## **Е ФИЗИЧЕСКАЯ**

VIIK 534.26:542.34

## МЕДЛЕННАЯ КИНЕТИКА НЕЛИНЕЙНОСТИ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ НЕФТИ ПРИ СДВИГОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ

© 2014 г. И. Б. Есипов\*, О. М. Зозуля\*\*, М. А. Миронов\*\*\*

\*Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина 119991 Москва, Ленинский просп. 65

E-mail: igor.esipov@mail.ru

\*\*Технологическая компания Шлюмберже Москва, Ленинградское ш. 16а, стр. 3

\*\*\*Акустический институт им. Н.Н. Андреева 117036 Москва, ул. Шверника 4
Поступила в редакцию 01.08.2013 г.

Ранее нами была обнаружена медленная эволюция вязкоупругих модулей тяжелой сырой нефти. В течение 72 часов велись измерения модуля сдвига на частотах 0.5, 5 и 50 Гц при различных температурах. Новые исследования зависимости комплексного модуля сдвига от амплитуды деформации выявили логарифмический рост во времени параметра нелинейности для этого образца нефти. Экспериментально установлено, что комплексный модуль сдвига линейно зависит от амплитуды сдвиговых возмущений, что возможно при линейной зависимости величины вязкоупругих характеристик от модуля деформации среды.

Ключевые слова: сложные среды, вязкоупругость, медленная кинетика, параметр нелинейности.

DOI: 10.7868/S0320791914020038

Известно, что сложные структуры, например, гранулированные среды или вязкоупругие жидкости, проявляют свойство аномально медленного перехода к состоянию равновесия. Если характеризовать внутреннее состояние среды некоторым параметром  $\xi$  (параметр порядка, дефектность и т.п.), то при малых отклонениях внутреннего параметра  $\xi$  среды от равновесного значения  $\xi_{eq}$  скорость изменения внутреннего параметра будет пропорциональна величине отклонения  $\Delta \xi = \xi - \xi_{eq}$ 

$$\dot{\xi} = -\tau^{-1} \Delta \xi. \tag{1}$$

Здесь т — время релаксации, являющееся еще одним внутренним параметром, описывающим среду. В результате параметр порядка при начальном отклонении от состояния равновесия  $\xi_{\infty}$  на величину Δξ возвращается к своему равновесному значению по экспоненциальному закону  $\xi(t) = \xi_{\infty} +$  $+\Delta \xi \exp(-t/\tau)$ . На основе этого подхода строится известная теория релаксационного поглощения звука (см., например, [1], стр. 435). Такой подход хорошо описывает релаксационные процессы в однородных средах и допускает обобщения для сред с несколькими временами релаксации или даже для непрерывного спектра времен релаксации. Однако в рамках этих обобщений времена релаксации предполагаются постоянными, не зависящими от величины ξ.

В сложных средах при больших временах наблюдения вместо экспоненциального закона может реализовываться совершенно другая зависимость:  $\xi(t) \sim \lg t$ . Отмечаются также степенные зависимости  $\xi(t) \sim t^{\varepsilon}$  с показателями степени малыми по сравнению с единицей. Например, в кинетике фазовых переходов на стадии коалесценции средний размер зародышей растет пропорционально  $t^{1/3}$  [2]. Моделирование гранулированных сред с иерархическими структурами дает примерно такую же зависимость от времени интегральных параметров среды [3]. В работе [4] наблюдалось логарифмическое во времени изменение модуля Юнга в образцах горных пород при естественной релаксации дефектов. Аналогичная зависимость вязкости от времени наблюдалась в акустических экспериментах с буровым раствором в работах [5, 6]. В [7] исследована медленная эволюция прохождения звука через гранулированную среду. Логарифмическое во времени изменение скорости распространения рэлеевской волны в грунте зафиксировано в [8]. В работе [9] нами была экспериментально показана медленная эволюция вязкоупругих модулей сырой нефти, когда значения модулей сдвига увеличиваются пропорционально lgt. Там же обсуждается теоретическая модель такого процесса. Модель предполагает введение понятия энергии активации  $U(\xi)$ , достаточной для перевода слож-

ной системы в новое состояние. Эта энергия зависит от внутреннего параметра ξ. Такое понятие позволяет предложить больцмановский статистический подход к нахождению скорости перехода первоначально неравновесной системы в равновесное состояние. Скорость перехода пропорциональна экспоненте, в показателе которой стоит отношение энергии активации к средней энергии T, доступной элементу среды. При статистическом подходе внутренний параметр системы распределен с определенной вероятностью по всем своим значениям. После усреднения можно получить, что текущее среднее значение внутреннего параметра уменьшается за счет ухода в равновесное значение со скоростью, пропорциональной  $\exp(-U(\xi)/T)$ , и увеличивается за счет прихода из равновесного состояния со скоростью, пропорциональной  $\exp(-U(\xi_{eq})/T)$ . В результате получается дифференциальное уравнение, описывающее эволюцию параметра Е:

$$\dot{\xi} = -\frac{1}{\tau} \left[ \exp(-U(\xi)/T) - \exp(-U(\xi_{eq})/T) \right]. \tag{2}$$

Характерное время т здесь общее для обеих экспонент. Похожий подход был использован и в работе [10], где рассмотрено медленное уплотнение гранулированной среды при ее импульсном возбуждении. Естественно предположить, что энергия активации - монотонная функция внутреннего параметра, увеличивающаяся с его ростом. Физически это означает, что, например, для нефти с увеличением размера частиц требуется все большая энергия для дальнейшей эволюции системы. Другими словами, процесс укрупнения частиц становится все более затрудненным. Предположим, что энергия активации – линейная функция внутреннего параметра:  $U(\xi) = K\xi$ . В этом случае было получено аналитическое решение уравнения (2) [9]. Хотя понятно, что численное интегрирование этого уравнения возможно и для более сложных функций  $U(\xi)$ .

В экспериментальных исследованиях регистрируются такие параметры среды, как вязкость, упругость. Поэтому в качестве внутреннего параметра или энергии активации можно использовать непосредственно коэффициенты вязкости или упругости. Для определенности будем рассматривать изменение вязкости жидкости  $\mu$ . Предположим, что энергия активации пропорциональна вязкости  $U = K\mu$  (чем больше вязкость, тем большая энергия требуется для изменения внутренней структуры среды). Вместо уравнения (2) можно записать уравнение непосредственно для вязкости:

$$\dot{\mu} = -\frac{\mu_0}{\tau_0} \left[ \exp(-K\mu/T) - \exp(-K\mu_{eq}/T) \right],$$
 (3)

где  $\mu_0$ ,  $\tau_0$  — характерные вязкость и время, соответствующие началу кинетического процесса,

 $\mu_{eq}$  — равновесное значение вязкости. При малых отклонениях вязкости от равновесного значения (3), т.е. при  $\mu \to \mu_{eq}$ , выражение (3) можно переписать в виде традиционного релаксационного уравнения

$$\dot{\mu} = -\frac{\mu_0}{\tau(\mu)} \cdot \frac{K(\mu - \mu_{eq})}{T}$$

со временем релаксации, зависящим от  $\mu$ ,  $\tau(\mu) = \tau_0 \exp(K\mu/T)$ . Заметим, что в химической кинетике уравнения типа (3) можно получить вполне регулярным образом, исходя из уравнений для сильно неравновесных процессов (см., например, [11]). При определенных условиях решение уравнения (3) дает логарифмическую зависимость вязкости от времени:

$$\frac{\mu - \mu_{eq}}{T/K} \approx \ln t. \tag{4}$$

Анализ показывает, что стадия логарифмического роста не зависит от конечной вязкости. В частности, если положить равновесную вязкость равной бесконечности, длительность логарифмической стадии также будет бесконечной.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования медленной кинетики нелинейных свойств вязкоупругих модулей нефти. Измерены зависимости вязкоупругих модулей сдвига от времени для образца сырой, дегазированной и обезвоженной тяжелой нефти при различных, возрастающих амплитудах колебаний сдвиговых деформаций. Основная цель заключается в исследовании зависимости модулей сдвига от амплитуды колебаний деформации и определении коэффициента нелинейности. Состав исследуемой нефти и методика измерений подробно описана в [9].

Вязкоупругие модули определялись методом ротационной реометрии в режиме сдвиговых гармонических деформаций на ротационном реометре Anton Paar Physica MCR 501 с использованием системы типа "конус—плоскость". При этом, в отличие от работы [9], деформация ε образцов была как существенно меньше единицы (линейные возмущения среды), так и порядка единицы (нелинейные возмущения). В упругих средах напряжение сдвига σ пропорционально сдвиговой деформации ε. В вязких жидкостях величина σ, кроме того, будет пропорциональна и скорости сдвиговой деформации έ.

В нашем случае сдвиговая деформация изменялась по гармоническому закону  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t}$ , где  $\varepsilon_0$  — амплитуда гармонических колебаний деформации и  $\omega$  — частота осцилляций. Объединяя вклады упругой и вязкой составляющих, запишем уравнение состояния для вязкоупругой среды при осциллирующих деформациях в виде

$$\sigma(t) = G \varepsilon + \mu \dot{\varepsilon} = (G + i\omega\mu)\varepsilon = (G + iG')\varepsilon, \tag{5}$$

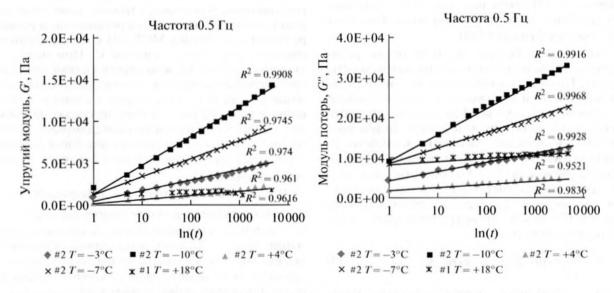
Компонентный сос	став тестируемы	х образцов
------------------	-----------------	------------

Образец	Алканы, циклоалканы, %	Ароматические компоненты, %	Смолы, %С	Асфальтены, % А	C/A
#1	22.50	23.60	44.8	9.98	4.49
#2	41.6	26.0	19.50	13.13	1.49

где G' - модуль упругости, характеризующий упругую часть модуля сдвига, а  $G'' = \omega \mu - модуль$ потерь. Он определяет вязкую часть модуля сдвига. Вместе они составляют комплексный модуль упругости при слвиге G = G' + iG''. В качестве объектов исследования были взяты образцы нефти, обозначенные как #1 и #2. Компонентный состав этих образцов (таблица) был определен по технологии SARA (см. [9]). Установка была обеспечена системой термостабилизации, которая позволяла поддерживать температуру с точностью до 0.01°C. Измерения проводились на образцах тяжелой нефти: #1 при температуре +18°C; #2 при температурах -10°C, -7°C, -3°C, +4°C. Температура застывания этой нефти равна приблизительно −30°С. Для образца нефти #1 была выбрана температура измерения +18°C, так как именно при такой температуре начальное значение модуля потерь данного образца совпадало с начальным значением модуля потерь образца нефти #2, полученным при температуре -7°C и частоте, равной 0.5 Гц. Таким образом можно сравнить изменения во времени модуля потерь в зависимости от компонентного состава образцов.

Исследовалась зависимость напряжения сдвига от деформации образцов нефти в зазоре между неподвижной плоскостью и конусом, совершающим вращательные осцилляции. Благодаря использованию системы конус—плоскость все элементы среды в процессе измерений испытывали одинаковые деформации, минимальная из них была 0.086. Предполагается, что осцилляции с такой амплитудой не вызывают заметных изменений в структуре среды во время измерений, в частности, не влияют на текущие значения измеряемых параметров G', G''. При этом отношение длины вязкоупругой волны к ширине зазора на всех частотах существенно превышает единицу, что обеспечивает условие однородности деформации жидкости поперек зазора при всех режимах измерений.

На рис. 1а, 16 представлены результаты измерений кинетики вязкоупругих модулей при осцилляциях малой амплитуды на частоте 0.5 Гц. По оси абсцисс отложено в логарифмическом масштабе время в минутах. По оси ординат — упругие модули в линейном масштабе. На графиках  $R^2$  оценка статистической достоверности логарифмической аппроксимации результатов экспериментального наблюдения. Все зависимости показывают существенный рост модуля сдвига за время наблюдения для образца нефти #2 как для вещественной, так и мнимой частей. Представленные в логарифмическом масштабе во времени все графики имеют выраженный линейный рост модулей сдвига. Это означает, что модуль сдвига исследуемой среды зависит от времени по закону  $G(t) \sim \lg t$ .



**Рис. 1.** Зависимости модуля сдвига от времени для образца #1 при температуре  $+18^{\circ}$ С и для образца #2 при температурах:  $+4^{\circ}$ С,  $-3^{\circ}$ С,  $-7^{\circ}$ С,  $-10^{\circ}$ С. Частота 0.5 Гц. Вещественная часть модуля сдвига (а); мнимая часть (б).

Эта зависимость прослеживается вплоть до максимального времени наблюдения, не проявляя тенденции к насыщению. Возможно, если бы эксперимент был продолжен, логарифмическая зависимость прослеживалась бы и далее. Отметим, что при понижении температуры вещественная и мнимая части модуля заметно - в несколько раз – растут. При этом мнимая (диссипативная) часть модуля по абсолютной величине больше действительной при всех температурах. Это означает, что исследуемая среда проявляет в этих условиях в большей степени свойства жидкости, нежели твердого тела. Из этих данных видно, что при одинаковых начальных значениях 6" скорость эволюции вязкоупругих модулей нефти #2 оказывается значительно выше, чем нефти #1.

В работах [12-15] было установлено, что аномалия вязкости (сильная зависимость эффективной вязкости нефти от напряжения сдвига или градиента скорости) наблюдаются из-за присутствия в нефти кристаллов высокомолекулярных парафиновых углеводородов или мицелл асфальтенов. Аномалия вязкости усиливается с увеличением концентрации твердой фазы в нефти. Таким образом, рост модуля упругости и модуля потерь в течение времени можно объяснить ассоциацией молекул асфальтенов и выпадением парафинов. Следует отметить, что наличие внутренней структуры — упорядоченных микрообластей — можно предполагать и в чистых жидкостях. На это, в частности, указывают и результаты работ [16–18], где исследована сдвиговая упругость органических жилкостей.

Остановимся подробнее на влиянии содержания смол и асфальтенов на вязкоупругие свойства нефти. Как известно, смолы увеличивают стабильность асфальтенов в нефти [12]. Они влияют на агрегацию асфальтенов [13, 14]. Предполагается, что смолы образуют пространственный стабилизирующий слой вокруг асфальтеновых ассоциатов, который предотвращает их флокуляцию (слипание). Таким образом, в нефти асфальтеновые ассоциаты имеют оболочку из смол.

Отношение концентрации смол и асфальтенов (С/А) у образца нефти #1 в три раза выше по сравнению с образцом #2 (таблица). Это косвенно указывает на то, что образец #1 является более стабильным, чем образец #2, так как в нефти #1 асфальтены экранированы смолами лучше по сравнению с нефтью #2 и вероятность флокуляции асфальтенов в образце #1 ниже. Таким образом, когда в нефти наблюдается дефицит смол (нефть #2), асфальтеновые ассоциаты беспрепятственно объединяются вместе. В результате асфальтеновые ассоциаты в нефти #2 крупнее и хуже экранированы смолами, чем в нефти #1. Этим можно объяснить результаты наших экспериментов.

На графиках рис. 1 угол наклона зависимостей вязкоупругих модулей от логарифма времени у

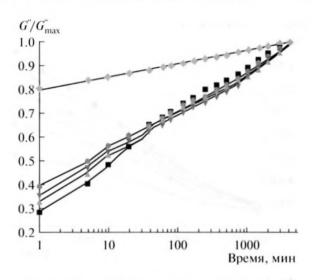
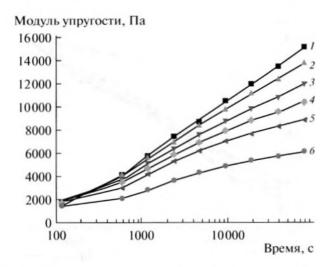


Рис. 2. Сравнение зависимостей нормированных модулей потерь от времени при разных температурах: ■  $-10^{\circ}$ C;  $-7^{\circ}$ C;  $-3^{\circ}$ C;  $+4^{\circ}$ C;  $+18^{\circ}$ C (нефть #1). Частота 0.5 Гц.

образца нефти #2 гораздо больше, чем у образца нефти #1. Это объясняется более стабильной структурой образца нефти #1, в отличие от образца #2, вязкость которого значительно быстрее увеличивается во времени именно из-за образования асфальтеновых ассоциатов. При повышении температуры логарифмический наклон монотонно уменьшается. Качественно это соответствует следующей схеме: в начальном состоянии нефть имеет примерно одинаковую и однородную структуру, конечное равновесное состояние зависит от температуры, при которой поддерживается среда в процессе эксперимента. Чем ниже температура, тем более структурировано равновесное состояние нефти и тем дальше от состояния равновесия находится среда в начальный момент времени, что приводит к более быстрому изменению состояния.

На рис. 2 приведены нормированные на соответствующие максимальные значения зависимости *G*" от времени для частоты 0.5 Гц при разных температурах. Видно, что для нефти #2 при всех температурах эти зависимости мало отличаются друг от друга. Аналогичные характеристики нефти #1 отличаются существенно меньшим наклоном.

На следующем этапе была исследована особенность развития медленной кинетики нефти в зависимости от амплитуды периодических сдвиговых возмущений. Поскольку наиболее выраженные изменения в значениях модулей сдвига происходили с образцом #2, то исследование нелинейности сдвиговых колебаний при медленной кинетике вязкоупругих свойств нефти было выполнено с этим образцом нефти при температуре минус 10°С. По-прежнему мы изучали медленную кинетику комплексного модуля сдвига в течение длительного времени (80000 с) с периоди-



**Рис. 3.** Зависимость модуля упругости от времени при различных амплитудах деформации. Кривые сверху вниз: 8.7%, 17.1%, 29.4%, 50%, 87%, 149%. Частота 0.5 Гц.

ческими сеансами измерений модуля сдвига. Каждый из сеансов состоял из нескольких измерений с разными амплитудами деформации в диапазоне от 8.7 до 149%. После каждого измерения выдерживалась пауза и измерение снова повторялось.

На рис. 3 представлены зависимости модуля упругости от времени при различных амплитудах деформации, меняющихся от 8.7 до 149% (кривые сверху вниз). Видно, что модуль упругости попрежнему растет со временем по логарифмическому закону, что определяет медленную кинетику их величин. С ростом амплитуды сдвиговой деформации величина модуля уменьшается, и такая реакция среды усиливается со временем. Другими словами, со временем параметры образца нефти становятся все более зависимыми от амплитуды сдвиговых возмущений.

В силу симметрии при чисто сдвиговых деформациях нелинейная компонента связи напряжение—деформация должна быть антисимметричной относительно нуля функцией. Часто принимается, что нелинейное слагаемое в этой связи описывается кубической параболой

$$\sigma = G\varepsilon(1 + \alpha\varepsilon^2),\tag{6}$$

где  $\alpha$  — параметр нелинейности. В соответствии с такой моделью при гармонических колебаниях деформации  $\varepsilon \sim A\cos(\omega t)$  усредненный по периоду колебаний модуль сдвига зависит от амплитуды колебаний A квадратичным образом:  $G_e = G(1 + \alpha \langle \varepsilon^2 \rangle) = G\left(1 + \frac{1}{2}\alpha A^2\right)$ . Такая зависимость типична для снижения вязкости с ростом скорости сдвига (при отрицательном значении параметра нелинейности  $\alpha$ ). Однако в наших экспериментах при малых деформациях отчетливо проявляется линейная заформациях отчетливо проявляется линейная заформациях

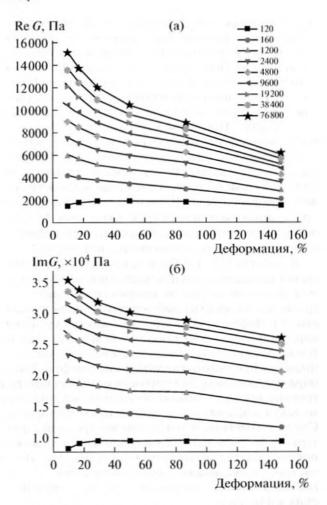


Рис. 4. Зависимость модуля сдвига от амплитуды деформации в разные моменты времени: а) вещественная часть модуля сдвига (упругость); б) мнимая часть (потери). Частота 0.5 Гц.

висимость  $G_e$  от A:  $G_e = G(1 - \beta A)$  (рис. 4). Такая зависимость заставляет отказаться от кубической нелинейности в уравнении (6). Единственно возможная зависимость, обеспечивающая, с одной стороны, антисимметричность связи  $\sigma$  и  $\varepsilon$ , а с другой стороны, линейность связи эффективного модуля сдвига с амплитудой сдвиговых колебаний, является зависимость, содержащая модуль деформации:

$$\sigma = \mu \varepsilon (1 - \beta |A|). \tag{7}$$

Коэффициент  $\beta = (1/G)\partial G/\partial A$  (параметр нелинейности модуля сдвига) определяется из наклона экспериментальных кривых рис. 4 при минимальных амплитудах деформации. Видно, что параметр нелинейности модуля сдвига является положительной величиной — с ростом амплитуды возмущений как упругость, так и потери в среде уменьшаются. Значение коэффициента  $\beta$  при этом мы будем определять при малых деформациях, ко-

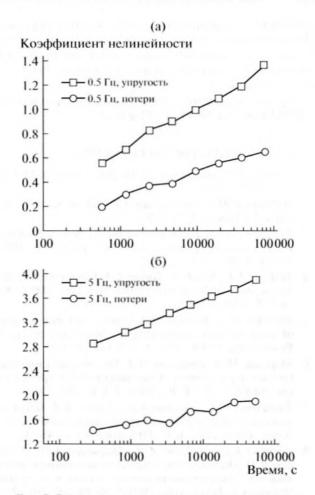
гда, собственно говоря, и справедливы выражения (6) и (7).

На рис. 5 показаны зависимости действительной и мнимой величины коэффициента В от времени (для вещественной и мнимой частей G), причем ось времени взята в логарифмическом масштабе. Коэффициенты построены по разностям значений модулей в двух точках деформаций — 8.7 и 14%. Видно, что коэффициенты нелинейности, так же как и сами величины модулей G, G', увеличиваются пропорционально логарифму времени и тем самым характеризуют медленную кинетику состояния исследуемого образца нефти. Коэффициент нелинейности модуля сдвига в несколько раз больше коэффициента нелинейности модуля потерь. Коэффициенты нелинейности на частоте 5 Гц в несколько раз больше коэффициентов нелинейности на частоте 0.5 Гц. Несмотря на то, что абсолютное значение величины параметра нелинейности возрастает с частотой, скорость его эволюции во времени снижается.

Неаналитическое описание нелинейности модуля упругости можно, вероятно, применять и к другим сложным средам, прежде всего, к твердым средам с дефектами. В работах, посвященных нелинейным акустическим эффектам в таких средах, отчетливо наблюдались противоречащие классической нелинейной теории упругости эффекты: генерация в поле сдвиговых волн второй сдвиговой гармоники [19], линейная зависимость скорости распространения продольных волн и поглощения от амплитуды [20, 21]. В работе [19], пожалуй, впервые отмечен эффект медленной кинетики акустических свойств структурно неоднородного материала. В работе [20], в частности, предложена неаналитичная зависимость коэффициента нелинейности в виде функции, содержащей деформацию є и signė — знак скорости деформации. Заметим, что физический смысл такой зависимости неясен. Мы также не можем пока дать адекватное описание возможных физических процессов, приводящих к зависимостям типа (7). Особенности нелинейности структурнонеоднородных сред применительно к методам нелинейной акустической диагностики рассмотрены в работе [22].

В заключение перечислим основные результаты этой работы.

Обнаружено, что реологические характеристики нефти медленно эволюционируют во времени, вязкоупругие модули изменяются во времени приблизительно по логарифмическому закону. Ранее подобная закономерность наблюдалась в структурированных твердых и сыпучих (гранулированных) средах. Впервые показано, что и параметр нелинейности модуля сдвига исследованного образца нефти также растет пропорционально логарифму времени. Другими словами, нелиней-



**Рис. 5.** Эволюция параметра нелинейности  $\beta$  во времени:  $\square$  Re $\beta$ ,  $\bigcirc$  Im $\beta$ . Частота осцилляций 0.5 Гц (а), частота осцилляций 5 Гц (б).

ные свойства вязкоупругой среды также имеют медленную кинетику своих значений. Изменение модулей упругости тяжелой нефти зависит также от температуры и частоты колебаний.

Для более полного количественного описания и предсказания результатов экспериментов необходимо развитие модели в направлении учета частотных зависимостей модулей упругости. Необходимо развитие адекватной физической количественной модели структуры сильновязкой нефти с учетом уже полученных экспериментальных зависимостей.

Заметим, что представленные здесь результаты медленной эволюции реологического состояния вязкоупругой среды экспериментально можно наблюдать преимущественно неконтактными методами, например, акустическими, предполагающими малую деформацию или малые возмущения исследуемого вещества. В наших опытах деформация среды составляла величину 0.086 ≪ 1 для измерения вязкоупругого модуля сдвига. Деформация менялась до 1.5 при определении не-

линейных параметров этой характеристики. Применение методов измерений с меньшей величиной возмущения среды позволит повысить диапазон исследуемых параметров и точность их определения.

Проект выполнен при частичной поддержке РФФИ (проект № 11-02-01060-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М: Наука, 1986. 736 с.
- 2. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М: Наука, 1979. 528 с.
- Kertesz J., Török J., Krishnamurthy S., Roux S. Slow dynamics in self-organizing systems // Physica A. 2002. V. 314. P. 567–574.
- TenCate J.A., Smith E., Guyer R.A. Universal slow dynamics in granular solids // Phys. Rev. Let. 2000. V. 85. № 5. P. 1020–1023.
- Pyatakov P.A., Mironov M.A. Tuning-fork investigation of shear stresses nonlinearity in thixotropic media // Proceedings ISNA. 2002. V. 2. P. 815–819.
- Миронов М.А., Пятаков П.А. Медленная кинетика сильно неравновесных процессов // Сб. трудов XV сессии РАО. М: ГЕОС, 2004. Т. 1. С. 283—286.
- Баженова Е.Д., Вильман А.Н., Есипов И.Б. Флуктуации акустического поля в гранулированной среде // Акуст. журн. 2005. Т. 51. Приложение. С. 46–52.
- Авербах В.С., Лебедев А.В., Марышев А.П., Таланов В.И. Наблюдение эффектов медленной динамики в неконсолидированных средах в натурных условиях // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 2. С. 208—215.
- Миронов М.А., Шеломихина И.А., Зозуля О.М., Есипов И.Б. Медленная кинетика вязкоупругих свойств нефти при низкочастотных сдвиговых колебаниях // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 132—140.
- Boutreux T., De Gennes P.G. Compaction of granular mixtures: a free volume model // Physica. 1997. A. 244. P. 59–67.
- Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. М: Мир, 1967. 544 с.

- Девликамов В.В., Хабибуллин З.А., Кабиров М.М. Исследование аномалии вязкости пластовых нефтяных месторождений Башкирии // Изв. вузов. Нефть и газ. 1972. № 8. С. 41–44.
- Lian H.J., Lin J.R., Yen T.F. Peptization studies of asphaltene and solubility parameter // Spectra. Fuel. 1994. V. 73. P. 423–428.
- Hammami A., Ferworn K.A., Nighswander J.A., Overa S., Stange E. Asphaltenic crude oil characterization: an experimental investigation of the effect of resins on the stability of asphaltenes // Pet. Sci. Technol. 1998. V. 16. P. 227–249.
- Carnahan N.F., Salager J.L., Antón R., Dávila A. Properties of resins extracted from boscan crude oil and their effect on the stability of asphaltenes in boscan and hamaca crude oils // Energy Fuels. 1999. V. 13. P. 309—314.
- Бадмаев Б.Б., Будаев О.Р., Дембелова Т.С. Распространение сдвиговых волн в полименрных жидкостях // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 5. С. 610–614.
- Бадмаев Б.Б., Дамдинов Б.Б. Исследование вязкоупругих свойств органических жидкостей акустическим методом // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 4. С. 487–489.
- Бадмаев Б.Б., Бальжинов С.А., Дамдинов Б.Б., Дембелова Т.С. Низкочастотная сдвиговая упругость жидкостей // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 5. С. 602–605.
- Гедройц А.А., Зарембо Л.К., Красильников В.А. Сдвиговые волны конечной амплитуды в поли- и монокристаллах металлов // ДАН СССР. 1963. Т. 150. С. 515–518.
- Johnson P., Sutin A. Slow dynamics and anomalous nonlinear fast dynamics in diverse solids // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. № 1. P. 124–130.
- Коробов А.И., Одина Н.И., Мехедов Д.М. Влияние медленной динамики на упругие свойства материалов с остаточными и сдвиговыми деформациями // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 4. С. 438–444.
- 22. *Руденко О.В.* Гигантские нелинейности структурно-неоднородных сред и основы методов нелинейной акустической диагностики // УФН. 2006. Т. 176. № 1. С. 77—95.