АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2007, том 53, № 3, с. 477–480

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 532.594:534.23

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В НЕУСТОЙЧИВОМ АТМОСФЕРНОМ СЛОЕ

© 2007 г. К. А. Наугольных, С. А. Рыбак*

НОАА, ЕСРЛ/Университет Колорадо, Бродвей 325, Боулдер, Колорадо, США
(NOAA, ESRL/University of Colorado, 325 Broadway, Boulder, Colorado)
E-mail: Konstantin.Naugolnikh@noaa.gov
**Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН*
117036 Москва, ул. Шверника 4
E-mail: rybak@akin.ru

Поступила в редакцию 26.09.06 г.

Выведено уравнение для распространения звука в неустойчивой среде, порождаемой присутствием в ней пересыщенных паров воды, которая может образоваться в зоне урагана. В данном уравнении учтены дисперсия скорости звука, усиление, затухание и нелинейные эффекты. Приведены некоторые решения этого уравнения, иллюстрирующие особенности распространения звука в неустойчивой среде.

PACS: 43.28.+h

ВВЕДЕНИЕ

Обычно тропические районы имеют благоприятный климат. Однако именно здесь возникают наиболее разрушительные ураганы. Причиной этого является преобразование тепловой энергии, поступающей в воздух из теплой воды океана, в энергию урагана [1]. Энергетический цикл развитого тропического циклона показан на рис. 1 [2]. Воздух закручивается спиралью по направлению к центру в турбулентном пограничном слое над поверхностью теплого океана. По мере возникновения вихря вокруг ядра урагана, поверхностные потоки тепла вызывают резкий рост энтропии. Кроме того, турбулентная диссипация энергии ветра становится очень большой и также вносит вклад в возрастание энтропии пограничного слоя воздуха. Поверхностный поток энтальпии является единственным источником энергии тропического циклона. Воздух направляется вверх к ядру циклона и расходится по радиусу на большие расстояния. Поступление энергии от морской поверхности компенсируется ее выходом через внешнюю границу контролируемого объема. По сути, развитой тропический циклон представляет собой хороший пример тепловой машины Карно. Из-за расширения воздуха в верхнем слое циклона температура падает, и пары воды становятся пересыщенными. Это – неравновесное состояние жидкости, при котором могут развиться явления неустойчивости, являющиеся причиной возникновения звукового излучения, характерного для урагана. В настоящей статье выведено нелинейное уравнение распространения звука в неустойчивой воздушной среде, содержащей пересыщенные пары воды, и получены решения этого уравнения, описывающие взаимодействие волн и дисперсию. Отмечаются эффекты усиления звука, упоминавшиеся ранее в [3, 4]. Представленный здесь подход тесно связан с работами Л.М. Бреховских, посвященными вкладу нелинейных эффектов в формирование инфразвуковых полей в океане и атмосфере.

ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ

Возмущения неравновесной среды служат причиной возникновения релаксационных процессов, ведущих к восстановлению равновесного

Рис. 1. Воздух нагревается от поверхности океана, затем расширяется и опять сжимается, выполняя цикл Карно.

состояния. Пусть ξ – физическая величина, характеризующая состояние системы, а ξ_0 – ее равновесие значение. Если система находится в неравновесном состоянии, то величина ξ изменяется, стремясь к ξ_0. При состоянии вблизи равновесного разность $\xi - \xi_0$ мала, и скорость $\frac{\partial \xi}{\partial t}$ можно разложить в ряд по этой величине:

$$\dot{\xi} = -\frac{1}{\tau}(\xi - \xi_0). \quad (1)$$

Здесь τ – время релаксации процесса. В случае гармонических возмущений, вызванных звуком с частотой ω, наличие неустойчивых процессов ведет к появлению комплексного волнового числа k [5]

$$k = \omega\sqrt{\frac{1 - i\omega\tau}{c_0^2 - c_\infty^2 i\omega\tau}}, \quad (2)$$

где c_0 и c_∞ – скорости звука на низких и высоких частотах.

Если частота звука мала, $\omega\tau \ll 1$, это выражение можно разложить по $\omega\tau$. Для простого случая $(c_\infty/c_0)^2 = 3$, типичного для атмосферы, это разложение имеет вид

$$k = \frac{\omega}{c_0} + ic_0\tau\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - 2.5(c\tau)^2\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^3 - 6.5i(c\tau)^3\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^4. \quad (3)$$

Это разложение можно представить в виде ряда по k:

$$k = \frac{\omega}{c_0} + ic_0\tau k^2 - 0.5(c_0\tau)^2 k^3 + i(c_0\tau)^3 k^4. \quad (4)$$

Дифференциальное уравнение в частных производных, соответствующее данному дисперсионному уравнению, можно получить, используя следующие соотношения:

$$\omega = -i\frac{\partial}{\partial t}, \quad (5)$$

$$k = i\frac{\partial}{\partial x}, \quad (6)$$

$$k^2 = \left(i\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(i\frac{\partial}{\partial x}\right) = -\frac{\partial^2}{\partial x^2},$$
$$k^3 = -i\frac{\partial^3}{\partial x^3}, \quad k^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4}. \quad (7)$$

Таким образом, из (4) получаем

$$i\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{i}{c_0}\frac{\partial}{\partial t} - ic_0\tau\frac{\partial^2}{\partial x^2} + i0.5(c_0\tau)^2\frac{\partial^3}{\partial x^3} + i(c_0\tau)^3\frac{\partial^4}{\partial x^4}. \quad (8)$$

Вводя в качестве зависимой переменной колебательную скорость звуковой волны $u = u(x, t)$ и выполняя преобразование для сопутствующей системы координат y и "медленных" координат t'

$$x, t, \longrightarrow y, t', \quad y = x - c_0 t, \quad t' = \mu t, \quad \mu \ll 1, \quad (9)$$

в соответствии с уравнениями

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -c_0\frac{\partial}{\partial y} + \mu\frac{\partial}{\partial t'},$$

получаем

$$\mu\frac{\partial u}{\partial t'} + c_0^2\tau\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 0.5(c_0\tau)^2\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - (c_0\tau)^3\frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = 0. \quad (10)$$

После замены обозначений $t'/\mu \longrightarrow t$, $y \longrightarrow x$ и добавления нелинейного члена $u\partial u/\partial x$ (с соответствующим знаком), получаем стандартное уравнение для медленно изменяющейся волны:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + c_0^2\tau\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 0.5(c_0\tau)^2\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - (c_0\tau)^3\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = 0. \quad (11)$$

Параметр $\mu = 0.5(c_0\tau)^2$ служит мерой дисперсии в системе.

Введем безразмерные пространственные и временные координаты:

$$z = \frac{x}{c_0\theta}, \quad \theta = \frac{t}{\tau}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{c_0\theta}\frac{\partial}{\partial z}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{\theta}\frac{\partial}{\partial \tau}, \quad (13)$$

и получим

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{u}{c_0}\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - 0.5\frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = 0. \quad (14)$$

Теперь, после введения безразмерной зависимой функции

$$y = \frac{u}{c_0}, \quad (15)$$

безразмерное уравнение может быть представлено в виде

$$\frac{\partial y}{\partial \theta} + y\frac{\partial y}{\partial z} + \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} - 0.5\frac{\partial^3 y}{\partial z^3} - \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} = 0. \quad (16)$$

Это – общее уравнение для волновых процессов различной природы [7]. Оно отличается от уравнения Курамото–Сивашинского (КС), которое учитывает неустойчивость длинных волн [6] с помощью члена с производной третьего порядка,

отвечающего за дисперсию. Если амплитуда сигнала мала, то преобладает влияние дисперсии. В этом случае начальное возмущение распадается на набор гармонических волн, каждая из которых распространяется со своей скоростью (см. рис. 2). При более интенсивных сигналах проявляются нелинейные эффекты, которые приводят к формированию локальных по пространству структур и уширению спектра сигнала (рис. 3). Сравнительно узкий начальный спектр (рис. 4, кривая *1*) обогащается и становится шире (рис. 4, кривая *2*). Интенсивность сигнала возрастает по мере его распространения.

Влияние дисперсии может подавлять развитие неустойчивости [8]. Применительно к звуку в атмосфере, можно дополнительно учесть такие эффекты, как вязкое затухание, теплопроводность и т.п., путем выбора коэффициентов при членах этого уравнения.

ПРИМЕНИМОСТЬ УРАВНЕНИЯ

Полученное уравнение справедливо при условии $\omega\tau \ll 1$, где τ – время релаксации восстановления устойчивости. В нашем случае это время конденсации пересыщенных паров воды в атмосфере. Время релаксации может быть оценено, исходя из рассмотрения кинетики фазового перехода [9] и путем расчета времени осаждения вещества из пересыщенного раствора. По существу, это делается путем расчета радиуса R области, содержащей пересыщенные пары при данной ее концентрации, которая обеспечивает образование частицы воды из-за диффузии к центру конденсации (ядру облака). Тогда время релаксации можно рассчитать как

$$\tau = \frac{R^2}{2D}, \tag{17}$$

где D – коэффициент диффузии в воздухе. Центр конденсации (размер ядра облака) в атмосфере над океаном приблизительно равен 0.02–100 мкм, а концентрация паров воды над океаном – $c_\omega = 15$ г/кг [10]; таким образом, время релаксации процесса конденсации составляет 1 с. Это означает, что полученное уравнение справедливо для звуковой волны частоты

$$\omega < 1 \text{ рад/с, или } f < \frac{1}{2\pi} \simeq 10^{-1} \text{ Гц.}$$

Рассмотрим звуковую волну с частотой f, распространяющуюся в пересыщенном воздухе, характеризуемом релаксационным процессом длительностью τ. Пусть

$$f = 0.1 \text{ Гц},$$

а соответствующий период волны составляет $T_s = 10$ с; длина волны в воздухе равна

$$\lambda = 3.3 \times 10^3 \text{ м}.$$

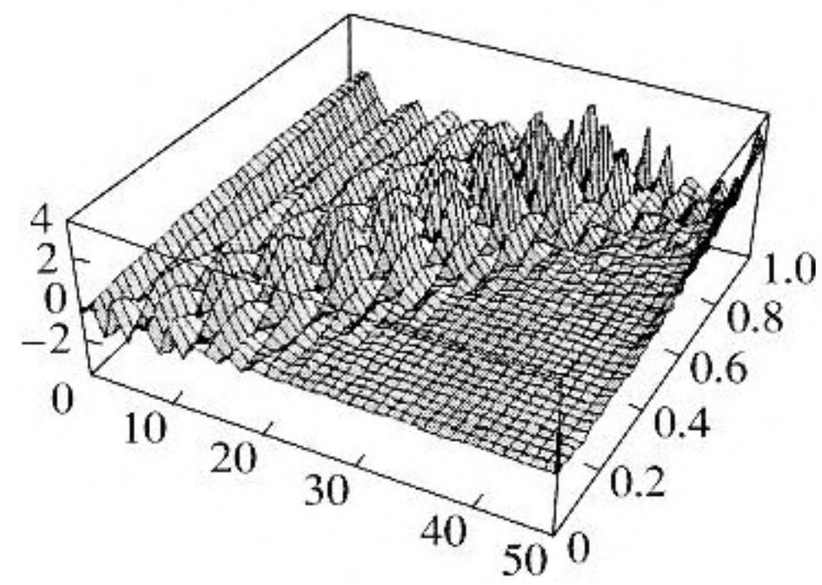

Рис. 2. Распад начального возмущения на набор гармонических волн.

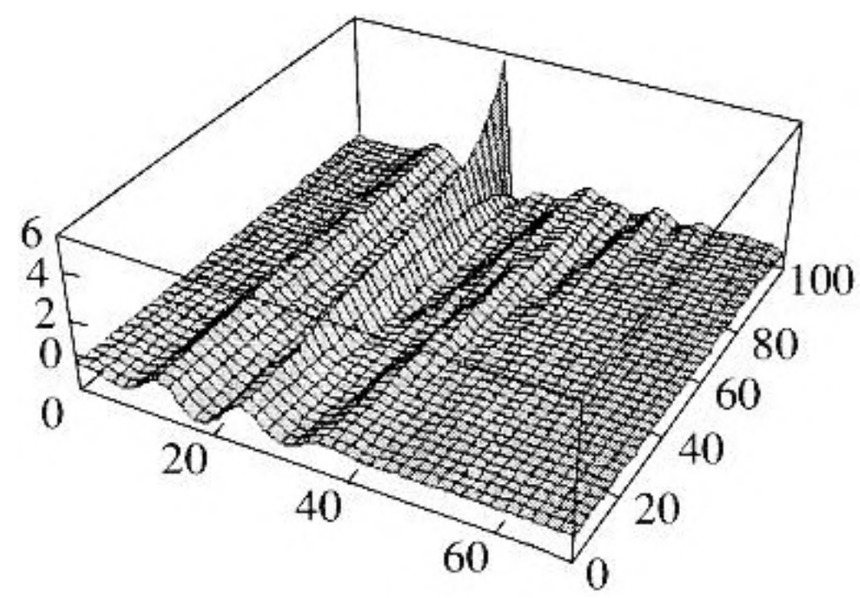

Рис. 3. Эффект усиления звуковой волны в процессе распространения в неустойчивой среде.

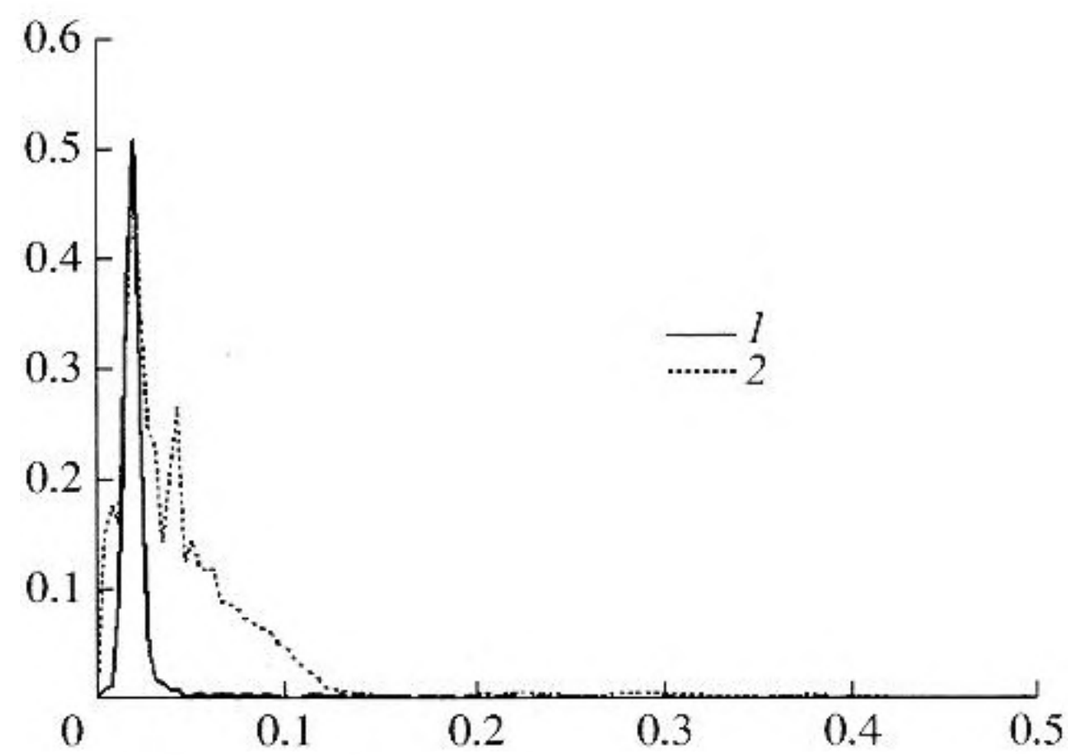

Рис. 4. Начальный спектр сигнала (сплошная кривая *1*) и спектр сигнала после развития дисперсии (штриховая кривая *2*).

Безразмерные масштабы, соответствующие этим временам, и пространственные масштабы представляют собой

$$z = \frac{x}{c_0\tau} = 10,$$
$$\theta = \frac{t}{\tau} \simeq 10. \qquad (18)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выведено уравнение для распространения звука в слое, содержащем пересыщенные пары воды, который может образоваться в зоне урагана. Это уравнение учитывает влияние дисперсии скорости звука, усиление, затухание и нелинейные эффекты. Представлены некоторые решения этого уравнения, иллюстрирующие особенности распространения звука в неустойчивой среде. Указано на возможность влияния конденсации паров воды на возбуждение звука в зоне урагана [11, 12, 13].

Необходимо иметь в виду, что описанные выше процессы связаны с другим механизмом нестабильности (см., например, статьи [12, 13]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Emanuel K.* Hurricanes: Tempests in a Greenhouse // Physics Today, August 2006. P. 74.
2. *Emanuel K.* The behavior of a simple hurricane model using a convective scheme based on subcloud-layer entropy equilibrium // J. Atmos. Sci. 1995. V. 52. № 22. P. 3960–3968.
3. *Neterba S.N.* Infrasound Amplification during Atmospheric Condensation // Izvestia, Atmospheric and Oceanic Physics. 1998. V. 34. № 6. P. 734–742.
4. *Nemtsov B.E.* Coherent Mechanism of Sound Amplification during Vapor Condensation // Dokl. Akad. Nauk SSSR. 1990. V. 314. № 2. P. 355–358.
5. *Landau L.D., Lifhshitz E.M.* Hydrodynamics. M.: Nauka, 1986.
6. *Balmforth N.J., Ierley G.R., Worthing R.* Pulse dynamics in an unstable medium, SIAM // J. Appl. Math. 1997. V. 57. № 1. P. 205–251.
7. *Tribelskii M.I.* Short-wavelength instability and transition to chaos in distributed systems with additional symmetry // Physics-Uspekhi. 1997. V. 40. № 2. P. 159–180.
8. *Chang H.C., Demekhin E.A., Kopelevich D.I.* Laminarizing effects of dispersion in an active-dissipative nonlinar medium // Physica D. 1993. V. 63. P. 299–320.
9. *Landau L.D., Lifhshitz E.M.* Physical Kinetics. M.: Nauka, 1979. Ch. 99.
10. *Mazin I.P., Crgian A.Ch.* Clouds and Cloudy Atmosphere. Leningrad: Gidrometisdat, 1989.
11. *Lazarev A.A., Moiseev S.S.* Geophysical Precursors of Early Stages of Cyclogenesis, Preprint #1844, Space research Institute, Russian Academy of Sciences, 1992.
12. *Наугольных К.А., Рыбак С.А.* О генерации звука при взаимодействии поверхностных волн // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 1. С. 100–103. (*Naugolnikh K.A., Rybak S.A.* Sound generation due to the interaction of surface waves // Acoust. Phys. 2003. V. 49. № 1. P. 88–90.)
13. *Рыбак С.А.* О потенциальной компоненте поля, генерируемого неустойчивостью сдвигового течения // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 1. С. 133–134. (*Rybak S.A.* The potential component of the field generated by an instability of a shear flow // Acoust. Phys. 2005. V. 51. № 1. P. 110–112.)

Sound Propagation in an Unstable Atmospheric Layer

K. A. Naugolnykh[a] and S. A. Rybak[b]

[a] *NOAA, ESRL/University of Colorado, 325 Broadway, Boulder, CO 80305, USA*

[b] *N. Andreev Acoustics Institute, ul. Schvernika 4, Moscow 117036, Russia*

Abstract—The equation of sound propagation in an unstable medium produced by the presence of supersaturated water vapor in it, which can appear in a hurricane area, is derived. This equation takes into account the effects of sound velocity dispersion, amplification, damping, and nonlinear effects. Some solutions to this equation are presented, illustrating the specific features of sound propagation in an unstable medium.