

УДК 534.222

ДИНАМИКА ИСТЕЧЕНИЯ КРОВИ ПРИ ВЕНЕПУНКЦИИ И ОЦЕНКА ВЯЗКОСТИ ПО ВАРИАЦИЯМ ДАВЛЕНИЯ И ПОТОКА

© 2013 г. О. В. Руденко^{1, 2, 3, 4}, Ю. Н. Маков^{1, 2}, С. Н. Гурбатов⁵

¹Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова
119991 Москва, Ленинские горы

E-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru

²Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

³Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН

⁴School of Engineering, Blekinge Institute of Technology, 37179 Karlskrona, Sweden

⁵Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Поступила в редакцию 23.08.2012 г.

Дан расчет нестационарного течения вязкой жидкости в узкой трубке под действием переменного во времени перепада давления. Такое течение сопровождается венепункцией – процедурой взятия пробы из вены с использованием медицинской иглы. Показано, как измерения характеристик течения в процессе венепункции позволяют оперативно оценить вязкость. Этот метод для крови является “невозмущающим” в том смысле, что процесс измерения слабо влияет на измеряемую величину. Он может найти применение в медицинской практике.

Ключевые слова: нестационарное течение, проба крови, осцилляции давления, измерение вязкости.

DOI: 10.7868/S0320791913010164

ВВЕДЕНИЕ

Анализ крови – это, как известно, самый распространенный метод медицинской диагностики [1]. Наиболее полный комплекс диагностической информации получается при заборе крови из вены, то есть в результате венепункции. Другой, более простой процедурой, но с более узкими возможностями для анализа, является взятие капиллярной крови из пальца руки. Забор из вены применяется также для получения донорской крови. Чаще всего для всех этих целей используются вены локтевой области.

Технология процедуры хорошо известна. Истечение крови из вены идет по внутреннему каналу внедренной при проколе иглы. Давление на ее внешнем конце зависит от способа взятия пробы. Несмотря на простоту этой процедуры, желательно иметь для нее математическую модель и теоретическое описание. Это необходимо как для совершенствования самого процесса забора крови путем управления параметрами (размерами канала, модуляцией давления на внешнем конце иглы), так и для выявления и реализации качественно новых и полезных функций этой процедуры. Важность поисков новых возможностей обусловлена тем, что венепункции являются самыми распространенными медицинскими процедурами. Только в США их проводится порядка 1 млрд. в год [2]. При этом следует учитывать, что вене-

пункции включают в себя и внутривенное вливание лекарственных препаратов, и переливание крови. Одна из таких новых возможностей состоит в одновременной оценке вязкости.

Вязкость крови – важный параметр, определяющий состояние и функционирование сердечно-сосудистой системы [3]. Для измерения используются вискозиметры, в которые проба крови помещается спустя некоторое время после ее извлечения из сосуда. Однако, как известно, живая кровь находится в метастабильном состоянии [4], и сразу после извлечения начинается процесс ее свертывания, если не консервировать кровь введением специальных антикоагулянтов [5]. При этом вязкость сильно изменяется. Следовательно, лучшим способом определения вязкости крови будет ее измерение либо внутри сосуда, либо в процессе взятия пробы для стандартного анализа.

Неинвазивные измерения можно проводить ультразвуковыми методами – по затуханию акустических волн, зондированию пульсовых волн или по скорости акустических течений [6–8]. В настоящее время изучаются возможности использования этих методов в клинической практике. Ниже описан еще один способ, основанный на решении обратной задачи определения вязкости крови по измеренным характеристикам пульсирующего давления и потока крови, истекающей через тонкую медицинскую иглу.

МОДЕЛИ ТРЕХ МЕТОДОВ ЗАБОРА КРОВИ

Движение крови по внутреннему каналу введенной в вену иглы определяется соотношением давлений в локтевой вене (5–9 мм рт.ст. по отношению к атмосферному) и на внешнем конце иглы. В общем случае перепад давления изменяется во времени. Это изменение определяется технологией взятия пробы. На сегодняшний день наиболее распространены три технологии. Это: (а) режим “самотека” при постоянном перепаде давления (используется, например, при взятии донорской крови); (б) вытяжка определенной порции крови шприцем; (в) современная технология взятия порции крови в вакуумированную пробирку. Два последних метода используют “вынуждающее” внешнее давление, изменяемое во времени. Однако при этом всегда присутствует этап самопроизвольного течения крови по введенной в вену игле с открытым внешним концом (для проверки правильности попадания иглы в вену). Поэтому нужно начать обсуждение с краткого анализа этапа движения крови (вязкой жидкости) в трубке (игле) конечной длины L при постоянном перепаде давления Δp .

Здесь основным является вопрос о формировании радиального профиля скорости на начальном участке круглой трубы [9] с учетом трансформации (при движении вдоль оси) этого профиля в известный параболический профиль Пуазейля. Эта задача анализировалась в работах начала 20-го века, основные результаты которых суммированы в книге [10]. Для наших целей важным является критерий $z/r_0 > 0.25\text{Re}$, который определяет расстояние z формирования стационарного профиля. Здесь $\text{Re} = \bar{u} r_0 / \nu$ — число Рейнольдса, \bar{u} — средняя по сечению трубки скорость, ν — коэффициент кинематической вязкости крови, который зависит от сдвига скорости. Для свободного течения через иглу характерны следующие параметры. Радиус канала иглы обычно равен 0.4 мм, средняя скорость крови в игле 20 см/с. Скорость определена из данных работы [11], где указано значение $0.1 \text{ см}^3/\text{с}$ для потока (объемного расхода) крови из вены через иглу в режиме “самотека”. Отсюда также определяется характерное значение сдвига скорости 10^3 с^{-1} , что дает основание полагать $\nu \sim 4 \text{ мм}^2/\text{с}$ [12]. Эти данные дают оценку $\text{Re} = 20$, а “начальный” участок при этом составляет $5r_0 = 2 \text{ мм}$. Таким образом, режим “самотека” крови через канал иглы практически на всем его протяжении характеризуется параболическим профилем Пуазейля. В дальнейшем мы вернемся к обсуждению этого простейшего способа.

Перейдем сейчас к математическому описанию двух других методов, общность которых состоит в использовании “вынуждающего” изменяемого во времени давления, прикладываемого к внешнему концу иглы. Создаваемое этими усло-

виями нестационарное течение в цилиндрическом канале иглы описывается уравнением Навье–Стокса, в котором при малых числах Рейнольдса отсутствуют нелинейные слагаемые:

$$\frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) = K(t) \theta(r_0 - r), \quad K(t) = \frac{\Delta p(t)}{\rho_0 L}. \quad (1)$$

Здесь $U(r, t)$ — скорость течения в направлении оси трубки; ν — кинематическая вязкость; $\Delta p(t)$ — изменяемый во времени перепад давления, определяемый способом забора крови; L и r_0 — длина и радиус внутреннего канала иглы, $\theta(r_0 - r)$ — единичная функция Хевисайда. Заметим, что линейное уравнение (1) является точным в приближении одномерного движения, когда нелинейный член в уравнении Навье–Стокса тождественно обращается в ноль.

Ищем решение уравнения (1) в виде ряда

$$U(r, t) = \sum_{m=1}^{\infty} U_m(t) J_0 \left(\mu_m \frac{r}{r_0} \right). \quad (2)$$

Здесь J_0 — функция Бесселя нулевого порядка, μ_m — корень этой функции с номером m . Поскольку по определению $J_0(\mu_m) = 0$, выбор аргументов функций Бесселя в формуле (2) обеспечивает выполнение граничного условия на стенке: $U(r_0, t) = 0$.

Заметим, что форма (2) представляет собой разложение искомой функции в ряд по полной и ортогональной (с весом r) системе функций Бесселя нулевого порядка, для которых справедливо соотношение:

$$\int_0^{r_0} J_0 \left(\mu_n \frac{r}{r_0} \right) J_0 \left(\mu_m \frac{r}{r_0} \right) r dr = \begin{cases} 0, & n \neq m; \\ \frac{r_0^2}{2} J_1^2(\mu_m), & n = m. \end{cases} \quad (3)$$

Разложим по этой системе правую часть уравнения (1):

$$K(t) \theta(r_0 - r) = K(t) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_m J_1(\mu_m)} J_0 \left(\mu_m \frac{r}{r_0} \right). \quad (4)$$

Подставляя ряды (2) и (4) в уравнение (1), придем к следующим уравнениям для коэффициентов разложения:

$$\frac{dU_m}{dt} + \frac{\nu \mu_m^2}{r_0^2} U_m = \frac{2}{\mu_m J_1(\mu_m)} K(t). \quad (5)$$

Решая уравнение (5) с нулевым начальным условием, найдем искомую скорость течения:

$$U(r, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_m J_1(\mu_m)} J_0 \left(\mu_m \frac{r}{r_0} \right) \int_0^t K(t') \exp \left[-\frac{\nu \mu_m^2}{r_0^2} (t - t') \right] dt'. \quad (6)$$

Зная распределение скорости (6) в поперечном сечении трубки, найдем полный поток жидкости:

$$Q = 2\pi \int_0^{r_0} U r dr = 4\pi r_0^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_m^2} \int_0^t K(t') \exp\left[-\frac{v\mu_m^2}{r_0^2}(t-t')\right] dt'. \quad (7)$$

Другой подход к решению данной задачи основан на интегральном соотношении

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{r_0} r^n U dr - v r_0^n \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r_0} - v(n-1)^2 \int_0^{r_0} r^{n-2} U dr = -\frac{r_0^{n+1}}{n+1} K(t), \quad (8)$$

которое приведено в работе [7]. Полагая в этом соотношении $n = 1, n = 3$, получим два интеграла

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{r_0} r U dr - v r_0 \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r_0} = \frac{r_0^2}{2} K(t), \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{r_0} r^3 U dr - v r_0^3 \frac{\partial U}{\partial r} \Big|_{r_0} - 4v \int_0^{r_0} r U dr = \frac{r_0^4}{4} K(t).$$

Из них легко исключить неизвестную величину – пристеночный градиент скорости. В результате получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^{r_0} \left(r - \frac{r^3}{r_0^2}\right) U dr + \frac{4v}{r_0^2} \int_0^{r_0} r U dr = \frac{r_0^2}{4} K(t). \quad (10)$$

Соотношения (7)–(10) позволяют вывести ряд простых формул, удобных для проведения оценок. В частности, подставляя в первый интеграл (9) решение (6), найдем:

$$\frac{dQ}{dt} + 4\pi v \int_0^t G(t-t') K(t') dt' = \pi r_0^2 K(t), \quad (11)$$

$$G(t) = \sum_{m=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{v\mu_m^2}{r_0^2} t\right).$$

Если жидкость вытекает при постоянном избыточном давлении, $K = K_0 = \text{const}$, из формулы (11) получаем:

$$\frac{dQ}{dt} + 4\pi r_0^2 K_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_m^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{v\mu_m^2}{r_0^2} t\right)\right] = \pi r_0^2 K_0. \quad (12)$$

Другая форма записи уравнения (12):

$$\frac{dQ}{dt} = 4\pi r_0^2 K_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_m^2} \exp\left(-\frac{v\mu_m^2}{r_0^2} t\right). \quad (13)$$

При выводе последней формулы учтено, что ряд, составленный из обратных квадратов корней

функции Бесселя $J_0(\mu_m)$, удается просуммировать (см. [13], 5.7.33 (11)):

$$\sum_{m=1}^{\infty} \mu_m^{-2} = 1/4.$$

При малых и больших значениях времени из формул (12), (13) получим соответственно

$$\frac{dQ}{dt} \Big|_{t \rightarrow 0} = \pi r_0^2 K_0, \quad \frac{dQ}{dt} \Big|_{t \rightarrow \infty} = 0. \quad (14)$$

Стационарное значение потока жидкости $Q|_{t \rightarrow \infty} = Q(\infty) = \text{const}$. Для нахождения этой константы $Q(\infty)$ воспользуемся решением (6), положив в нем $K = K_0$:

$$U(r, t) = -K_0 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_m J_1(\mu_m)} J_0\left(\mu_m \frac{r}{r_0}\right) \times \frac{r_0^2}{v\mu_m^2} \left[1 - \exp\left(-\frac{v\mu_m^2}{r_0^2} t\right)\right]. \quad (15)$$

При $t \rightarrow \infty$ из формулы (15) получим стационарное (не зависящее от времени) течение:

$$U(r, \infty) = -\frac{2K_0 r_0^2}{v} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\mu_m \frac{r}{r_0}\right)}{\mu_m^3 J_1(\mu_m)} = \frac{K_0 r_0^2}{4v} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (16)$$

$$Q(\infty) = \frac{\pi \Delta p r_0^4}{8v \rho_0 L}.$$

Суммирование ряда в (16) выполнено в соответствии с формулой 5.7.33 (3), приведенной в справочнике [13]. Как и следовало ожидать, установившееся течение (16) описывается формулой Пуазейля (см., например, [9, 14]).

Поскольку при заборе крови практически важной характеристикой является полный поток жидкости через поперечное сечение трубки (канала иглы), обсудим теоретическую оценку этой величины более подробно. Полезные результаты получаются при рассмотрении модели (11). Численные оценки показывают, что для вязкости порядка нескольких Пуаз и радиуса иглы порядка 0.4 мм характерное время затухания первого члена ряда (11) составляет около 0.01 с, что меньше типичного времени изменения функции $K(t)$. Следующие члены ряда затухают еще быстрее. Это позволяет приближенно записать интегральный член уравнения (11) в виде разложения

$$\int_0^t G(\tau) K(t-\tau) d\tau \approx K(t) \int_0^t G(\tau) d\tau - \frac{dK}{dt} \int_0^t \tau G(\tau) d\tau + \frac{1}{2} \frac{d^2 K}{dt^2} \int_0^t \tau^2 G(\tau) d\tau - \dots \quad (17)$$

Вычисляя интегралы, суммируя ряды обратных четных степеней корней функции Бесселя [13], для больших значений времени получим вместо

интегро-дифференциального уравнения (11) следующее уравнение для потока и его решение:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{6\nu}{r_0^2} Q = \frac{3}{4} \pi r_0^2 K(t),$$

$$Q = \frac{3}{4} \pi r_0^2 \int_0^t K(t') \exp\left(-\frac{6\nu}{r_0^2}(t-t')\right) dt'. \quad (18)$$

Видно, что при больших временах $t \rightarrow \infty$ величина потока жидкости Q стремится к значению, определяемому решением Пуазейля (16). При этом вязкость обратно пропорциональна стационарному расходу $Q(\infty)$. В переходном режиме вязкость определяется характерным временем установления, равным $t_* = r_0^2/(6\nu)$. Из уравнения (18) следует также

$$\nu \approx \frac{r_0^2}{6Q(t)} \left(\frac{3}{4} \pi r_0^2 \frac{\Delta p(t)}{\rho_0 L} - \frac{dQ}{dt} \right), \quad (19)$$

что дает алгоритм определения вязкости в условиях нестационарного кровотока. В следующем разделе статьи возможные методы ее определения будут обсуждаться более подробно.

Итак, измерив расход жидкости на выходе трубки $Q(t)$ и перепад давления $\Delta p(t)$, можно оценить вязкость ν . Более точная оценка вязкости может быть произведена на основе численного анализа модели (11).

Ситуация существенно упрощается, если мы рассматриваем установившиеся колебания потока при периодических колебаниях давления

$$K(t) = \sum C_n \exp(-in\omega_0 t),$$

где

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} K(t) \exp(in\omega_0 t) dt.$$

Здесь $T_0 = 2\pi/\omega_0$ – период пульсаций. Полагая поле скорости и поток периодическими функциями

$$U(r, t) = \sum U_n \exp(-in\omega_0 t), \quad Q(t) = \sum Q_n \exp(-in\omega_0 t),$$

для поля скорости n -й гармоники имеем

$$in\omega_0 U_n + \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_n}{\partial r} \right) = -C_n \theta(r_0 - r).$$

Таким образом, средний за период поток определяется полем $U(r)$ и описывается формулой (16), где $K_0 = C_0$, и Δp – средний за период перепад давления.

Поведение поля $U_n(r)$, и соответственно потока Q_n , на n -й гармонике существенно зависит от соотношения между радиусом r_0 и толщиной скин-слоя $\delta_n = \sqrt{\nu/n\omega_0}$ на n -й гармонике. При $r_0 \ll \delta_n$ первым слагаемым в последнем уравнении можно пренебречь и поле $U_n(r)$ совпадает с течением Пуазейля.

При $r_0 > \delta_n$ поле имеет более сложную структуру и, как будет показано ниже (см. (23), (24)), это приводит к фазовому сдвигу осцилляций потока относительно осцилляций давления.

Используем теперь полученное решение нестационарной задачи для характеристики двух других методов забора крови, появление которых обусловлено, прежде всего, медленностью собирания нужной для анализа порции крови при ее самопроизвольном истечении. Для определения полного набора характеристик крови необходимо при ее заборе заполнить порциями по 5–6 мл до 5 различных пробирок [15]. При свободном истечении на это потребуется не менее 6 мин.

Значительно ускоряет этот процесс использование обычного шприца, который обеспечивает дополнительное разрежение на внешнем конце иглы. Вследствие этого возрастает скорость истечения крови через иглу.

Задавая нужное (меньшее) время t_1 для получения необходимого объема V крови, будем иметь соотношение

$$V = \int_0^{t_1} Q(t) dt, \quad (20)$$

которое определяет требуемый и обеспечиваемый использованием шприца новый перепад давления $\Delta p_1(t)$. Если в течение времени t_1 перепад давления Δp_1 можно считать постоянным, то из формул (18) и (20) получим следующую связь между всеми основными (в т.ч. и вязкостью крови) характеристиками осуществляемой манипуляции по забору крови с помощью шприца:

$$V = \frac{\pi r_0^4 \Delta p_1}{8\nu \rho_0 L} \left[t_1 - \frac{r_0^2}{6\nu} \left(1 - \exp\left(-\frac{6\nu}{r_0^2} t_1\right) \right) \right]. \quad (21)$$

Если давление убывает по мере заполнения шприца и его можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью $\Delta p_1(t) = \Delta p_1 \exp(-t/t_*)$, из формул (18) и (20) при $t_1 \gg t_*$ следует:

$$V = \frac{\pi r_0^4 \Delta p_1}{8\nu \rho_0 L} t_*. \quad (22)$$

Объем (22) – такой же, как для решения Пуазейля, если формально положить в нем $t_1 = t_*$.

В третьем, современном методе венепункции, к начальному этапу внедрения иглы в вену добавляется присоединение к игле вакуумированных пробирок. Внутри пробирок объемом V_0 , создается разрежение $p_0 \ll p_{\text{ATM}}$ (пониженное давление по отношению к атмосферному). После прокола вены другой конец иглы прокалывает мембрану в пробирке, и под действием перепада давления

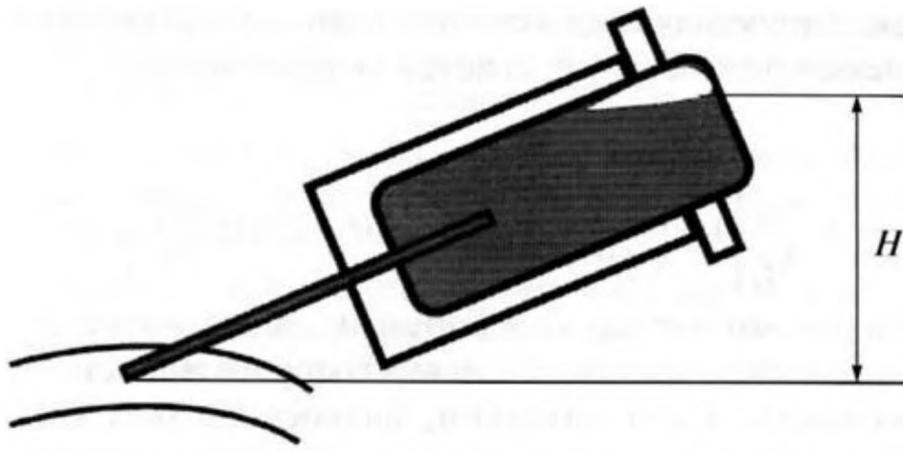


Рис. 1. Иллюстрация использования вакуумированной пробирки при взятии крови из вены (реальную процедуру использования см. в [16]).

$\Delta p(t) = p_\infty - p(t)$ кровь начинает заполнять сосуд. Здесь $p_\infty = p_{ATM} + p_{VEIN}$ – сумма атмосферного и венозного давлений, $p(t)$ – текущее давление газа в пробирке. Заполнение продолжается до тех пор, пока давления по обе стороны иглы не сравняются, то есть давление газа в оставшемся объеме V_∞ пробирки не станет равным $p_\infty - \rho_0 g H$. Последний член мал и в дальнейшем учитываться не будет.

Считаем, что газ подчиняется закону Бойля–Мариотта, то есть выполняются соотношения

$$p(t)V(t) = p(t) \left[V_0 - \int_0^t Q(t') dt' \right] = p_0 V_0 = p_\infty V_\infty. \quad (23)$$

Это соотношение вместе с уравнением (18) образуют нелинейную систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} + \frac{6\nu}{r_0^2} Q &= \frac{3\pi r_0^2}{4\rho_0 L} (p_\infty - p(t)), \\ p(t) \left[V_0 - \int_0^t Q(t') dt' \right] &= p_0 V_0. \end{aligned} \quad (24)$$

Ограничимся здесь аналитическим решением этой системы. Будем считать, что в каждый момент времени течение близко к Пуазейлевскому. Пренебрегая при этом производной по времени в первом уравнении системы (26), получим одно нелинейное уравнение первого порядка:

$$\frac{dp}{dt} = b(p_\infty - p)p^2, \quad b = \frac{\pi r_0^4}{8\rho_0 L \nu p_0 V_0}. \quad (25)$$

Решение этого уравнения с начальным условием: $p = p_0$ при $t = 0$ имеет вид:

$$b p_\infty^2 t = - \left[\frac{p_\infty}{p} + \ln \left(\frac{p_\infty}{p} - 1 \right) \right] + \left[\frac{p_\infty}{p_0} + \ln \left(\frac{p_\infty}{p_0} - 1 \right) \right]. \quad (26)$$

Изменения нормированного давления $P = p(t)/p_\infty$ в пробирке от времени $T = b p_\infty^2 t$ заполнения ее кровью показаны на рис. 2 для двух значений от-

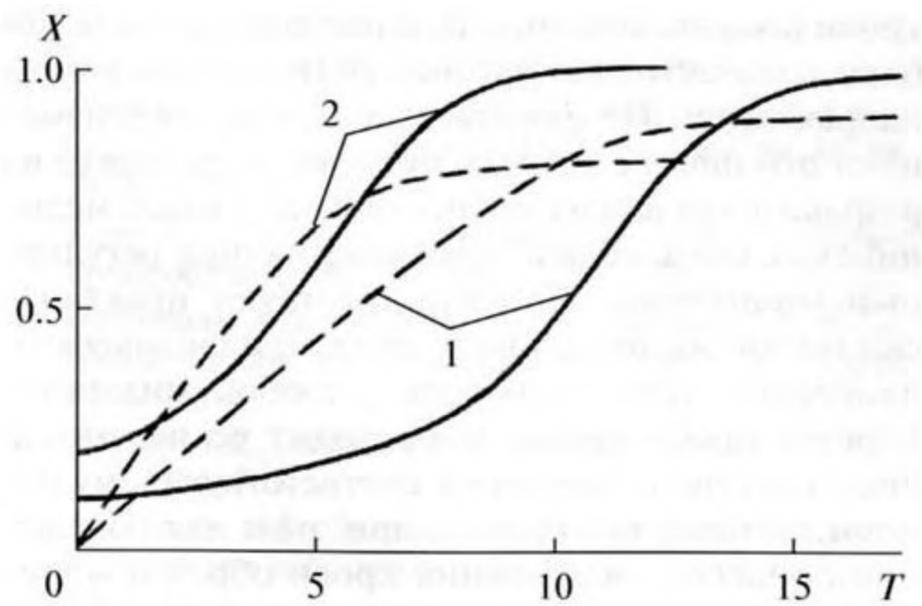


Рис. 2. Зависимости от времени давления в пробирке (сплошные кривые) и относительного заполненного объема (штриховые кривые) для различных значений отношения p_∞/p_0 , равного 10 и 5 (кривые 1 и 2 соответственно).

ношения p_∞/p_0 , равных 10 и 5 (кривые 1 и 2 соответственно).

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПО ВАРИРУЕМОМУ ДАВЛЕНИЮ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЯЗКОСТИ КРОВИ В ПРОЦЕССЕ ЕЕ ЗАБОРА ДЛЯ АНАЛИЗА

Выше отмечалась информативность вене-пункции и широкий спектр параметров, определяемых при анализе крови. Всего насчитывается порядка тысячи параметров. Они составляют определенные группы по своему предназначению. Ряд анализов (в основном морфологического типа) объединяют названием “общий анализ крови”. Другая группа анализов составляет “биохимический анализ крови”. Имеются также иммунологические, серологические, анализы на онкомаркеры, на свертываемость крови и другие. Особое место по отношению к указанным анализам с их био-медико-химическим “смыслом” занимает измерение такой физической характеристики, как вязкость. Вязкостью крови стали интересоваться с начала прошлого века, причем именно с физической точки зрения. Уточняли само значение этого параметра, а также влияние на него двух основных структурных составляющих – плазмы и содержащихся в ней микрочастиц – клеток (см., например, [17]). Только в последней четверти прошлого века стало формироваться понимание существующих связей между варьируемыми значениями вязкости крови и проявлениями тех или иных заболеваний, прежде всего органов, имеющих прямое отношение к циркуляции

крови (см., например, [3]). В настоящее время наблюдается активная научная деятельность в этом направлении. Приобретаемые знания видоизменяют отношение к вязкости крови, переводя ее из разряда физических характеристик в класс медицинских показателей, предполагающих регулярный мониторинг. Сегодня действуют практически по той же технологии, что и при физическом измерении этого параметра у любой жидкости. Берется проба крови, происходит ее перенос в пространстве и времени к соответствующему измерительному комплексу; при этом для избежания процесса свертывания крови образец модифицируют соответствующей порцией антикоагулянта. Таким образом, результаты измерения не соответствуют реальности как по структуре образца, так и по условиям его нахождения. Рассмотренные в предыдущем разделе способы забора крови из вены дают основу для проведения во время этой "пассивной" процедуры (с минимальной аппаратной "надстройкой") необходимых измерений вязкости крови, причем будет использоваться "живая" кровь в практически естественных условиях ее протекания по трубчатому каналу. Отметим, что сама идея не нова и в цитированной работе [11] как раз оценена вязкость крови на основе закона Пуазейля по измерению вытекающей из иглы порции крови за определенное время. Однако использование "напрямую" только иглы и модели Пуазейля имеет много недостатков: это и медленность самой процедуры, и низкая точность и т.д.

В предыдущем разделе фактически сделан следующий шаг — проанализирована ускоренная процедура с изменяемым внешним давлением. Полученные решения фактически дают алгоритмы для определения вязкости при нестационарном режиме забора крови.

Еще один перспективный способ измерения состоит в наложении периодических колебаний давления, создаваемых на входе иглы (внутри вены) путем многократного пережатия кровеносного сосуда. Такие колебания, создающие искусственную пульсовую волну, можно сформировать, прижав к сосуду вибратор или низкочастотный акустический датчик. Полагая в формуле (18) $K(t) = K_0 + m \sin(\omega t)$, $m < K_0$, найдем

$$Q = \frac{3}{4} \pi r_0^2 \left[\frac{1 - \exp(-at)}{a} K_0 + \frac{m}{a^2 + \omega^2} \times \right. \\ \left. \times (a \sin(\omega t) - \omega \cos(\omega t) + \omega \exp(-at)) \right], \quad a = \frac{6\nu}{r_0^2}. \quad (27)$$

Первое слагаемое, пропорциональное K_0 , описывает поток, создаваемый течением Пуазейля. Ос-

циллирующая составляющая потока в установившемся режиме описывается выражением

$$Q_{osc} = \\ = m \frac{\pi r_0^2}{8\nu} \left[1 + \left(\frac{\omega r_0^2}{6\nu} \right)^2 \right]^{-1/2} \sin \left(\omega t - \arctg \frac{\omega r_0^2}{6\nu} \right). \quad (28)$$

Видно, что между колебаниями давления и потока имеется фазовый сдвиг, который зависит от вязкости. Следовательно, вязкость может быть измерена также по осцилляциям потока, вызванным пульсовой волной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена гидродинамика истечения крови из вены в различных вариантах самой распространенной процедуры в медицинской диагностике — при заборе крови для дальнейшего анализа. Полученные результаты создают основу для оптимизации и модернизации как самой этой процедуры, так и для придания ей новых полезных функций. В качестве таковых предложены новые подходы к измерению вязкости крови в процессе взятия пробы. Такие измерения могут дать оценку истинного значения вязкости, не возмущенного процессом свертывания или биохимическими добавками, останавливающими процесс коагуляции. Использовано нестационарное решение уравнений гидродинамики вязкой жидкости, конкретизированное для различных форм переменного давления — как в виде импульсной, так и периодической модуляции. Заметим, что в статье даны лишь теоретические обоснования. Описание технических деталей выходит за рамки этой статьи.

Работа выполнена в рамках гранта Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования (Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского). Она поддержана также грантами Президиума РАН, РФФИ и Президентским грантом Ведущих научных школ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юрковский О.И., Грицюк А.М. Клинические анализы в практике врача. Киев: Техника, 2000. 112 с.
2. Appold K. Important updates added to standard that details the collection of blood specimens // Lab Medicine. 2008. V. 39. № 3. P. 145–146.
3. Аникеева Т.В. Изменение реологических свойств крови при ишемической болезни сердца // Международный медицинский журнал. 2010. № 2. С. 35–37.

4. *Гурия Г.Т.* Как теоретическая физика трактует явление свертывания крови // *Коммерсантъ Наука*. 2008. № 9. С. 54–57, декабрь 2011.
5. *Баландина А.Н., Пантелеев М.А., Атауллаханов Ф.И.* Система свертывания крови и ее регуляция // *Природа*. 2011. № 3. С. 32–38.
6. *Зарембо Л.К.* Акустические течения. В книге: “Мощные ультразвуковые поля” / Под ред. Л.Д. Розенберга. Часть 3. М.: Наука, 1968. С. 87–128.
7. *Руденко О.В., Сухоруков А.А.* Нестационарные экарттовские течения и прокачка жидкости в ультразвуковом поле // *Акуст. журн.* 1998. Т. 44. № 5. С. 653–658.
8. *Розанов В.В., Руденко В.О., Сысоев Н.Н.* Гемодинамика и нелинейная акустика: общие подходы и решения // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 4–5. С. 594–605.
9. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
10. *Прандль Л., Титъенс О.* Гидро- и аэромеханика. Т. 2. М.–Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935. 284 с.
11. *Pirofsky B.* The determination of blood viscosity in man by a method based on Poiseuille’s law // *J. Clin. Invest.* 1953. V. 32. P. 292–298.
12. *Каро К., Педли Т., Шротер Р., Сид У.* Механика кровообращения. М.: Мир, 1981. 624 с.
13. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. 751 с.
14. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 735 с.
15. *Селиванов Е.В., Звягинцев Е.Н.* Правила взятия материала для лабораторных исследований. Барнаул, 2005. 26 с.
16. http://www.youtube.com/watch?v=_8ZsqXFqvQM&feature=related
<http://www.youtube.com/watch?feature=endscreen&v=J73VWOU05BQ&NR=1>
17. *Trevan J.W.* The Viscosity of Blood // *Biochem. J.* 1918. V. 12. № 1–2. P. 60–71.