mathbf{R}}_s = 1$ удовлетворяет условию нормировки $\text{Tr}(\mathbf{D}_0\mathbf{D}_0^+) = 1$.

Далее будем предполагать, что истинная матрица \mathbf{D} отличается от \mathbf{D}_0 некоторой ошибкой, норма которой ограничена заданной величиной ε : $\|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_F^2 \leq \varepsilon$. Тогда процедура адаптации к статистическому рассогласованию заключается в нахождении такой оценки $\hat{\mathbf{D}}$ искомой матрицы, которая удовлетворяет указанному неравенству,

условию нормировки и обеспечивает максимум выходной мощности (3):

$$\min_{\mathbf{D}} \left\{ \mu_{\max}(\mathbf{D}^+\hat{\Gamma}_x^{-1}\mathbf{D}) \right\} \quad \text{при } \|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_F^2 \leq \varepsilon, \quad (6)$$

$$\text{Tr}(\mathbf{D}\mathbf{D}^+) = 1.$$

Построим приближенное решение задачи (6). Для этого заменим входящий в (6) минимизируемый функционал $\mu_{\max}\{\mathbf{D}^+\hat{\Gamma}_x^{-1}\mathbf{D}\}$ его верхней границей $\text{Tr}[\mathbf{D}^+\hat{\Gamma}_x^{-1}\mathbf{D}]$:

$$\min_{\mathbf{D}} \text{Tr}[\mathbf{D}^+\hat{\Gamma}_x^{-1}\mathbf{D}] \quad \text{при } \|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_F^2 \leq \varepsilon,$$

$$\text{Tr}(\mathbf{D}\mathbf{D}^+) = 1.$$

Для нахождения $\hat{\mathbf{D}}$ составим функцию Лагранжа

$$L(\mathbf{D}, \mu, \nu) = \text{Tr}[\mathbf{D}^+\hat{\Gamma}_x^{-1}\mathbf{D}] + \mu\|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_F^2 - \varepsilon + \nu[\text{Tr}(\mathbf{D}\mathbf{D}^+) - 1],$$

где μ и ν – неопределенные множители. Эту же функцию можно переписать в эквивалентном виде:

$$L(\mathbf{D}, \mu, \nu) = \text{Tr}\{[\mathbf{D} - \mu(\hat{\Gamma}_x^{-1} + \nu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{D}_0]^+(\hat{\Gamma}_x^{-1} + \nu\mathbf{I})[\mathbf{D} - \mu(\hat{\Gamma}_x^{-1} + \nu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{D}_0] - \mu^2\text{Tr}[\mathbf{D}_0^+(\hat{\Gamma}_x^{-1} + \nu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{D}_0] + \mu(2 - \varepsilon) - \nu\}.$$

Минимум L реализуется при

$$\hat{\mathbf{D}} = \mu(\hat{\Gamma}_x^{-1} + \nu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{D}_0,$$

$$\mu = \frac{1 - \varepsilon/2}{\text{Tr}[\mathbf{D}_0^+(\hat{\Gamma}_x^{-1} + \nu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{D}_0]}, \quad (7)$$

а множитель Лагранжа ν находится из условия $\text{Tr}(\mathbf{D}\mathbf{D}^+) = 1$ при подстановке в него (7), что приводит к уравнению

$$g(\nu) = \frac{\text{Tr}[\mathbf{D}_0^+(\hat{\Gamma}_x^{-1} + \nu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{D}_0]}{\text{Tr}^2[\mathbf{D}_0^+(\hat{\Gamma}_x^{-1} + \nu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{D}_0]} - \frac{1}{(1 - \varepsilon/2)^2} = 0. \quad (8)$$

Для определения ν представим выборочную корреляционную матрицу $\hat{\Gamma}_x^{-1}$ спектральным разложением:

$$\hat{\Gamma}_x^{-1} = \sum_{j=1}^N \hat{\lambda}_j^{-1} \hat{\boldsymbol{\psi}}_j \hat{\boldsymbol{\psi}}_j^+, \quad \hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_N,$$

в котором $\hat{\boldsymbol{\psi}}_j$ – собственные векторы, отвечающие собственным значениям $\hat{\lambda}_j$ матрицы $\hat{\Gamma}_x$. Тогда выражение для $g(\nu)$ переписывается следующим образом:

$$g(\nu) = \frac{\sum_{j=1}^N (\hat{\lambda}_j^{-1} + \nu)^{-2} \|\mathbf{m}_j\|^2}{\left[\sum_{j=1}^N (\hat{\lambda}_j^{-1} + \nu)^{-1} \|\mathbf{m}_j\|^2 \right]^2} - \frac{1}{(1 - \varepsilon/2)^2},$$

$$\mathbf{m}_j = \mathbf{D}_0^+ \hat{\boldsymbol{\psi}}_j.$$

Простой анализ показывает, что $\partial g(v)/\partial v < 0$ при $v > \hat{\lambda}_1^{-1}$, так что функция $g(v)$ является монотонно убывающей, а следовательно, уравнение (8) в указанной области имеет единственный корень.

Знание параметра v позволяет в соответствии с (7) рассчитать робастную матрицу $\hat{\mathbf{D}}$ и оценить среднюю мощность на выходе процессора: $P(\boldsymbol{\theta}) = \mu_{\max}^{-1}\{\hat{\mathbf{D}}^+(\boldsymbol{\theta})\hat{\Gamma}_x^{-1}\hat{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\theta})\}$. При наличии ошибок в определении выборочной корреляционной матрицы в этой формуле необходимо сделать замену $\hat{\Gamma}_x \rightarrow \hat{\Gamma}_x + \gamma \mathbf{I}$, где γ – заданный параметр регуляризации:

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \mu_{\max}^{-1}\{\hat{\mathbf{D}}^+(\boldsymbol{\theta})(\hat{\Gamma}_x^{-1} + \gamma \mathbf{I})^{-1}\hat{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\theta})\}. \quad (9)$$

Положение абсолютного максимума $P(\boldsymbol{\theta})$ дает оценку искомым координат источника. Отметим, что в случае, когда матрица $\hat{\mathbf{R}}_s(\boldsymbol{\theta})$ является диадной (т.е. матрицей единичного ранга), приведенный алгоритм будет идентичен адаптивному алгоритму Кейпона, рассчитанному на прием пространственно-когерентных сигналов [21].

При приеме сигналов с нарушенной пространственной когерентностью, как известно, наилучшим (в смысле максимизации SNR) является квадратичный процессор (см., например, [8–10]). Средняя мощность на выходе такого устройства обработки дается выражением

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L |\mathbf{W}^+(\boldsymbol{\theta})\mathbf{x}(t_l)|^2 = \text{Tr}[\mathbf{W}^+(\boldsymbol{\theta})\hat{\Gamma}_x \mathbf{W}(\boldsymbol{\theta})], \quad (10)$$

где $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_p]$ – весовая матрица размера $N \times p$, составленная из вектор–столбцов $\{\mathbf{w}_i\}_{i=1}^p$, а $p = \text{rank } \mathbf{R}_s$ – ранг сигнальной матрицы.

Оптимальная структура квадратичного процессора может быть найдена из условия максимума отношения сигнал/шум:

$$\text{SNR} = \frac{\sigma_s^2 \text{Tr}(\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_s \mathbf{W})}{[\text{Tr}(\mathbf{W}^+ \Gamma_n \mathbf{W})]^{1/2}},$$

которое, в свою очередь, эквивалентно минимизации дисперсии выходной мощности шума при фиксированном отклике AP на сигнальную составляющую:

$$\min_{\mathbf{W}} \text{Tr}[(\mathbf{W}^+ \Gamma_n \mathbf{W})^2] \quad \text{при } \text{Tr}[\mathbf{W}^+ \mathbf{R}_s \mathbf{W}] = 1. \quad (11)$$

Решение оптимизационной задачи (11) (после замены $\Gamma_n \rightarrow \hat{\Gamma}_x$) записывается следующим образом [8–10]:

$$\mathbf{W}_{\text{opt}}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{W}_{\text{opt}}^+(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}) \hat{\Gamma}_x^{-1}}{\text{Tr}[(\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}))^2]},$$

при этом для средней выходной мощности (10) имеем

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\text{Tr}[\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})]}{\text{Tr}[(\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}))^2]}. \quad (12)$$

В результате для искомым параметров получим оценку

$$(\hat{r}_0, \hat{z}_0) = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \frac{\text{Tr}[\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta})]}{\text{Tr}[(\hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{R}_s(\boldsymbol{\theta}))^2]}, \quad \hat{\sigma}_s^2 = \max P(\boldsymbol{\theta})|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}}.$$

При наличии ошибок в определении сигнальной матрицы \mathbf{R}_s указанная процедура оценивания требует уточнения. С этой целью, так же как и выше, представим матрицу $\hat{\mathbf{R}}_s$ в виде $\hat{\mathbf{R}}_s = \mathbf{D}_0 \mathbf{D}_0^+$ и найдем робастную матрицу $\hat{\mathbf{D}}$, обеспечивающую максимум выходной мощности (10) при соответствующих ограничениях:

$$\max_{\mathbf{D}} \left\{ \frac{\text{Tr}(\mathbf{D}^+ \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{D})}{\text{Tr}[(\mathbf{D}^+ \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{D})^2]} \right\} \quad (13)$$

при $\|\mathbf{D} - \mathbf{D}_0\|_F^2 \leq \varepsilon, \quad \|\mathbf{D}\|_F^2 = 1.$

Построим приближенное решение этой задачи, заменив целевую функцию в (13) ее нижней границей. Для этого воспользуемся следующим матричным неравенством: $\text{Tr}(\mathbf{A}^2) \leq \mu_{\max}(\mathbf{A}) \text{Tr}(\mathbf{A})$. Полагая в нем $\mathbf{A} = \mathbf{D}^+ \hat{\Gamma}_x^{-1} \mathbf{D}$, получаем

$$\frac{\text{Tr}[\mathbf{D}^+(\boldsymbol{\theta})\hat{\Gamma}_x^{-1}\mathbf{D}(\boldsymbol{\theta})]}{\text{Tr}[(\mathbf{D}^+(\boldsymbol{\theta})\hat{\Gamma}_x^{-1}\mathbf{D}(\boldsymbol{\theta}))^2]} \geq \frac{1}{\mu_{\max}\{\mathbf{D}^+(\boldsymbol{\theta})\hat{\Gamma}_x^{-1}\mathbf{D}(\boldsymbol{\theta})\}}.$$

Следовательно, в данной ситуации максимизация нижней границы выходной мощности, как и в рассмотренной выше задаче, может быть сведена к минимизации соответствующего максимального собственного значения. Последнее означает, что для искомой робастной матрицы $\hat{\mathbf{D}}$ можно воспользоваться готовыми результатами из задачи (7). Знание $\hat{\mathbf{D}}$ позволяет рассчитать выходную мощность квадратичного процессора в соответствии с формулой

$$P(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\text{Tr}[\hat{\mathbf{D}}^+(\boldsymbol{\theta})\hat{\Gamma}_x^{-1}\hat{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\theta})]}{\text{Tr}[(\hat{\mathbf{D}}^+(\boldsymbol{\theta})\hat{\Gamma}_x^{-1}\hat{\mathbf{D}}(\boldsymbol{\theta}))^2]}, \quad (14)$$

и в итоге оценить искомые координаты источника.

4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ЛОКАЛИЗАЦИИ ИСТОЧНИКА ПО ДАННЫМ ЭКСПЕРИМЕНТА В БАРЕНЦЕВОМ МОРЕ

Акустические измерения проводились в октябре 1990 г. в Баренцевом море с использованием двух научно-исследовательских судов, каждое из которых было растянуто на заякоренных рейдовых бочках. С борта одного них на глубину ~148 м была опущена рама с излучателями, работавшими в непрерывном режиме на двух несущих частотах 107 и 240 Гц. Прием осуществлялся на вертикальную антенну, состоящую из 12 элементов, расположенных эквидистантно с шагом 8.5 м. Глубина погружения приповерхностного гидрофона составляла 44.5 м. Дистанция между излучающим и приемным судами, измеренная с помощью радиодальномера, была равной 13.82 км. Глубина в

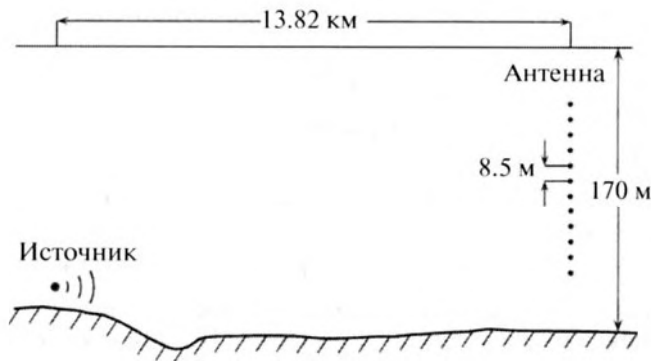


Рис. 1. Геометрия эксперимента.

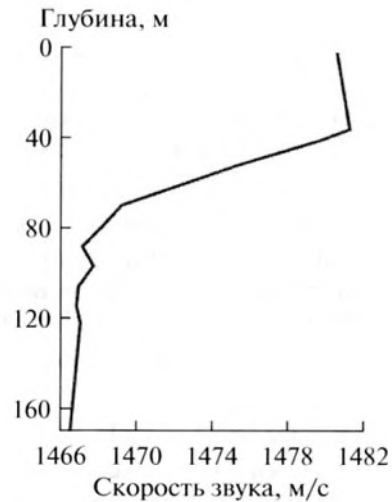


Рис. 2. Профиль скорости звука в месте проведения эксперимента.

Рис. 3. Нормированные собственные числа выборочной матрицы $\hat{\Gamma}_x$.

Рис. 4. Характерный частотный спектр принятого сигнала.

месте постановки антенны составляла приблизительно 170 м, а в месте постановки излучателя — 150 м. Геометрия эксперимента схематически изображена на рис. 1, а характерный сезонный профиль скорости звука в районе проведения работ показан на рис. 2.

Согласно геоакустической модели, предложенной в работе [22], в рассматриваемой акватории осадочные породы представляли собой глинистые илы с характерными значениями плотности 1.8 г/см^3 и скорости звука 1.78 км/с . Коэффициент затухания в грунте составлял 0.1 дБ/л .

Ниже мы приведем результаты сравнительного анализа эффективности описанных выше алгоритмов локализации источника, ограничившись случаем излучения на несущей частоте 240 Гц.

Обработка принимаемых сигналов включала в себя их фильтрацию в полосе 0.5 Гц, квадра-

турную демодуляцию, спектральный и корреляционный анализ. Для формирования выборочной корреляционной матрицы $\hat{\Gamma}_x$ бралось $L = 2056$ временных отсчетов из 30 минутных фрагментов записи. Детальное описание данного эксперимента приведено в работе [23].

На рис. 3 изображены нормированные собственные числа матрицы $\hat{\Gamma}_x$ в зависимости от номера собственного значения. Из него следует, что для рассматриваемого сценария “сигнальное” подпространство содержит две достаточно мощные компоненты. Такое обогащение спектрального состава обусловлено проявлением эффектов многократного рассеяния звука.

Для выяснения преобладающего механизма рассеяния на рис. 4 показан характерный частотный спектр сигнала (выраженный в децибелах относительно абсолютного максимума), получен-

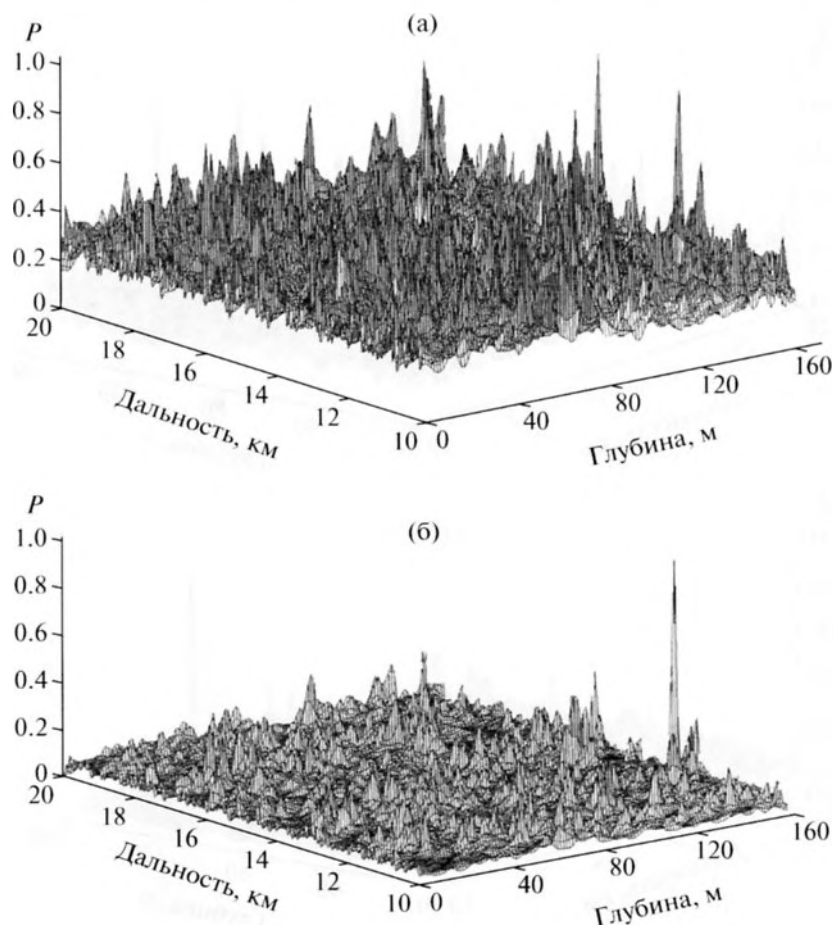


Рис. 5. Нормированная мощность сигнала на выходе линейного процессора, использующего неадаптивный (а) и адаптивный (б) алгоритмы пространственной обработки.

ный в эксперименте на фиксированной глубине приема, равной 138 м. Как видно из этого рисунка, соответствующий спектр состоит из центрального пика (на несущей частоте, принятой за начало отсчета), отвечающей когерентной компоненте регистрируемого сигнала, и двух боковых крыльев, соответствующих рассеянной составляющей. Отметим, что изображенная форма частотного спектра является типичной для случая, когда основным источником флуктуаций акустического поля является развитое ветровое волнение.

При использовании алгоритмов, учитывающих статистические эффекты при распространении, необходимо располагать моделью оценочной корреляционной матрицы R_s . Явное выражение для соответствующей матрицы в канале со взволнованной поверхностью приведено в Приложении.

Перейдем теперь к сравнительному анализу эффективности рассмотренных методов решения обратной задачи.

На рис. 5 и 6 построены нормированные (на максимальные значения) мощности сигналов на

выходе линейного и квадратичного процессоров, использующих неадаптивные алгоритмы (3) и (12) (рис. 5а, 6а соответственно). Для сравнения на этих же рисунках показаны соответствующие выходные мощности, построенные с привлечением робастных методов (9) и (14) (рис. 5б, 6б соответственно), позволяющих повысить устойчивость процедуры оценивания и частично компенсировать эффект статистического несоответствия. При расчетах поиск источника по дальности осуществлялся в диапазоне 10–20 км с шагом 20 м, а по глубине – в интервале 0–160 м с шагом 1 м; параметры регуляризации γ и ϵ , используемые в адаптивных алгоритмах, задавались соответственно равными $10^{-3} \text{Tr} \hat{\Gamma}_x$ и 0.1. Скорость ветра при нахождении сигнальной оценочной матрицы R_s бралась равной 7 м/с.

Из приведенных графиков видно, что во всех случаях положение абсолютного максимума $P(\theta)$ наблюдается при $\hat{r}_0 = 12.45$ км и $\hat{z}_0 = 148$ м, что довольно близко к истинным значениям координат. Однако применение неадаптивных способов обра-

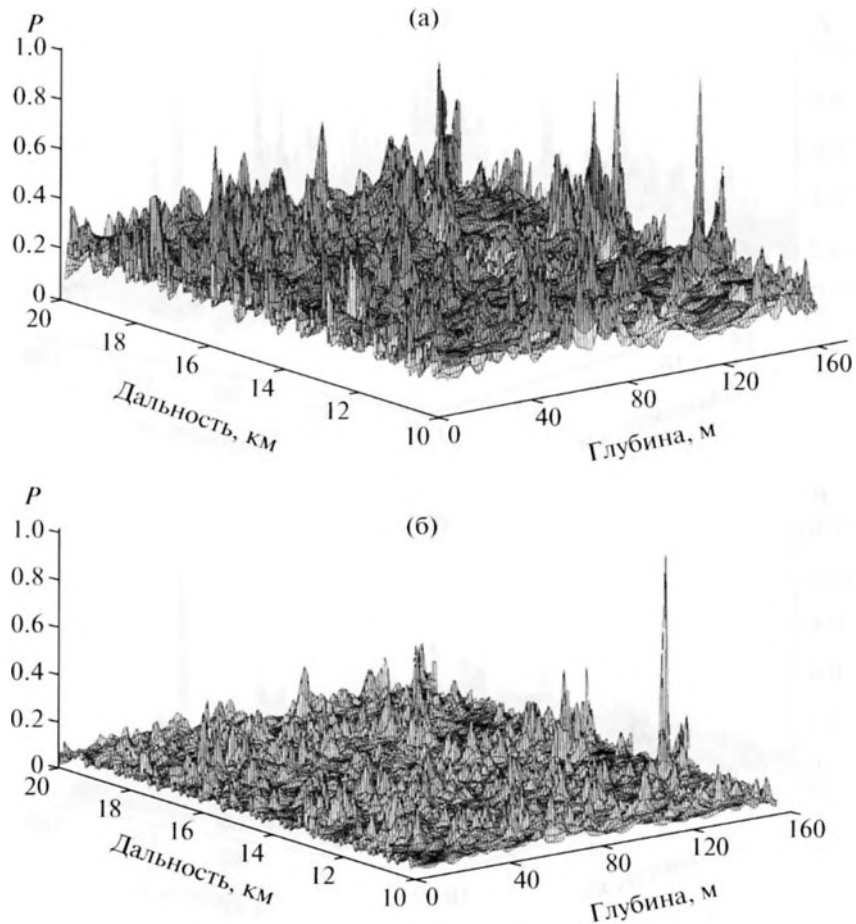


Рис. 6. Нормированная мощность сигнала на выходе квадратичного процессора, использующего неадаптивный (а) и адаптивный (б) алгоритмы пространственной обработки.

ботки приводит к появлению достаточно интенсивных ложных пиков, что значительно затрудняет решение задачи локализации источника.

Таким образом, представленные результаты обработки экспериментальных данных свидетельствуют, что в рассматриваемых условиях Баренцева моря реализованные робастные алгоритмы являются работоспособными и обеспечивают удовлетворительное качество восстановления источника, удаленного на расстояние ~ 15 км от АР (при этом линейные и квадратичные методы дают практически идентичные результаты). Следовательно, использование адаптивных процедур, обладающих повышенной устойчивостью к статистическому рассогласованию, является необходимым условием решения обратной задачи в реальном случайно-неоднородном канале.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 13-02-00932 и 13-02-97082).

ПРИЛОЖЕНИЕ

СИГНАЛЬНАЯ КОРРЕЛЯЦИОННАЯ МАТРИЦА В КАНАЛЕ СО ВЗВОЛНОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Рассмотрим канал глубины H , в котором акустический показатель преломления $n(z)$ является функцией глубины z :

$$n(z) = \begin{cases} n_0(z), & 0 \leq z \leq H; \\ n_\alpha [1 + i\alpha], & z > H. \end{cases}$$

Параметр α характеризует поглощающие свойства грунта.

При построении сигнальной матрицы \mathbf{R} , будем предполагать, что основным источником, вызывающим флуктуации акустического сигнала, является развитое ветровое волнение, описываемое изотропным спектром Пирсона–Московитца

$$F(\mathbf{k}) = \frac{8.1 \times 10^{-3}}{4\pi} \kappa^{-4} \exp\left(-0.74 \frac{g^2}{\kappa^2 v^4}\right), \quad (\text{П1})$$

где g – ускорение силы тяжести, а v – скорость ветра.

В общем случае матрица \mathbf{R}_s представима в виде

$$\mathbf{R}_s(r_0, z_0) = \bar{\mathbf{e}}(r_0, z_0)\bar{\mathbf{e}}^+(r_0, z_0) + \mathbf{C}_s(r_0, z_0). \quad (\text{П2})$$

Здесь $\bar{\mathbf{e}}(r_0, z_0)$ – когерентная составляющая сигнала (зависящая от координат источника как от параметров), а $\mathbf{C}_s(r_0, z_0)$ – его ковариационная матрица. Ниже мы приведем основные расчетные соотношения для $\bar{\mathbf{e}}(r_0, z_0)$ и $\mathbf{C}_s(r_0, z_0)$ в канале со взволнованной поверхностью, опираясь на результаты работ [24–26].

В рамках волнового подхода компоненты вектора $\bar{\mathbf{e}}_j$ ($j = 1, \dots, N$) представляют собой суперпозицию конечного числа M распространяющихся нормальных мод:

$$\bar{e}_j(r_0, z_0) = \bar{I}_s^{-1/2} \sum_{n=1}^M \frac{\varphi_n(z_0)\varphi_n(z_j)}{\sqrt{\kappa_n}} e^{i(\kappa_n - 0.5\sigma_n)r_0}, \quad (\text{П3})$$

$$\sigma_n = \sigma_n^a + \sigma_n^s$$

Здесь $\varphi_n(z)$ – собственные функции регулярного канала, отвечающие собственным значениям κ_n^2 , σ_n^a – коэффициент затухания n -й моды из-за поглощения в дне, σ_n^s – коэффициент рассеяния на взволнованной поверхности, а \bar{I}_s – нормировочный множитель, определяемый из условия $\text{Tr} \mathbf{R}_s = 1$.

В модовом представлении элементы ковариационной матрицы $[\mathbf{C}_s(r_0, z_0)]_{jk}$ записываются следующим образом:

$$[\mathbf{C}_s(r_0, z_0)]_{jk} = \bar{I}_s^{-1} \sum_{n=1}^M \frac{1}{\kappa_n} [I_n(r_0, z_0) - \varphi_n^2(z_0)e^{-\sigma_n r_0}] \varphi_n(z_j)\varphi_n(z_k), \quad (\text{П4})$$

где величина $I_n(r_0, z_0)$ (имеющая смысл интенсивности n -й моды) подчиняется волноводному уравнению переноса

$$\left(\frac{d}{dr_0} + \sigma_n^a\right) I_n(r_0, z_0) = \sum_{m=1}^M a_{nm} [I_m(r_0, z_0) - I_n(r_0, z_0)], \quad (\text{П5})$$

описывающему эффекты трансформации нормальных волн при рассеянии.

Применительно к спектру Пирсона–Московитца (П1) вычисление матрицы связи a_{nm} приведено в работе [27]. Результат имеет вид

$$a_{nm} = \frac{8.1 \times 10^{-3} \sqrt{2\pi} [\varphi_n'(0)\varphi_m'(0)]^2}{8\kappa_n\kappa_mk_0^3} f(x_{nm}),$$

$$f(x) = x^{3/2} e^{-x} [I_0(x) - I_1(x)], \quad x_{nm} = \frac{0.5k_0^2}{(\kappa_n - \kappa_m)^2}.$$

Здесь $k_0 = \sqrt{0.74g/v^2}$, I_0 и I_1 – модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков соответственно, а штрих означает дифференцирование по глубине z .

Решение уравнения (П5) записывается следующим образом:

$$I_n(r_0, z_0) = \sum_{m=1}^M g_{nm}(r_0)\varphi_m^2(z_0), \quad (\text{П6})$$

$$g_{nm}(r_0) = \sum_{l=1}^M \Phi_n^{(l)} e^{-\lambda_l r_0} \Phi_m^{(l)},$$

где $\Phi_n^{(l)}$ – ортонормированные собственные функции матрицы $\|\delta_{nm}\sigma_n - a_{nm}\|$, отвечающие собственным значениям λ_l .

Отметим, что коэффициенты рассеяния σ_n^s связаны с межмодовой матрицей взаимодействия a_{nm} соотношением $\sigma_n^s = \sum_{m=1}^M a_{nm}$. Что же касается модовых коэффициентов поглощения σ_n^a то для модели дна в виде жидкого поглощающего полупространства они могут быть рассчитаны по формуле [28]

$$\sigma_n^a = \frac{\rho_w k^2 n_\infty^2 |\varphi_n(H)|^2}{\rho_b 2\kappa_n \sqrt{\kappa_n^2 - k^2 n_\infty^2}} \alpha,$$

где ρ_w – плотность воды, а ρ_b – плотность грунта.

Формулы (П2)–(П4) совместно с (П6) положены в основу программы расчета оценочной корреляционной матрицы \mathbf{R}_s .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: введение в теорию. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1986. 448 с.
2. Пистолькорс А.А., Литвинов О.С. Введение в теорию адаптивных антенн. М.: Наука, 1991. 200 с.
3. Van Trees H.L. Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory. John Wiley & Sons, Inc., 2002. 1456 p.
4. Robust adaptive beamforming. Ed. by Li J. and Stoica P. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2006. 422 p.
5. Малышкин Г.С. Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов. Т. 2. СПб.: ОАО “Концерн “ЦНИИ “Электроприбор”, 2011. 374 с.
6. Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H. Computational ocean acoustics. Ed. by Hartmann W.M. Springer, 2011. 794 p.

7. Cox H. Line array performance when the signal coherence is spatially dependent // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1973. V. 54. № 6. P. 1743–1746.
8. Vural A.M. Effects of perturbations on the performance of optimum/adaptive arrays // *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* 1979. V. 15. № 1. P. 76–87.
9. Лаваль Р., Лабаск И. Влияние неоднородностей и нестабильности среды на пространственную и временную обработку сигналов // В кн.: Подводная акустика и обработка сигналов. Пер. с англ. под ред. Бьёрно Л. М.: Мир, 1986. С. 43–68.
10. Morgan D.R., Smith T.M. Coherence effects on the detection performance of quadratic array processors with application to large-array matched-field beamforming // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1990. V. 87. № 2. P. 737–747.
11. Малеханов А.И. Некогерентная пространственная фильтрация мод в случайно-неоднородном океане // *Акуст. журн.* 1992. Т. 38. № 5. С. 898–904.
12. Krolik J.L. Matched-field minimum variance beamforming in a random ocean channel // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1992. V. 92. № 3. P. 1408–1419.
13. Gorodetskaya E.Yu., Malekhanov A.I., Sazontov A.G., Vdovicheva N.K. Deep-water acoustic coherence at long ranges: theoretical prediction and effects on large array signal processing // *IEEE J. Oceanic Eng.* 1999. V. 24. № 2. P. 156–171.
14. Ringelstein J., Gershman A.B., Bohme J.F. Direction finding in random inhomogeneous media in the presence of multiplicative noise // *IEEE Signal Process. Lett.* 2000. V. 7. № 10. P. 269–272.
15. Borcea L., Issa L., Tsogka C. Source localization in random acoustic waveguides // *Multiscale Model. Simul.* 2010. V. 8. № 5. P. 1981–2022.
16. Shahbazpanahi S., Gershman A.B., Luo Z.Q., Wong K.M. Robust adaptive beamforming for general-rank signal models // *IEEE Trans. on Signal Process.* 2003. V. 51. № 9. P. 2257–2269.
17. Hassanian A., Shahbazpanahi S., Gershman A.B. A generalized Capon estimator for localization of multiple spread sources // *IEEE Trans. on Signal Process.* 2004. V. 52. № 1. P. 280–283.
18. Chen H.H., Gershman A.B. Robust adaptive beamforming for general-rank signal models using positive semi-definite covariance constraint // *Proc. of IEEE ICASSP.* 2008. P. 2341–2344.
19. Xing C., Ma Sh., Wu Y.-C. On low complexity robust beamforming with positive semidefinite constraints // *IEEE Trans. on Signal Process.* 2009. V. 57. № 12. P. 4942–4945.
20. Khabbazibasmenj A., Vorobyov S.A. Robust adaptive beamforming for general-rank signal model with positive semi-definite constraint via POTDC // *IEEE Trans. on Signal Process.* 2013. V. 61. № 23. P. 6103–6117.
21. Li J., Stoica P., Wang Z. Doubly constrained robust Capon beamforming // *IEEE Trans. on Signal Processing.* 2004. V. 52. № 9. P. 2407–2423.
22. Кацнельсон Б.Г., Кулапин Л.Г., Мизулин А.А., Петников В.Г. Влияние гидродинамической изменчивости на вертикальную интерференционную структуру звукового поля в волноводе // *Акуст. журн.* 1992. Т. 38. № 2. С. 308–316.
23. Вдовичева Н.К., Матвеев А.Л., Сазонтов А.Г. Экспериментальное и теоретическое исследование пространственной когерентности в мелком море // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48. № 3. С. 309–313.
24. Кудряшов В.М. К расчету акустических полей в волноводах со статистически неровной поверхностью // *Математические проблемы геофизики.* Вып. 4. 1973. С. 256–272.
25. Нечаев А.Г. Затухание интерференционной структуры акустического поля в океане со случайными неоднородностями // *Акуст. журн.* 1987. Т. 33. № 3. С. 535–538.
26. Sazontov A.G., Matveyev A.L., Vdovicheva N.K. Acoustic coherence in shallow water: theory and observation // *IEEE J. Oceanic Eng.* 2002. V. 27. № 3. P. 653–664.
27. Beilis A., Tappert F.D. Coupled mode analysis of multiply rough surface scattering // *J. Acoust. Soc. Amer.* 1979. V. 66. № 3. P. 811–826.
28. Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г. Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 191 с.