АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2013, том 59, № 6, с. 782–783

ДИСКУССИЯ

УДК 539.3

ЗАМЕЧАНИЕ К СТАТЬЕ "ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В МАТЕРИАЛАХ С ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНЫМИ ПОКРЫТИЯМИ" (Акустический журнал, 2012, Т. 58, № 3, С. 370–385) И ОТВЕТ АВТОРОВ

DOI: 10.7868/S0320791913060051

1. В статье [1] на стр. 371 допущена неточность. Указано, что работа [2] (в статье – [6]) выполнена в НИИ механики и прикладной математики Ростовского госуниверситета. На самом деле в монографии [2] обобщены результаты, полученные в Южном научном центре РАН, что отражено на титульном листе книги.

2. В замечании на стр. 372 [1] искажена суть метода, использованного в [2] для построения матрицы Грина. Обычно методы, использующиеся в большинстве работ по исследованию динамики фукционально-градиентных (или с непрерывно изменяющимися свойствами) сред, основаны на сведении системы уравнений Ляме с переменными коэффициентами к системе уравнений 1-го порядка. При этом в [1], как и в работах [5–8], использовался предложенный в 1978 г. подход [3]: система уравнений 1-го порядка строится относительно компонент вектора перемещений (в [1] – его потенциальной и вихревой составляющих) и их производных.

При всей кажущейся эффективности этого подхода у него есть недостатки. Во-первых, в матрицах систем 1-го порядка (в [1] – формулы (13)) участвуют производные упругих модулей. Тем самым на функции, описывающие закон изменения свойств среды, нужно накладывать ограничение: они должны быть достаточно гладкими и дифференцируемыми. Последнее исключает наличие изломов и разрывов. Во-вторых, при удовлетворении граничных условий и условий стыковки (в [1] – формулы (3) и (7)) нужны дополнительные операции по восстановлению компонент вектора напряжений.

В 2004 г. предложенный метод [3] был усовершенствован [4]. При построении системы 1-го порядка вместо производных компонент вектора перемещений предложено использовать их комбинации – компоненты вектора напряжений, ориентированного по нормали к поверхности среды. Таким образом, система уравнений 1-го порядка строится относительно компонент вектора перемещений и компонент нормального вектора напряжений. Именно такая модификация метода была использована в работе [2].

В результате:

1. В матрице системы 1-го порядка отсутствуют производные упругих модулей. Это позволяет существенно расширить класс функций, определяющих градиентность изменения свойств среды.

2. В рамках единого подхода можно использовать функции, имеющие излом, а также разрывы, и, тем самым, рассматривать слоисто-неоднородные среды. Компоненты векторов перемещений и напряжений – решения указанной выше системы 1-го порядка в условиях сплошности среды – всегда являются непрерывными функциями, что бы ни происходило с упругими модулями, плотностью или коэффициентом Пуассона.

3. Отпадает необходимость в дополнительных операциях при удовлетворении граничных условий (3), поскольку необходимые для дальнейших построений компоненты вектора напряжений получаются автоматически наряду с компонентами вектора перемещений.

Эффективность этого подхода была продемонстрирована на широком классе задач для функционально-градиентного упругого полупространства, неоднородного полупространства с начальными напряжениями, функционально-градиентного пьезоактивного полупространства, неоднородного полого цилиндра, цилиндра, заполненного находящейся под большим давлением жидкостью [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Глушков Е.В., Глушкова Н.В.* Поверхностные волны в материалах с функционально-градиентными покрытиями // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 3. С. 370–385.
2. *Калинчук В.В., Белянкова Т.И.* Динамика поверхности неоднородных сред. М.: Физматлит, 2009. 312 с.
3. *Ананьев И.В., Бабешко В.А.* Колебания штампа на слое с переменными по глубине характеристиками // МТТ. 1978. № 1. С. 64–69.
4. *Калинчук В.В., Белянкова Т.И.* О динамике среды с непрерывно изменяющимися по глубине свойствами // Изв. вузов. Сев.-Кав. регион. Естест. науки. 2004. Спецвыпуск. С. 46–49.
5. *Калинчук В.В., Полякова И.Б.* О возбуждении преднапряженного цилиндра // ПММ. 1981. Т. 45. Вып. 2. С. 384–389.

6. *Ананьев И.В., Калинчук В.В., Полякова И.Б.* О возбуждении волн вибрирующим штампом в среде с неоднородными начальными напряжениями // ПММ. 1983. Т. 47. Вып. 3. С. 483–491.
7. *Калинчук В.В., Лысенко И.В., Полякова И.Б.* Об особенностях взаимодействия колеблющегося штампа с неоднородным тяжелым основанием // ПММ. 1989. Т. 53. Вып. 2. С. 301–308.
8. *Калинчук В.В., Белянкова Т.И.* Динамические контактные задачи для предварительно напряженных тел. М.: Физматлит, 2002. 240 с.

В.В. Калинчук, Т.И. Белянкова

1. По первому вопросу. Мы работали вместе с В.В. Калинчуком в НИИ механики и прикладной математики Ростовского университета и знаем, что в 1980–2000 годы он тоже занимался этой тематикой. Мы включили его с Т.И. Белянковой книгу в список работ ростовской школы Воровича–Бабешко по функционально-градиентным материалам (ФГМ), так как в ней имеется подробная библиография всех их прежних работ. В.В. Калинчук настаивает на том, что метод, описанный в этой книге, появился только в 2004 г., после образования ЮНЦ (хотя мы слышали о нем и до этого). Тем самым получается, что он отказывается от части своих достижений прежних лет.

2. Существуют различные подходы к численному построению матрицы Грина ФГМ. В нашей статье не ставилась цель дать их сравнительную характеристику. Главной целью было показать влияние вида градиентности покрытия на характеристики поверхностных акустических волн (ПАВ), возбуждаемых заданным источником. Ее основное содержание составляют результаты сравнительного анализа характеристик ПАВ для четырех видов покрытия. К этой части у наших оппонентов претензий нет, поскольку при любом корректном решении задачи результат получается таким же. Вопрос о том, какие при этом использовались методы, отходит здесь на второй план.

Самостоятельный интерес представлял также вопрос: можно ли аппроксимировать непрерывное изменение свойств кусочно-постоянной зависимостью, т.е. заменять ФГМ многослойной средой. Например, С.М. Айзикович в своих работах (см., например, обзор в цитируемой монографии [5]) всегда подчеркивал, что такая замена может привести к принципиальным отличиям. С другой стороны, при достаточном числе разбиений ступенчатая аппроксимация обычно дает верные характеристики волн, регистрируемых на поверхности ФГМ волноводов. После очередной оживленной дискуссии, развернувшейся по этому вопросу после доклада С.М. Айзиковича на конференции "Современные проблемы механики сплошной среды", Ростов-на-Дону, 1–5 декабря 2008 г., мы решили разобраться в этом вопросе. Провели численные сопоставления и выяснили, что верны обе точки зрения. С одной стороны, для расчета ПАВ можно заменять ФГМ многослойной средой, причем для некоторых зависимостей это более эффективно, а для некоторых – нет (см. рис. 3d). С другой стороны, для индентирования (контактная задача), напротив, важно поведение Фурье-символа матрицы Грина на бесконечности, а оно может быть качественно различным для ФГМ и многослойных материалов.

3. Мы не считаем, что существует какой-то самый лучший метод и все обязаны пользоваться только им. Это во многом вопрос вкуса, опыта, конкретных условий задачи. Наш соавтор С.И. Фоменко провел сопоставления со всеми численными результатами по ПАВ в ФГМ, которые мы нашли в печати, в том числе и с результатами В.В. Калинчука и Т.И. Белянковой. Все совпало. При этом выяснилось, что у алгоритма, не содержащего в явном виде производных упругих констант, нет ожидаемых преимуществ.

Дело в том, что в случае кусочно-непрерывной зависимости свойств среды от глубины искомое решение хоть и непрерывно, но негладко. Из-за разрыва коэффициентов в представлении компонент напряжений через перемещения (соотношение (5)) решение имеет излом на границах слоев. Если при численном решении ОДУ с разрывными коэффициентами полагаться на автоматическое удовлетворение условий непрерывности, то при прохождении этих точек приходится измельчать шаг, что приводит к дополнительным затратам. Если же проводить численное интегрирование только внутри интервалов непрерывности, используя для перехода от одного интервала к другому условия стыковки на границах слоев (в нашем случае условия (7)), то такого измельчения шага не требуется и численные затраты примерно одинаковы, независимо от того, в какой форме выписана матрица системы ОДУ. При этом и в нашем случае не надо накладывать дополнительных ограничений на функции, описывающие закон изменения свойств среды, как это утверждается в замечании. Они также могут быть разрывными.

На этом для нас вопрос был закрыт, а вывод был сформулирован в виде краткого замечания о том, что при использовании условия (7) оба алгоритма численно эквивалентны. Это замечание В.В. Калинчук квалифицировал как искажение сути их подхода. Но это не так – мы указали, что они эквивалентны именно при использовании условия стыковки (7), иначе пришлось бы писать, что их подход, не использующий условия стыковки при прохождении точек разрыва упругих свойств, оказался более затратным. Хотя в целом это не так важно, т.к. оба подхода дают одинаковые результаты.

Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова