

## ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 542.34

### РЕКОНСТРУКЦИЯ ФОРМЫ ГИДРОЛОКАЦИОННЫХ ОБЪЕКТОВ

© 2014 г. Г. М. Махонин

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
“Южный федеральный университет”*

*Научно-конструкторское бюро цифровой обработки сигналов*

*347922 Таганрог, ул. Шевченко 2*

*E-mail: glchernih@tgn.sfedu.ru*

*Поступила в редакцию 19.11.2013 г.*

Рассматривается задача реконструкции формы гидролокационных объектов в условиях, когда известные методы, например метод Боярского, неприменимы или неэффективны. Предложен вариант метода реконструкции формы объекта по функции от гауссовой кривизны поверхности. При этом показано, что основную информацию об этой функции несет начальный участок эхосигнала и что результаты реконструкции формы зависят от корреляционной длительности зондирующих сигналов. При применении сверхширокополосных зондирующих сигналов этот метод принципиально пригоден для реконструкции формы заиленных объектов. Формально метод применим только для выпуклых поверхностей, но может быть распространен на более сложные поверхности при некоторых условиях.

*Ключевые слова:* гидролокационный объект, цель, форма, реконструкция, эхосигнал, длительность, гауссова кривизна, аппроксимация, обобщенный эллипсоид.

**DOI:** 10.7868/S0320791914050086

#### ВВЕДЕНИЕ

Геометрические характеристики объекта локализации, особенно его форма, могут быть в общем случае более информативными его признаками, чем совокупность косвенных признаков, например, содержащихся в эхопортретах цели. По геометрическим характеристикам оказывается возможным распознавать и идентифицировать объекты и тогда, когда обычные методы классификации не могут быть реализованы, в частности, из-за деформации объекта или так называемого “проклятия размерности”. Это одна из причин устойчивого интереса к задачам определения геометрической формы объектов в радио- и гидролокации. Такие задачи относятся к классу обратных задач дифракции (ОЗД) математической физики. В общем случае эти задачи — нелинейные и некорректные [1–3], поэтому их решение требует значительных вычислительных ресурсов, а его регуляризация — увеличения объема априорных и экспериментальных данных, в частности, числа циклов и ракурсов зондирования.

В радиолокации систематические исследования проблемы реконструкции формы целей начаты в середине прошлого века. Ее современное состояние отражено в обзоре [4]. В настоящее время число публикаций по ОЗД в радиолокации приближается к 200 (из них, по данным [4], более 150 связаны с методом Боярского [5]). Однако использование этого научного задела в гидролокации весь-

ма проблематично по ряду причин, главным образом, вследствие того, что в радиолокационных физико-математических моделях и, соответственно, алгоритмах реконструкции не учитываются принципиальные особенности формирования рассеянного поля гидролокационными целями, влияния на их эхосигналы дисперсии и поглощения волн в среде, рефракции и др.

Поиск, разработка и обоснование решений ОЗД для реальных условий гидролокации и конкретного вида ситуаций является достаточно сложной проблемой.

Одним из наиболее эффективных общих методов реконструкции геометрической формы объектов по проекциям является томографический [6]. В гидроакустике варианты томографического метода разрабатываются и применяются для акустической томографии океана (АТО) [7–10]. Один из них, функционально-аналитический метод [8], может быть адаптирован к задаче реконструкции формы гидролокационных целей. Однако для реализации этого метода требуется многопозиционная локационная система, приемопередаточные антенны которой неподвижны и расположены по периметру зоны, в которой находятся искомые цели.

Необходимость реконструкции формы целей наиболее часто возникает при выполнении поиска на шельфе и в прибрежной зоне фрагментов потерпевших аварию летательных аппаратов, утерянных ценных грузов, боеприпасов или контей-

неров с опасными веществами, особенно — их несанкционированных захоронений, террористических подрывных зарядов и т.п. В ряде ситуаций приближение к подобным объектам опасно или затруднено, поэтому требуется, чтобы распознавание объекта, в частности оценка его формы, производилось на возможно большей дальности до цели, желательно — на близкой к физически достижимой при заданной дальности обнаружения. Для поиска подобных объектов применяются, как правило, гидролокаторы (ГЛ), расположенные на подвижных носителях. Погрешности определения абсолютных координат ГЛ на порядок и более превышают допустимые погрешности реконструкции. Вследствие этого для реконструкции формы локационных объектов практически пригодны только методы, инвариантные к расстоянию до этих объектов или позволяющие учесть зависимость от него результатов.

Принципиальная возможность решения ОЗД в этих условиях следует из [1, 3, 11]. Ниже рассмотрена задача реконструкции формы целей и один из возможных вариантов ее решения в условиях, характерных для упомянутых выше ситуаций.

### ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Задача реконструкции формы цели рассматривается в данной работе при следующих основных предположениях:

- цель имеет конечные размеры, неподвижна, расположена в толще воды или на дне. Эти среды однородные, изотропные, граница раздела вода—дно плоская, горизонтальная. Ниже показано, что основные из приведенных результатов справедливы и для случая, когда цель находится в донном грунте;

- поверхность цели односвязная, замкнутая, кусочно-ляпуновского типа, состоит из конечного числа простых гладких поверхностей конечной кривизны и, следовательно, не менее чем дважды непрерывно дифференцируемых [2]. Такие поверхности описываются основными уравнениями теории поверхностей единственным образом [3, 11–13], и, соответственно, задача реконструкции формы цели имеет единственное решение;

- на поверхности цели выполняются импедансные граничные условия. Это предположение, по существу, соответствует первому приближению общего граничного условия на “прозрачном” теле [3, 11];

- в принимаемом сигнале могут присутствовать составляющие, обусловленные рассеянием зондирующих сигналов на локальных неоднородностях границы вода—дно и других ложных целях. Для разрешения искомой цели от ложных применяются сигналы, пространственный интервал корреляции которых значительно меньше предполагаемых наименьших размеров искомых це-

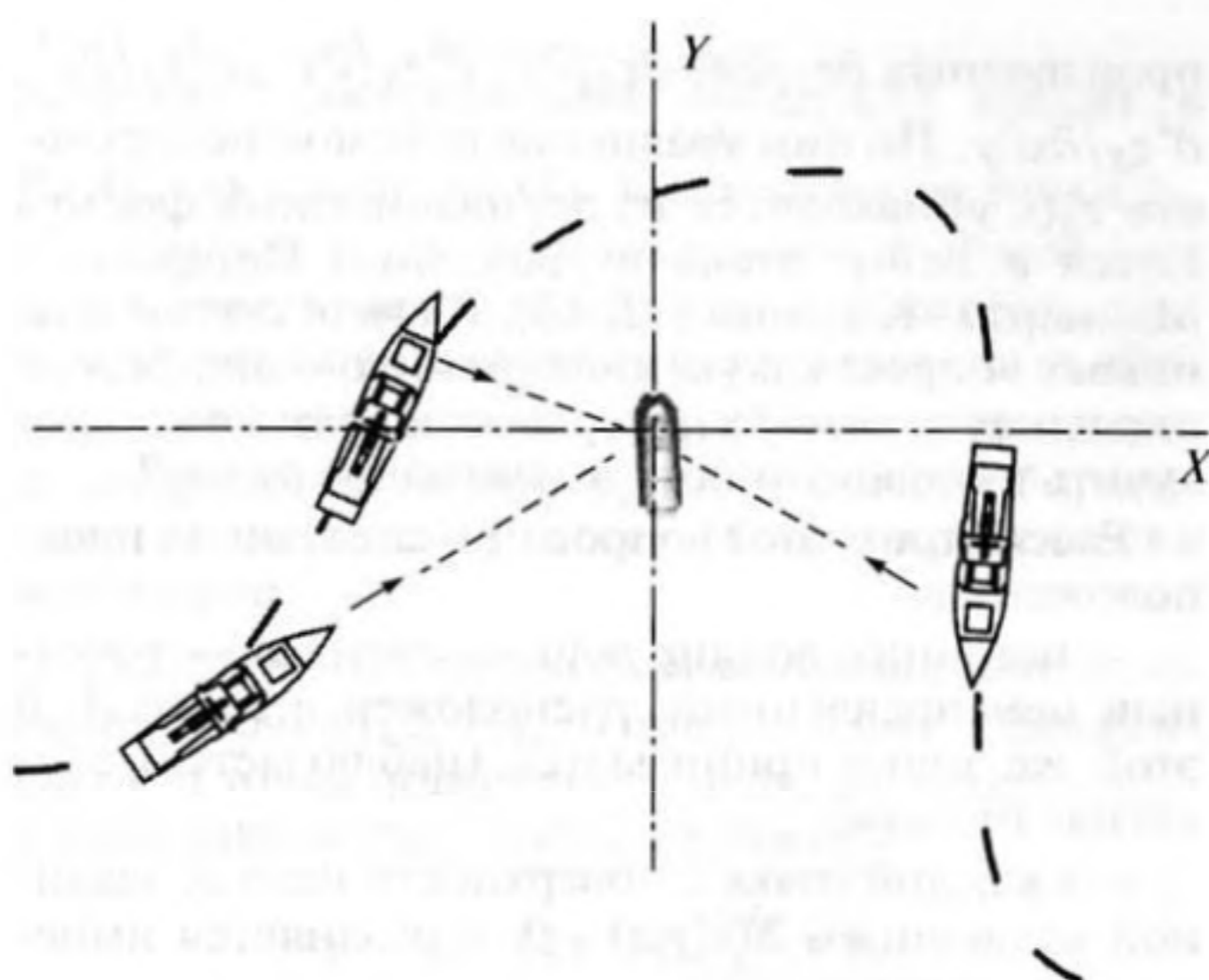


Рис. 1.

лей:  $c_0 \tau_k \ll \min L_S$ , где  $\min L_S$  — наименьший ожидаемый размер цели,  $c_0$  — скорость звука в окружающей цель среде,  $\tau_k$  — временной интервал корреляции сигнала;

- гидролокатор (ГЛ) располагается на подвижном носителе, который перемещается относительно цели по некоторой траектории. Цель зондируется под разными ракурсами, в зависимости от ее положения относительно ГЛ. Режим локации однопозиционный. Эта ситуация схематически показана на рис. 1 в проекции на горизонтальную плоскость XY. Цель находится в начале координат, носитель ГЛ маневрирует относительно нее. На рис. 1 показано положение ГЛ в различные моменты времени. Пунктиром обозначены направления зондирования при разных положениях ГЛ. Стрелками показаны проекции волновых векторов зондирующих сигналов. Масштабы на рисунке не соблюдены;

- эффект Доплера не учитывается;

- цель находится в дальней зоне гидролокатора;

- методы и алгоритмы реконструкции формы цели должны быть работоспособными при произвольной траектории и скорости движения носителя ГЛ (при этом качество реконструкции будет в общем случае зависеть от этих факторов);

- из возможных методов реконструкции формы цели предпочтительным считается, при прочих равных условиях, метод, в котором для обнаружения цели и реконструкции ее формы используются одинаковые сигналы.

### ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Для реконструкции формы цели, т.е. нахождения уравнения  $z_S = z_S(x, y)$ , при приведенных выше предположениях необходимо знание частных

производных  $\partial z_S/\partial x$ ,  $\partial z_S/\partial y$ ,  $\partial^2 z_S/\partial x^2$ ,  $\partial^2 z_S/\partial y^2$ ,  $\partial^2 z_S/\partial x\partial y$ . По ним уравнение искомой поверхности  $z_S(x, y)$  находится из дериационных формул Гаусса и Вейнгартена и уравнений Петерсона–Майнарда–Кодацци [12, 13]. В связи с этим возникает вопрос: какую информацию о дифференциальных свойствах поверхности цели можно получить из совокупности эхосигналов от нее?

Рассмотрим этот вопрос при следующих предположениях:

– источник зондирующего сигнала – точечный ненаправленный, расположен в точке  $A$ . В этой же точке принимается (наблюдается) эхосигнал от цели;

– в каждой точке  $\xi$  поверхности цели  $S$ , заданной уравнением  $S(x, y, z) = 0$ , выполняется импедансное условие

$$\sigma P(\xi) + \frac{\partial P(\xi)}{\partial n} = 0, \quad \xi \in S,$$

где  $P(\xi)$  – спектральная плотность давления волн в точке  $\xi$  на поверхности  $S$  цели,  $P(\xi) = P_i(\xi) + P_s(\xi)$ ,  $\partial P(\xi)/\partial n = \partial P_i(\xi)/\partial n + \partial P_s(\xi)/\partial n$ ,  $P_i(\xi)$  – спектральная плотность давления падающей,  $P_s(\xi)$  – отраженной волны,  $\partial P(\xi)/\partial n$ ,  $\partial P_i(\xi)/\partial n$ ,  $\partial P_s(\xi)/\partial n$  – нормальные производные от  $P(\xi)$ ,  $P_i(\xi)$ ,  $P_s(\xi)$  по внешней нормали к  $S$ ;

$$\sigma = \frac{jk\rho_0 c_0}{Z_S(\xi)},$$

$\rho_0$  – плотность окружающей цель среды,  $c_0$  – скорость звука в ней;  $Z_S = Z_S(\xi)$  – импеданс в точке  $\xi$  поверхности цели,  $k = \omega/c_0$  – волновое число,  $\omega$  – круговая частота. При этих предположениях спектральная плотность  $P_S(A)$  давления эхосигнала от цели в точке наблюдения  $A$  определяется, как известно, интегралом Гельмгольца–Кирхгофа, который в этом случае (при  $kr_{A\xi} \gg 1$ ) имеет вид

$$P_S(A) = \int_S \left[ \sigma - jk \frac{\partial r_{A\xi}}{\partial n} \right] G(A, \xi) P_S(\xi) dS + \int_S \left[ \sigma - jk \frac{\partial r_{A\xi}}{\partial n} \right] G(A, \xi) P_i(\xi) dS, \quad (1)$$

где

$$G(A, \xi) = \frac{e^{-jkr_{A\xi}}}{4\pi r_{A\xi}} \quad (2)$$

– функция Грина,  $r_{A\xi}$  – расстояние между точкой наблюдения  $A$  и точкой  $\xi$  поверхности цели

$$r_{A\xi} = \sqrt{(x_A - x_\xi)^2 + (y_A - y_\xi)^2 + (z_A - z_\xi)^2};$$

$\partial r_{A\xi}/\partial n$  – производная от  $r_{A\xi}$  по внешней нормали к  $S$ . В дальнейшем считается, что система координат  $XYZ$  правая, ее начало расположено в какой-либо (безразлично) точке внутри цели или на ее поверхности, плоскость  $XY$  горизонтальная,

ось  $OZ$  направлена вверх, точка  $A$  в первом квадранте,

$$\frac{\partial r_{A\xi}}{\partial n} = \cos\alpha \cos\alpha_N + \cos\beta \cos\beta_N + \cos\gamma \cos\gamma_N = -\cos\chi, \quad (3)$$

где  $\cos\alpha$ ,  $\cos\beta$ ,  $\cos\gamma$  – направляющие косинусы волнового вектора падающей волны,  $\cos\alpha_N$ ,  $\cos\beta_N$ ,  $\cos\gamma_N$  – направляющие косинусы внешней нормали к поверхности  $S$  в точке  $\xi(x_\xi, y_\xi, z_\xi)$ ,  $\chi$  – угол между этими векторами;

$$\cos\alpha = \frac{x_\xi - x_A}{r_{A\xi}}; \quad \cos\beta = \frac{y_\xi - y_A}{r_{A\xi}};$$

$$\cos\gamma = \frac{z_\xi - z_A}{r_{A\xi}};$$

$$\cos\alpha_N = \frac{-\partial z_\xi/\partial x}{\nabla_\perp(\xi)}; \quad \cos\beta_N = \frac{-\partial z_\xi/\partial y}{\nabla_\perp(\xi)}; \quad (4)$$

$$\cos\gamma_N = \frac{1}{\nabla_\perp(\xi)};$$

$$\nabla_\perp(\xi) = \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z_\xi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z_\xi}{\partial y}\right)^2}.$$

Входящая в (1)  $P_S(\xi)$  определяется интегральным уравнением [1, 14]:

$$P_S(\xi) = 2 \int_S \left[ \sigma - \frac{(jkr_{\xi\eta} + 1) \partial r_{\xi\eta}}{\partial n} \right] G(\xi, \eta) P_S(\eta) dS_\eta + P_i(\xi) + 2 \int_S \left[ \sigma - \frac{(jkr_{\xi\eta} + 1) \partial r_{\xi\eta}}{\partial n} \right] G(\xi, \eta) P_i(\eta) dS_\eta, \quad (5)$$

где

$$G(\xi, \eta) = \frac{e^{-jkr_{\xi\eta}}}{4\pi r_{\xi\eta}},$$

$r_{\xi\eta} = \sqrt{(x_\xi - x_\eta)^2 + (y_\xi - y_\eta)^2 + (z_\xi - z_\eta)^2}$  – расстояние между точками  $\xi$  и  $\eta$  поверхности  $S$ ,

$$\frac{\partial r_{\xi\eta}}{\partial n_\eta} = \frac{(x_\xi - x_\eta) \frac{\partial z_\eta}{\partial x} + (y_\xi - y_\eta) \frac{\partial z_\eta}{\partial y} - (z_\xi - z_\eta)}{r_{\xi\eta} \nabla_\perp(\eta)}.$$

Задача реконструкции формы цели, т.е. задача извлечения искомой информации из совокупности эхосигналов, полученных при различных взаимных положениях цели и ГЛ, относится к обратным граничным задачам рефракции (ОГЗР). Эти задачи, как известно, могут быть некорректными, их решение – неустойчивым.

Устойчивость решения уравнения (1) определяется устойчивостью составляющей  $P_S(\xi)$  его подынтегральной функции, т.е. решения уравнения (5). Это неоднородное уравнение Фредгольма 2-го рода, условия существования и единственности его решения определены, например, в работах [28, 29]. В нашем случае выполнение этих условий

невозможно гарантировать из-за того, что характеристики цели априори неизвестны. Применение методов регуляризации [30] обеспечивает устойчивость решения, однако при этом могут в общем случае появиться артефакты, из-за которых появляются дополнительные погрешности реконструкции формы цели.

В связи с этим возникает вопрос о существовании единственного решения уравнения (5), устойчивого без регуляризации, и использования этого решения для восстановления формы цели. Оказывается, это принципиально возможно, если зондирующий сигнал представляет собой волновой пакет, протяженность которого в направлении распространения значительно меньше протяженности цели в этом же направлении. В интервале времени от момента касания поверхности цели передним фронтом зондирующего сигнала до момента касания этой же точки поверхности задним фронтом зондирующего сигнала эхосигнал формируется только "освещенной" падающей волной частью  $S_0$  поверхности  $S$  цели. От остальной части поверхности цели вклад в эхосигнал тождественно равен нулю на этом участке эхосигнала, т.е. в интервале времени  $0 \leq \Delta t \leq a\tau_k$ , где  $\Delta t = t - 2r_{A\xi_0}/c_0$ ,  $\xi_0 = \xi(x_0, y_0, z_0)$  — ближайшая к центру  $A$  антенны ГЛ точка поверхности цели,  $1 < a \leq 3$ ,  $\tau_k$  — интервал корреляции сигнала:

$$\tau_k = \frac{\pi}{2} \frac{\int_0^\infty |P_i(\omega)|^4 d\omega}{\left[ \int_0^\infty |P_i(\omega)|^2 d\omega \right]^2},$$

где  $|P_i(\omega)|$  — модуль спектральной плотности давления зондирующего сигнала.

Если  $\tau_k$  достаточно мал для того, чтобы часть поверхности вокруг  $\xi$  можно было с точностью до второго порядка аппроксимировать соприкасающимся параболоидом [13], решение уравнения (5) в этой области единственно, устойчиво и с достаточной для технических приложений точностью может быть аппроксимировано первым членом разложения в ряд Неймана, т.е. тогда в (1)  $P_S(\xi) = P_i(\xi)$ .

В (1) информация о геометрических характеристиках цели, необходимая для реконструкции ее формы, содержится в составляющей  $\frac{\partial r_{A\xi}}{\partial n} G(A, \xi)$  подынтегральной функции, информация о физических характеристиках — в составляющей  $\sigma G(A, \xi)$ . Функция  $\sigma G(A, \xi)$  применительно к задаче реконструкции — носитель мешающих (паразитных) параметров.

Для выделения полезной информации используем тот факт, что основной вклад "геомет-

рическая" составляющая  $\frac{\partial r_{A\xi}}{\partial n} G(A, \xi)$  вносит в  $P_S(A)$ , как видно из (1), в окрестности точки  $\xi_0$ , для которой  $\chi = 0$ . Эта окрестность соответствует начальному участку эхосигнала и может быть выделена стробированием из всего эхосигнала. Физическая составляющая  $\sigma G(A, \xi)$  по своей природе инерционна, и при применении стробирования ее влияние может быть практически исключено.

Если  $\xi_0$  — эллиптическая выпуклая или уплощенная точка [12, 13], то при  $\chi = 0$  она — ближайшая к  $A$  точка поверхности цели. Ее координаты определяются из системы уравнений

$$\begin{aligned} (x_A - x_0) + (z_A - z_0) \frac{\partial z_0}{\partial x} &= 0, \\ (y_A - y_0) + (z_A - z_0) \frac{\partial z_0}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $z_0 = z_S(x_0, y_0)$ .

Из (1) видно, что чем меньше длительность строга, тем больше в общем случае отношение геометрической составляющей к физической. Однако при этом может ухудшаться отношение сигнал/помеха (ОСП) на стробированном участке эхосигнала. Оптимальное по ОСП значение  $\tau_i$ , соответствующее максимуму взаимокорреляционной функции стробированного эхосигнала и зондирующего сигнала, имеет в общем случае порядок его корреляционной длительности  $\tau_k$ :

$$\tau_i = b\tau_k.$$

Для обычно применяемых в ГЛ сигналов  $1 \leq b \leq 6$ . В области  $S_0$  можно  $r_{A\xi}$  аппроксимировать выражением

$$r_{A\xi} = r_{A\xi_0} + \Delta x \cos \alpha_0 + \Delta y \cos \beta_0 + \Delta z \cos \gamma_0,$$

где  $\Delta x = x_\xi - x_0$ ,  $\Delta y = y_\xi - y_0$ ,  $\Delta z = z_\xi - z_0$ ,  $\cos \alpha_0$ ,  $\cos \beta_0$ ,  $\cos \gamma_0$  определяются выражениями (4), взятыми в точке  $\xi_0$ . С учетом (6) при  $N$  раз дифференцируемой поверхности

$$\begin{aligned} r_{A\xi} &= r_{A\xi_0} + \sum_{n=2}^N \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!(n-i)!} \frac{\partial^n z_0}{\partial x^{n-i} \partial y^i} \Delta x^{n-i} \Delta y^i, \quad (7) \\ r_{A\xi_0} &= \sqrt{(x_A - x_0)^2 + (y_A - y_0)^2 + (z_A - z_0)^2}. \end{aligned}$$

На границе области  $S_0$ , т.е. при  $r_{A\xi} = r_{A\xi_0} + \frac{c_0 \tau_i}{2}$ , из (7) получим

$$\sum_{n=2}^N \sum_{i=0}^n \frac{1}{i!(n-i)!} \frac{\partial^n z_0}{\partial x^{n-i} \partial y^i} \Delta x^{n-i} \Delta y^i = \frac{c_0 \tau_i}{2}, \quad (8)$$

где  $\Delta x = \Delta x_i$ ,  $\Delta y = \Delta y_i$  — граничные значения аргументов области  $S_0$ ,  $N$  — степень гладкости  $z_S(x, y)$ .

Для рассмотрения эхосигналов как носителей информации о геометрии цели конкретизируем

(1) и преобразуем ее к инженерному виду. Предположим:

– при излучении применяется антенна с диаграммой направленности (ДН)  $R_i(\alpha, \beta, \gamma)$  и коэффициентом концентрации  $K_A = K_i$ , при приеме – с ДН  $R_r(\alpha_r, \beta_r, \gamma_r)$  и  $K_A = K_r$ ; фазовые центры обеих антенн находятся в точке  $A$ ;  $\alpha, \beta, \gamma$  – аргументы направляющих косинусов волнового вектора излученной волны, падающей в точку  $\xi$  поверхности цели,  $\alpha_r = \alpha + \pi, \beta_r = \beta + \pi, \gamma_r = \gamma + \pi$ .

Соответственно,  $P_i(\xi)$  представляется выражением

$$P_i(\xi) = r_0 \sqrt{K_i} R_i(\alpha, \beta, \gamma) P_0(j\omega) G(A, \xi), \quad (9)$$

где  $G(A, \xi)$  – функция Грина (2),  $P_0(j\omega)$  – спектральная плотность давления ненаправленного излучения, нормированная к расстоянию  $r_0$  (обычно  $r_0 = 1$  м). При зондирующем сигнале с длительностью  $\tau_i$

$$P_0(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_{00}(j\nu) \frac{1 - e^{-j(\omega-\nu)\tau_i}}{j(\omega-\nu)} d\nu, \quad (10)$$

$P_{00}(j\omega)$  – нормированная спектральная плотность давления при непрерывном режиме излучения;

– наименьшее расстояние до цели достаточно велико, чтобы можно было положить  $R_i(\alpha, \beta, \gamma) = R_i(\alpha'_0, \beta'_0, \gamma'_0)$ , где  $\cos \alpha'_0 = -x_A/r$ ;  $\cos \beta'_0 = -y_A/r$ ;  $\cos \gamma'_0 = -z_A/r$ ;  $r = \sqrt{x_A^2 + y_A^2 + z_A^2}$ ;

– импеданс  $Z_S$  поверхности цели – комплексная величина.

При этих условиях из (1), (9), (10) после ряда преобразований получим (с точностью до членов второго порядка малости ряда (8)) исходное уравнение для реконструкции формы цели:

$$P_S(A) = \frac{QP_0(j\omega)R_S}{8\pi r^2} e^{-j\frac{2\omega r}{c_0}} \times \left[ \left( \frac{c_0 \rho_0 \operatorname{Re} Z_S}{|Z_S|^2} - 1 \right) - j \frac{c_0 \rho_0 \operatorname{Im} Z_S}{|Z_S|^2} \right] (1 - e^{-j\omega \Delta t}), \quad (11)$$

где

$$\Delta t = t - t_0 = \frac{2(r_{A\xi} - r_{A\xi_0})}{c_0}; \quad Q = r_0 \sqrt{K_i K_r} R_i(\cdot) R_r(\cdot);$$

$$R_S = \frac{r \nabla_{\perp}^2(\xi_0)}{\sqrt{\mu}};$$

$$\mu = \left[ \frac{\partial^2 z_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 z_0}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 z_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] (z_A - z_0)^2 - \left\{ \frac{\partial^2 z_0}{\partial x^2} \left[ 1 + \left( \frac{\partial z_0}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\partial^2 z_0}{\partial y^2} \left[ 1 + \left( \frac{\partial z_0}{\partial x} \right)^2 \right] - 2 \left( \frac{\partial^2 z_0}{\partial x \partial y} \right)^2 \frac{\partial z_0}{\partial x} \frac{\partial z_0}{\partial y} \right\} (z_A - z_0) + \nabla_{\perp}^2(\xi_0). \quad (12)$$

Используя зависимость входящих в (12) функций от гауссовой и средней кривизны поверхности [12, 13], из (12) получим

$$R_S = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{\sqrt{1 - \frac{R_1 + R_2}{r} + \frac{R_1 R_2}{r^2}}}, \quad (13)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – главные радиусы кривизны поверхности цели в точке  $\xi_0$ ,  $R_S$  имеет смысл эквивалентного радиуса цели. В дальней зоне, где  $|R_1|, |R_2| \ll r$ , из (13) получаем

$$R_S = \sqrt{R_1 R_2}, \quad (14)$$

т.е.  $P_S(A)$  содержит информацию о гауссовой кривизне  $K_G$  поверхности,

$$K_G = \frac{1}{R_1 R_2} = \frac{\frac{\partial^2 z_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 z_0}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 z_0}{\partial x \partial y} \right)^2}{\nabla_{\perp}^4(\xi_0)}. \quad (15)$$

Формулы (13)–(15) известны [14, 15] и используются при инженерных расчетах в гидро- и радиолокации. При этом (13), (14) интерпретируются как высокочастотное асимптотическое приближение интеграла Гельмгольца при абсолютно жесткой или абсолютно мягкой поверхности цели. Обычно  $R_S$  находится методом стационарной фазы [16]. Главный член асимптотики в этом случае имеет порядок приближения  $O(1/k)$ . Именно на основании этого считается, что (13), (14) применимы только при высокочастотных сигналах, так как в противном случае приближение  $O(1/k)$  может оказаться слишком грубым. В (11) же при заданной длительности  $\tau_i$  зондирующего сигнала нижняя граничная частота  $f_i$  его спектра может, в соответствии с соотношением неопределенностей [17–19]

$$(f_u - f_l)\tau_i \geq \frac{1}{2\pi},$$

быть сколь угодно близкой к нулю. Предельный случай  $f_l = 0$  исследован в [20]. В частности, показано, что при рассеянии на импедансной выпуклой поверхности разрывного сигнала вида

$$P(t) = P_0 \cdot l(t),$$

где  $l(t)$  – единичная функция Хевисайда, амплитуда переднего фронта пропорциональна  $R_S$ . Весьма существенно, что этот результат получен непосредственно из обобщенного решения волнового уравнения, а не из интеграла Гельмгольца–Кирхгофа вида (1).

Из изложенного следует, что основные из приведенных выше результатов справедливы и в случае сверхширокополосных (СШП) локационных сигналов. Использование таких сигналов позволяет обнаруживать цели, находящиеся в толще донных осадков (“заиленные” цели) [31]. При этом, как показано в [31], спектральная плотность давления эхосигнала пропорциональна среднеквадратическому значению главных радиусов

кривизны поверхности цели в точке, расположенной на кратчайшем (в смысле Ферма [20]) расстоянии от центра антенны ГЛ, т.е. (14), как если бы цель находилась на поверхности дна.

Отсюда видно, что расположение цели в толще дна не препятствует восстановлению ее формы (правда, только с точностью до масштаба, который зависит от акустических параметров осадков). В научных публикациях не найдено сведений о решении задачи восстановления формы "заиленных" целей. Не исключено, что в этом аспекте может представлять интерес работа [32]. Однако проблема применения метода моментов в решении ОЗГР выходит за рамки настоящей работы.

### РЕКОНСТРУКЦИЯ ФОРМЫ ЦЕЛИ

Задача реконструкции формы цели представляет собой, по существу, две задачи:

— задачу выделения из эхосигналов исходной информации о характеристиках цели как геометрического тела;

— задачу обработки исходной информации, результатом которой является уравнение поверхности цели  $S(x, y, z) = 0$  или совокупность значений параметров, которая бы однозначно определяла эту поверхность.

Первая из этих задач рассмотрена в предыдущем разделе. Основные результаты:

— квадрат амплитуды спектральной плотности давления на начальном участке эхосигнала обратно пропорционален гауссовой кривизне поверхности цели в точке ее касания передним фронтом зондирующего сигнала. Это фундаментальное свойство эхосигнала, соответствующее строгому решению интеграла Гельмгольца—Кирхгофа. Точка касания, по определению, может быть только эллиптической выпуклой или изолированной уплощенной и не может быть эллиптической вогнутой или седловой. Никакой другой информации о геометрических характеристиках цели эхосигнал не содержит;

— коэффициент пропорциональности гауссовой кривизне зависит от расстояния от ГЛ до цели и акустических характеристик среды, в которой находится цель, а также от физических характеристик поверхности и внутренней среды цели. Акустические параметры окружающей среды влияют только на оценку абсолютных размеров восстановленной цели, что в большинстве практических ситуаций несущественно. Зависимости указанного коэффициента от физических характеристик цели можно практически полностью исключить посредством стробирования начального участка эхосигнала. Следует отметить, что на характеристики этого участка не влияет многолучевость распространения сигналов.

Информации о гауссовой кривизне недостаточно для однозначной реконструкции формы регулярной поверхности общего типа [12, 13]. Од-

нако, если замкнутая поверхность строго выпуклая, то, как доказано Г. Минковским [12, 21], она однозначно определяется своей гауссовой кривизной, причем это распространяется и на выпуклые многогранники с любыми площадями граней и направлениями внешних нормалей к ним (при несущественных для практических приложений ограничениях). Возможность применения этих результатов для реконструкции формы гидролокационных целей была отмечена и исследована в [22]. А.Д. Александров развил результаты Минковского, доказав, что замкнутая выпуклая поверхность однозначно и полностью определяется не только гауссовой кривизной, но и другими монотонными функциями главных радиусов кривизны (они считаются положительными). При этом не оговаривается, какую гладкость должны иметь поверхность и упомянутые функции главных радиусов кривизны [12].

Таким образом, использование начального участка эхосигналов решает задачу получения исходной информации для реконструкции формы в классе выпуклых тел. В большинстве реальных случаев потребность в реконструкции формы связана с объектами искусственного происхождения, которые обычно имеют именно выпуклую поверхность. В этом смысле решения задачи реконструкции формы выпуклых объектов имеют самостоятельное значение.

Математически решение задачи реконструкции поверхности по ее гауссовой кривизне есть решение уравнения Монжа—Ампера [12, 21] эллиптического типа. В нашем случае это уравнение (15). Решение этого уравнения сводится, по существу, к построению выпуклого многогранника с заданными направлениями граней и заданными значениями гауссовой кривизны на этих гранях [33]. В соответствии с теоремой Эйлера о выпуклых многогранниках [34] числа их вершин  $N_1$ , ребер  $N_2$  и граней  $N_3$  связаны соотношением

$$N_1 + N_3 = N_2 + 2. \quad (16)$$

В нашем случае логично считать  $N_3$  числом ракурсов зондирования (оно же и число контактов с целью), тогда  $N_2$  — число уравнений, которым описывается многогранник,  $N_1$  — число узлов сетки, на которой решается задача. Поскольку не существует выпуклых многогранников, не имеющих ни треугольных граней, ни трехгранных вершин [33], вычислительная сетка не может быть прямоугольной. При этом из (16) следует неравенство [33]

$$\frac{1}{2} N_2 + 3 \leq \frac{3}{2} N_3 \leq N_2.$$

При оценке формы цели реалистичное значение  $N_3$  порядка  $10^3$ . Трудности составления и решения такого числа уравнений очевидны, а возможность решения задачи в реальном масштабе времени весьма проблематична. При таком способе решения уравнения Монжа—Ампера не происходит усреднения случайных погрешностей измерений.

Численное решение этого уравнения, сложное само по себе, в нашем случае усложняется еще в несколько раз из-за того, что аргументы, при которых получаются экспериментальные значения  $K_G$ , — неуправляемые величины. Они зависят от взаимного расположения ГЛ и цели и динамики его изменения, причем эта зависимость проявляется, в конечном счете, как смещение точек на поверхности цели, которым как аргументам приписываются измеренные значения гауссовой кривизны  $K_G$ .

В этой ситуации представляется перспективным использовать для аппроксимации поверхности более сложные выражения, но с меньшим числом параметров и, главное, описывающие поверхность “в целом”. Одним из удобных для этой цели представляется так называемый обобщенный эллипсоид [24]:

$$\left(\frac{x}{a_x}\right)^{2p_x} + \left(\frac{y}{a_y}\right)^{2p_y} + \left(\frac{z}{a_z}\right)^{2p_z} = 1. \quad (17)$$

Он имеет наименьшее возможное для трехмерного тела число параметров — шесть — и позволяет при их вариации описывать достаточно разнообразные формы поверхности. На рис. 2 показаны примеры поверхностей (17) при различных сочетаниях параметров  $a_x, a_y, a_z, p_x, p_y, p_z$ . Из рис. 2 видно, что формула (17) удовлетворительно аппроксимирует форму многих гидролокационных объектов искусственной природы. Аппроксимирующие выражения для выпуклых объектов более сложной формы можно получить представлением отдельных частей поверхности уравнениями вида (17) с различными параметрами и “сшиванием” этих уравнений. Таким способом можно синтезировать поверхности как кусочно-регулярные, так и с разрывной первой производной.

При вычислении оценок параметров  $a_x, a_y, a_z, p_x, p_y, p_z$  происходит их усреднение при числе степеней свободы  $N$ , равном

$$N = E\left(\frac{N_2}{N_d + 1}\right),$$

где  $E(\cdot)$  — символ целой части,  $N_d$  — число связей. В нашем случае  $N_d = 8$  (шесть параметров и два угла между собственной системой координат (17) и земной системой). Несмотря на то, что по гауссовой кривизне  $K_G$  принципиально невозможно найти уравнение невыпуклой поверхности, анализ динамики изменения  $K_G$  как функции направлений зондирования может дать существенную информацию об особенностях невыпуклых поверхностей. Так, если  $K_G$  при изменении направления зондирования изменяется плавно, это означает, что на облученном участке поверхность выпукла. Если при изменении направления зондирования происходит скачкообразное уменьшение/увеличение  $K_G$  на конечную величину, а при дальнейшем изменении направления зондирования — скачкообразное увеличение/уменьшение

$K_G$ , это означает, что на облученном участке имеются две выпуклые эллиптические точки и не менее одной гиперболической (седловой). Если в интервале направлений зондирования есть точка, где скачком уменьшается  $K_G$  на порядок и более, то это — точки уплощения и т.п. (Детальное рассмотрение этого вопроса не входит в задачу данной работы.)

Из (11) видно, что это выражение остается справедливым и в случае, когда скорость звука  $c_0$  — комплексная величина, т.е., формально, в среде, где имеет место дисперсия скорости звука и происходит поглощение его энергии. Из этого прямо следует принципиальная возможность определения гауссовой кривизны  $K_G$  поверхностей целей, погруженных в толщу осадков, и, соответственно, реконструкции формы таких целей, как упомянуто выше.

Практическая возможность получения приемлемой точности реконструкции в этих условиях зависит от ряда ограничивающих факторов. К основным из них относятся:

- ухудшение разрешающей способности из-за увеличения корреляционной длительности эхосигнала от заиленной цели вследствие частотно-зависимого поглощения энергии сигнала [25], а в результате — ухудшение условий разделения “геометрической” и “физической” составляющих в эхосигнале;

- необходимость увеличения числа циклов зондирования для определения направления на цель при априори неизвестных значениях акустических параметров осадков [26];

- пространственно-временная изменчивость скорости звука. Она наиболее выражена в приповерхностном слое до глубины порядка 200–500 м, т.е. именно там, где наиболее востребована реконструкция формы цели. Количественная оценка влияния этого фактора на качество реконструкции формы требует отдельного рассмотрения, выходящего за рамки настоящей статьи. Приближенная оценка влияния вертикального распределения скорости звука показала, что при градиенте скорости, не превышающем по абсолютной скорости  $0.2 \text{ с}^{-1}$ , можно не учитывать рефракцию. В более сложных условиях — при наличии течений и процессе смешивания водных масс с разной температурой и соленостью и т.п. — учет пространственного распределения скорости звука становится необходимым. При этом оценка этого распределения должна производиться оперативно, “здесь и сейчас”, т.к. масштабы временной изменчивости скорости звука могут быть порядка единиц–десятков секунд [27].

Анализ результатов [7–10] дает основание полагать, что при использовании идеологии этих методов окажется возможным производить оперативную оценку скорости звука, используя те же зондирующие сигналы, что и для обнаружения целей. Из изложенного также следует, что рас-

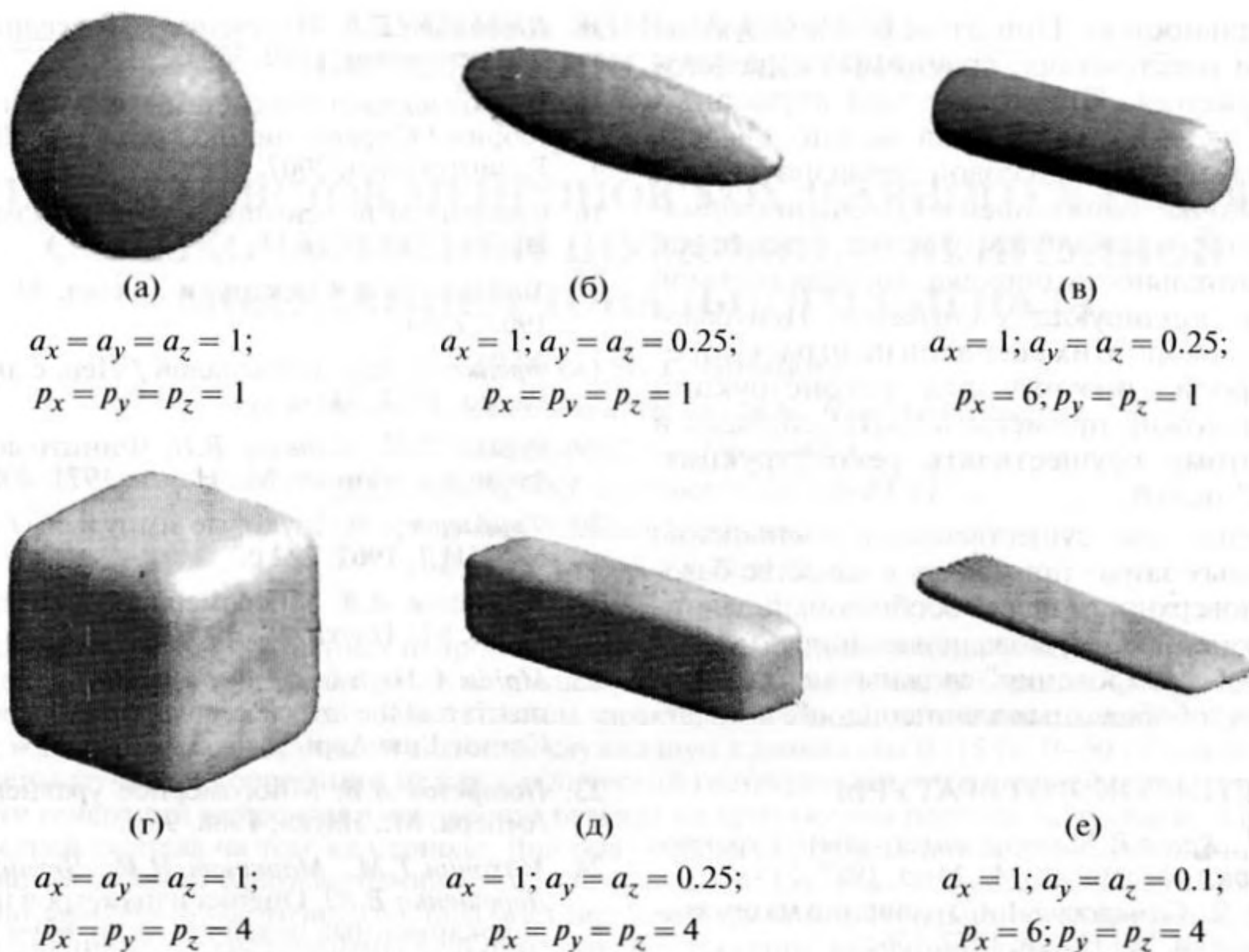


Рис. 2.

смотренный метод реконструкции формы цели должен быть инвариантным к одно- и многолучевому распространению звука.

Для наглядности ниже приводятся основные результаты одного из наиболее простых численных экспериментов. Стандартные расчетные формулы не приводятся, остальные даются без вывода и ссылок.

*Исходные данные:* режим локации – боковой обзор; центральная частота зондирующих сигналов  $f_0 = 60$  кГц, ширина их спектра  $\Delta f = 30$  кГц, разрешение по дальности  $\Delta r = 2.5$  см; антенна линейная с равномерной чувствительностью, ширина ДН в горизонтальной плоскости  $\Delta\varphi_{0.7} = 5^\circ$  (при  $f = f_0$ ), в вертикальной плоскости  $\Delta\theta_{0.7} = 20^\circ$ , внутриимпульсная модуляция с базой  $B = \Delta f T_c = 100$ , частота повторения зондирующих сигналов  $F = 1$  Гц. Цель расположена на глубине 100 м, носитель движется вокруг цели по окружности с постоянной скоростью  $V = 5$  узлов при постоянной наклонной дальности  $r = 500$  м. Полный обход вокруг цели совершается за  $\sim 1231$  с, число контактов  $N_2 = 1231$ .

Предположим, что исследуемая цель – эллипсоид вращения с полуосями  $a_x = 2$  м,  $a_y = a_z = 0.5$  м. В этом случае число связей  $N_d = 5$ , число степеней свободы  $N = 205$ . При  $\varphi_N = 0$

$$R_S = R_{S \max} = \frac{a_y a_z}{a_x \left( \sin^2 \theta_N + \frac{a_z^2}{a_x^2} \cos^2 \theta_N \right)} \approx 0.13 \text{ м.}$$

При  $\varphi_N = 90^\circ$   $R_S = R_{S \max} = a_x = 2$  м. Основной вид помехи – донная реверберация. Отношение сигнал/помеха  $q^2 = 14.5$  при  $R_S = 0.13$  м, при однократном зондировании среднеквадратическая погрешность определения величины  $a_x$  составляет  $\sigma_{ax_1} = 0.18$  м, по всем измерениям  $\sigma_{ax} = 9 \times 10^{-3}$  м. При остальных ракурсах зондирования погрешности соответственно меньше, так что изображение восстановленной цели визуально невозможно отличить от оригинала – эллипсоида (рис. 2б).

## ВЫВОДЫ

Рассмотренная задача реконструкции формы малоразмерных неподвижных гидролокационных объектов, расположенных на дне или в толще донных осадков, принципиально разрешима, если этот объект имеет выпуклую поверхность импедансного типа. При этом локацию искомого объекта необходимо производить с разных направлений. Для этого можно использовать однопозиционный гидролокатор, расположенный на носителе, движущемся относительно объекта по заданной траектории.

Для реконструкции цели необходимо применять зондирующие сигналы с малой корреляци-



онной длительностью. При этом реконструкция возможна на расстояниях, сравнимых с дальностью обнаружения. При отсутствии априорных сведений о цели из эхосигнала можно извлечь только информацию о гауссовой кривизне поверхности цели в точке, ближайшей к ГЛ. Эта информация содержится в начальном участке эхосигнала, имеющем длительность порядка корреляционной длительности зондирующих сигналов. Центральная частота спектра этих сигналов не играет определяющей роли, поэтому для реконструкции формы цели можно применять СШП сигналы и благодаря этому осуществлять реконструкцию “заиленных” целей.

Предлагается для существенного уменьшения вычислительных затрат применять в качестве базовой модели поверхности цели “обобщенный эллипсоид”. Применение этой модели дает широкие возможности “конструирования” сложных моделей поверхностей из “обобщенных эллипсоидов”.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. М.: Мир, 1987. 311 с.
2. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 736 с.
3. Буров В.А., Горюнов А.А., Сасковец А.В., Тихонова Т.А. Обратные задачи рассеяния в акустике. Обзор // Акуст. журн. 1986. Т. XXXII. № 4. С. 433–449.
4. Лучин А.А. Методы решения обратной задачи в радиолокации // Зарубежная радиоэлектроника. 1999. № 8. С. 30–33.
5. Wojarski N.N. A survey of the physical optic inverse scattering identity // IEEE Trans. 1982. V. AP-30. № 5. P. 980–989.
6. Троицкий И.Н. Статистическая теория томографии. М.: Радио и связь, 1989. 240 с.
7. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Трехмерная модель томографического восстановления океанических неоднородностей при неизвестном расположении антенны // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 348–363.
8. Буров В.А., Шуруп А.С., Зотов Д.И., Румянцева О.Д. Моделирование функционального решения задачи акустической томографии для данных от квазиточечных преобразователей // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 3. С. 391–407.
9. Гончаров В.В., Иванов В.Н., Кочетов О.Ю., Курьянов Б.Ф., Серебряный А.Н. Акустическая томография на шельфе Черного моря // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 5. С. 614–622.
10. Гончаров В.В., Чепурин Ю.А., Годин О.А. Пассивная акустическая томография океана при использовании антенн неизвестной формы // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 2. С. 193–201.
11. Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свешников А.Г. Математические модели электродинамики. М.: Высшая школа, 1991. 224 с.
12. Бакельман И.Я., Вернер А.Л., Кантор Б.Е. Введение в дифференциальную геометрию “в целом”. М.: Наука, 1973. 440 с.
13. Александров А.Д., Нецветаев Н.Ю. Геометрия. Учеб. пособие. М.: Наука, 1990. 672 с.
14. Шендеров Е.Л. Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989. 304 с.
15. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория / Справочник под ред. Я.Д. Ширмана. М.: Радиотехника, 2007. 512 с.
16. Федорюк М.В. Асимптотика: интегралы и ряды. М.: Наука, 1988. 544 с.
17. Харкевич А.А. Спектры и анализ. М.: Физматгиз, 1962. 236 с.
18. Френкс Л. Теория сигналов / Пер. с англ. М.: Сов. Радио, 1974. 344 с.
19. Хургин Я.И., Яковлев В.П. Фinitные функции в физике и технике. М.: Наука, 1971. 408 с.
20. Фридендер Ф. Звуковые импульсы / Пер. с англ. М.: ИИЛ, 1962. 224 с.
21. Погорелов А.В. Многомерная проблема Минковского. М.: Наука, 1975. 96 с.
22. Majda A. High frequency asymptotic for the scattering matrix and the inverse problem of acoustic scattering // Comm. Pure Appl. Math. 1977. V. 30. № 3. P. 165–194.
23. Погорелов А.В. Многомерное уравнение Монжа–Ампера. М.: Наука, 1988. 96 с.
24. Махонин Г.М., Маркович И.И., Черниховская Г.Л., Дорошенко В.Ю. Оценка параметров и формы гидролокационных целей // Сб. тр. науч. конф. “Сессия Научного совета РАН по акустике и XXIV сессия Российского Акустического общества”. Т. II. М.: ГЕОС, 2011. С. 225–229.
25. Покровский Ю.О., Черниховская Г.Л. Разрешение гидроакустических эхосигналов от цели в грунте // Труды VII Междунар. конф. “Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики” (ГА-2004). Приложение к научно-техническому сборнику “Гидроакустика”. СПб.: ФГУП ЦНИИ “Морфизприбор”, 2004. С. 368–371.
26. Махонин Г.М., Черниховская Г.Л. Координатные измерения при локации объектов, погруженных в толщу осадков // Сб. тр. XVIII сессии Российского акустического общества. Т. II. М.: ГЕОС, 2006. С. 18–22.
27. Матвиенко В.Н., Тарасюк Ю.Ф. Дальность действия гидроакустических средств. Л.: Судостроение, 1981. 208 с.
28. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. IV, часть I. М.: Наука, 1974. 336 с.
29. Полянин А.Д., Манжиров А.В. Справочник по интегральным уравнениям. М.: Физматлит, 2003. 608 с.
30. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
31. Махонин Г.М., Федосов В.П., Черниховская Г.Л. Обнаружение локационных объектов в сложных средах с поглощением // Радиотехника. 2006. № 2. С. 90–95.
32. Nair N.V., Shanker B., Kempel L. Generalized method of moments: a boundary integral framework for adaptive analysis of acoustic scattering // J. Acoust. Soc. Am. V. 132. P. 1261 (2012).
33. Погорелов А.В. Внешняя геометрия выпуклых поверхностей. М.: Физматгиз, 1969.
34. Тот А.Ф. Расположения на плоскости, на сфере и в пространстве / Пер. с нем. М.: Физматгиз, 1958. 363 с.