АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2005, том 51, № 5, с. 602–613

УДК 551.463.21

АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ ОКЕАНА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕСТАНДАРТНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕФРАКЦИОННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

© 2005 г. В. А. Буров, А. Ю. Попов, С. Н. Сергеев, А. С. Шуруп

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
119992, ГСП-2, Москва, Ленинские горы
Тел.: (095) 939-3081; Факс: (095) 932-8820
E-mail: burov@phys.msu.ru

Поступила в редакцию 14.07.2004 г.

Рассматривается двумерная томографическая задача восстановления рефракционной неоднородности в океане. Особенностью работы является разложение исследуемой неоднородности по предлагаемому авторами “нестандартному” (неортогональному и переполненному) базису. Такой базис позволяет решить ряд проблем, присущих “стандартному” разбиению океана на квадраты, треугольники и другие фигуры с углами. Кроме того, он позволяет достаточно просто построить матрицу возмущений и допускает, в перспективе, использование его в неизменном виде для восстановления течений и решения комбинированных рефракционно-кинетических задач. Решение томографической задачи в рассматриваемом базисе приводится как в лучевом, так и волновом представлениях.

МОЗАИЧНЫЙ БАЗИС

При решении задачи восстановления океанической неоднородности необходимо осуществить выбор базисных элементов, по которым раскладываются исследуемые гидрологические параметры – рефракционные неоднородности, течения, вихри. Как правило, в качестве базисных элементов в двумерных задачах выбираются либо плоские фигуры с постоянным внутри них значением этих параметров, например, квадраты или треугольники, плотно покрывающие исследуемую акваторию [1–3], либо акватория покрывается сеткой, в узлах которой задаются параметры, а значения в промежуточных точках рассчитываются интерполяционными алгоритмами [4–7]. Однако такой способ выбора базисных элементов приводит к техническим трудностям уже при решении прямой задачи, предшествующей томографическому восстановлению искомых неоднородностей. Действительно, после задания распределения гидрологических параметров в начальном приближении и расположения пар “источник–приемник”, происходит поиск (в лучевом приближении), например, методом вилки, путей распространения звука (траекторий лучей, мод), соединяющих такие пары. При этом неизбежно возникают ситуации, в которых либо лучи попадают в углы базисных фигур, что делает невозможным применение закона Снеллиуса для расчета их дальнейшей траектории, либо, в случае волнового приближения, возникает ложная дифракция волн на углах сетки. Как поступать в таком случае, непонятно, хотя ясно, что данная трудность имеет не физическую, а модельную природу.

Аналогично тому, как это было сделано в [8], при выборе базисных элементов в настоящей работе предлагается иной подход, основанный на разложении неоднородностей по так называемым “нестандартным” базисам (рис. 1), которые можно условно назвать мозаичными. Одним из используемых базисов такого типа является “полосчатый” базис, представляющий собой набор параллельных полос, поворачиваемых с равнопеременным угловым шагом в интервале от 0 до π. Так образуется двухпараметрическое множество полос, где одним параметром является отдаление полоски от центра круглой области, а другим – угол поворота полоски относительно горизонтального положения. Использование именно полосок в качестве базисных элементов освобождает данный метод от указанных трудностей, присущих томографическим схемам, в которых исследуемый регион разбивается на элементы, содержащие углы.

При решении полагается, что рефракционные неоднородности в реальном океане слабы, так что можно установить близкую к линейной связь между возмущением скорости звука в какой-то области восстанавливаемого региона и изменением времени следования луча от источника к приемнику через эту неоднородность в лучевом подходе или возмущением акустического поля в волновом подходе. Само восстановление произ-

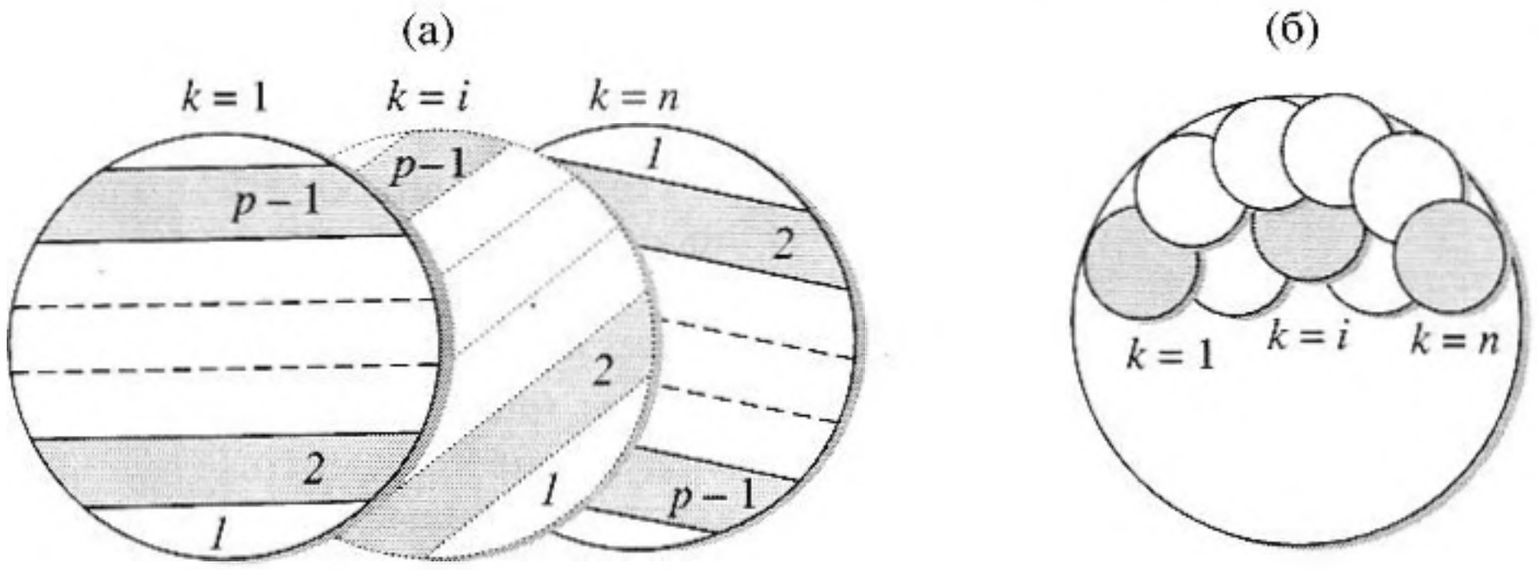


Рис. 1. Полосчатый (а) и цилиндрический (б) базисы.

водится следующим образом. По периметру региона расположены приемо-передающие антенны, так что каждая антенна может обмениваться сигналами со всеми остальными. В начале восстановления в области задается фоновое (необязательно везде одинаковое), например, среднесезонное значение скорости звука. Задавая поочередно в каждой полоске некоторое малое опорное возмущение скорости звука и рассчитывая соответствующее возмущение приемных данных (изменение времени распространения сигнала вдоль лучей или возмущение поля на трассе источник–приемник) для каждой из всевозможных трасс, можно построить матрицу возмущений, которая далее обозначается **A**. Индекс этой матрицы вдоль вертикали соответствует параметрам пары "источник–приемник", индекс вдоль горизонтали – параметрам базисных полосок. С другой стороны, любую неоднородность, о которой известны только временны́е задержки или возмущение поля, вызванное ее введением в исследуемую область, можно разложить по такому "полосчатому" базису. Тогда коэффициенты ее разложения находятся путем решения неоднородной системы линейных уравнений:

$$\mathbf{AX} = \Delta\mathbf{T}, \qquad (1)$$

где **A** – матрица возмущений; $\Delta\mathbf{T}$ – вектор данных приема, т.е. временны́х задержек или возмущений поля, вносимых неизвестной неоднородностью; **X** – вектор коэффициентов разложения неизвестной неоднородности по "полосчатому" базису или же, в общем случае, по другому мозаичному базису. Решение этой системы методом наименьших квадратов (МНК) имеет следующий вид:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^{+}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^{+}\Delta\mathbf{T}, \qquad (2)$$

где знак "+" обозначает эрмитово сопряжение. В итоге, синтез и визуализация восстановленной неоднородности производятся путем сложения коэффициентов **X** всех полосок, содержащих данную пространственную точку.

Использование "полосчатого" базиса и других базисов нестандартного разложения в сочетании с МНК-решением имеет ряд полезных особенностей. Так, например, в отличие от классической томографической схемы, основанной на преобразованиях Радона, в предложенном варианте интегралы берутся внутри однородных полосок базиса. Это существенно в задачах томографии океана, в которых, в отличие от рентгеновской томографии, траектория луча не является прямолинейной, а зависит от исследуемой неоднородности. Кроме того, удается смягчить обычные строгие требования на базис, такие как его полнота и ортогональность. Введенный базис является неортогональным и переполненным. Ясно, что он допускает любую степень избыточности исходных данных. Неортогональность базиса не играет роли в рассматриваемых задачах, поскольку алгоритм восстановления не включает в себя скалярного произведения базисных элементов. Переполненность данных по отношению к размерности базиса играет положительную роль, поскольку позволяет значительно увеличивать количество линейных уравнений, входящих в исходную систему (1), повышая устойчивость получаемого МНК-решения. С точки зрения рассматриваемой задачи переполненность означает заметное превышение количества используемых данных со всех пар "источник–приемник" над общим количеством базисных полосок. Естественно, что количество приемно-излучающих преобразователей I следует снижать до каких-то минимально необходимых значений, диктуемых возможностями реального эксперимента. Поэтому приходится искать определенные сочетания количества полосок и углов, достаточно полно описывающие исследуемый регион. При этом количество базисных элементов не должно превышать количества $I(I-1)/2$ независимых пар "источник–приемник".

К другим способам повышения устойчивости решения можно отнести использование априорной информации с помощью фильтрации или в виде процедур регуляризации. Так, например,

приемно-передающие антенны можно снабдить датчиками скорости звука, и тем самым определить точное значение скорости по периметру. Регуляризацию решения также можно в простейшем случае осуществить путем добавления к матрице $\mathbf{A}^+\mathbf{A}$ дополнительной диагональной матрицы с малыми весовыми коэффициентами, что приводит к уменьшению степени сингулярности матрицы $\mathbf{A}^+\mathbf{A}$. Еще один способ, использованный при численном моделировании восстановления неоднородности, – наложение определенных требований гладкости на значения коэффициентов разложения неизвестной неоднородности по базису. Отметим, что базис, по которому раскладывается искомое возмущение, не обязан обладать широкой степенью полноты. Единственно, что необходимо, – та или иная степень полноты, гарантирующая возможность достижения требуемой точности разложения искомого распределения. Кроме этого, требуется хотя бы приближенная аддитивность эффектов возмущения.

Разумеется, следует иметь в виду, что базис несколько груб для абсолютно точного восстановления произвольной функции, однако, как это будет показано ниже на примере модельных расчетов, для нахождения возмущений гидрологии он дает вполне приемлемую точность. Точность можно несколько повысить, используя априорную информацию о степени гладкости неоднородности и осуществляя согласованную с ней фильтрацию, что будет обсуждено при численном моделировании.

В качестве иллюстрации работы предложенной томографической схемы в лучевой и волновой постановках решена задача восстановления неоднородностей различных типов, помещенных в рассматриваемый регион. Компьютерное моделирование подтвердило работоспособность предлагаемого метода.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ РЕФРАКЦИОННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ В ЛУЧЕВОЙ ТОМОГРАФИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ

Главными достоинствами лучевой теории распространения волн являются физическая наглядность и относительная простота использования получаемых формул в практических приложениях. В рамках предлагаемого метода исследовалось решение лучевой задачи с учетом горизонтальной рефракции лучей. Для этого рассматривалось уравнение эйконала, решение которого позволяет найти лучевую траекторию. Наличие неоднородностей в исследуемой области приводило к искривлению траектории лучей и появлению задержек приходов сигнала во времени. Изменяя положения источника и приемников, можно получить полную картину зондирования области и составить вектор относительных временны́х задержек $\Delta\mathbf{T}$.

При решении обратной задачи был использован простейший способ регуляризации решения (2): $\mathbf{X} = (\mathbf{A}^+\mathbf{A} + \varepsilon\mathbf{E})^{-1}\mathbf{A}^+\Delta\mathbf{T}$, где $\mathbf{E}$ – единичная матрица, ε – регуляризующий коэффициент.

При численном моделировании принимались следующие параметры задачи. Рассматривалась акватория диаметром 100 км, окруженная системой из 16 приемно-передающих преобразователей. Модельное распределение скорости звука по акватории изображено на рис. 2а. Скорость внутри восстанавливаемой неоднородности полагалась на 4% меньшей фонового значения, равного всюду 1500 м/с. В базисных полосках возмущение соответствовало уменьшению скорости на 1% от фонового значения. На рис. 2б приведен результат восстановления цилиндрической неоднородности, смещенной от центра на 25 км вдоль отрицательного направления оси абсцисс. Выбранный коэффициент регуляризации $\varepsilon = 0.3$ был примерно в 1000 раз меньше максимального собственного значения матрицы $\mathbf{A}^+\mathbf{A}$. Далее для улучшения качества восстановления была осуществлена фильтрация, заключавшаяся в обрезании высокочастотной части пространственного спектра восстановленного изображения (рис. 2в).

В качестве численной оценки точности полученных результатов рассматривались величины невязок по решению n_c и по правой части n_T системы уравнений (1), вычисляемые по соответствующим формулам:

$$n_c = \sqrt{\frac{\sum_{i,j} |c(x_i, y_j) - \hat{c}(x_i, y_j)|^2}{\sum_{i,j} c^2(x_i, y_j)}},$$

$$n_T = \sqrt{\frac{\sum_m |\Delta T_m - \Delta\hat{T}_m|^2}{\sum_m |\Delta T_m|^2}},$$

где $c(x, y)$ и $\hat{c}(x, y)$ – истинное и восстановленное значения скорости в данной точке (x, y), характеризуемой при дискретизации индексами (i, j); $\Delta\hat{\mathbf{T}}$ – правая часть системы уравнений (1), полученная при подстановке в нее решения $\mathbf{X}$; $\Delta\mathbf{T}$ – вектор возмущений акустического поля, вносимых истинной неоднородностью (m – индекс элементов этого вектора). Полученные результаты восстановления представляются вполне удовлетворительными с той точки зрения, что удалось восста-

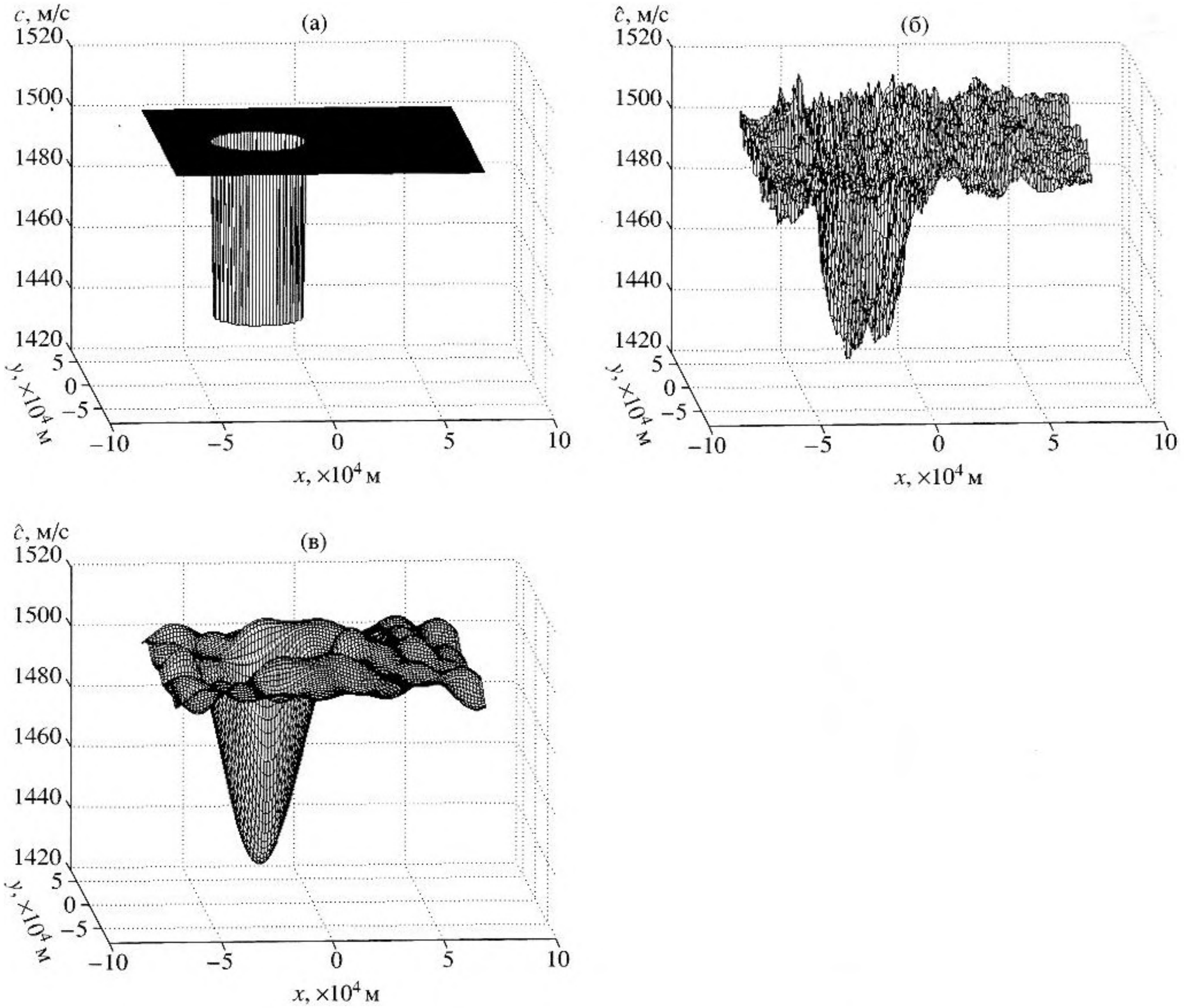


Рис. 2. Модельное распределение скорости звука по акватории (а) и результат восстановления этого распределения в лучевом приближении при количестве приемно-передающих преобразователей $I = 16$, базисных полос $P = 25$ и углов их поворота $U = 35$: при коэффициенте регуляризации $\varepsilon = 0.3$ оценка до фильтрации (б) дает невязку по решению $n_c = 0.52$ и невязку по правой части $n_T = 0.28$; после фильтрации (в) $n_c = 0.45$, $n_T = 0.27$.

новить истинное значение скорости и оценить радиус неоднородности. Отметим, что несмотря на достаточно высокие значения невязок (по решению, например, невязка составляет $n_c \sim 0.5$), качество восстановления оказывается удовлетворительным: положение, радиус и пиковая величина неоднородности восстанавливаются весьма точно. Дело в том, что основной вклад в полученные значения вносят флуктуации при восстановлении фона, где неоднородности заведомо нет, но которые, тем не менее, учитываются при расчете невязок по всему охватываемому региону.

Использование нестандартного базиса в сочетании с уравнением эйконала позволяет применить в решении задачи итерационный подход. Введение итераций осуществлялось следующим образом. Восстановленная на предыдущем итерационном шаге неоднородность "просвечивается" лучами при последовательном добавлении к ней базисных полосок с опорным возмущением скорости звука в них, так, как это было описано выше, что позволяет получить "новую" матрицу влияния возмущений на время распространения для текущей итерации. Результатом зондирования должна являться матрица относительных временны́х задержек прохождения сигналов вдоль лучей в области с присутствием неоднородности; т.е. полоски на фоне невозмущенной обла-

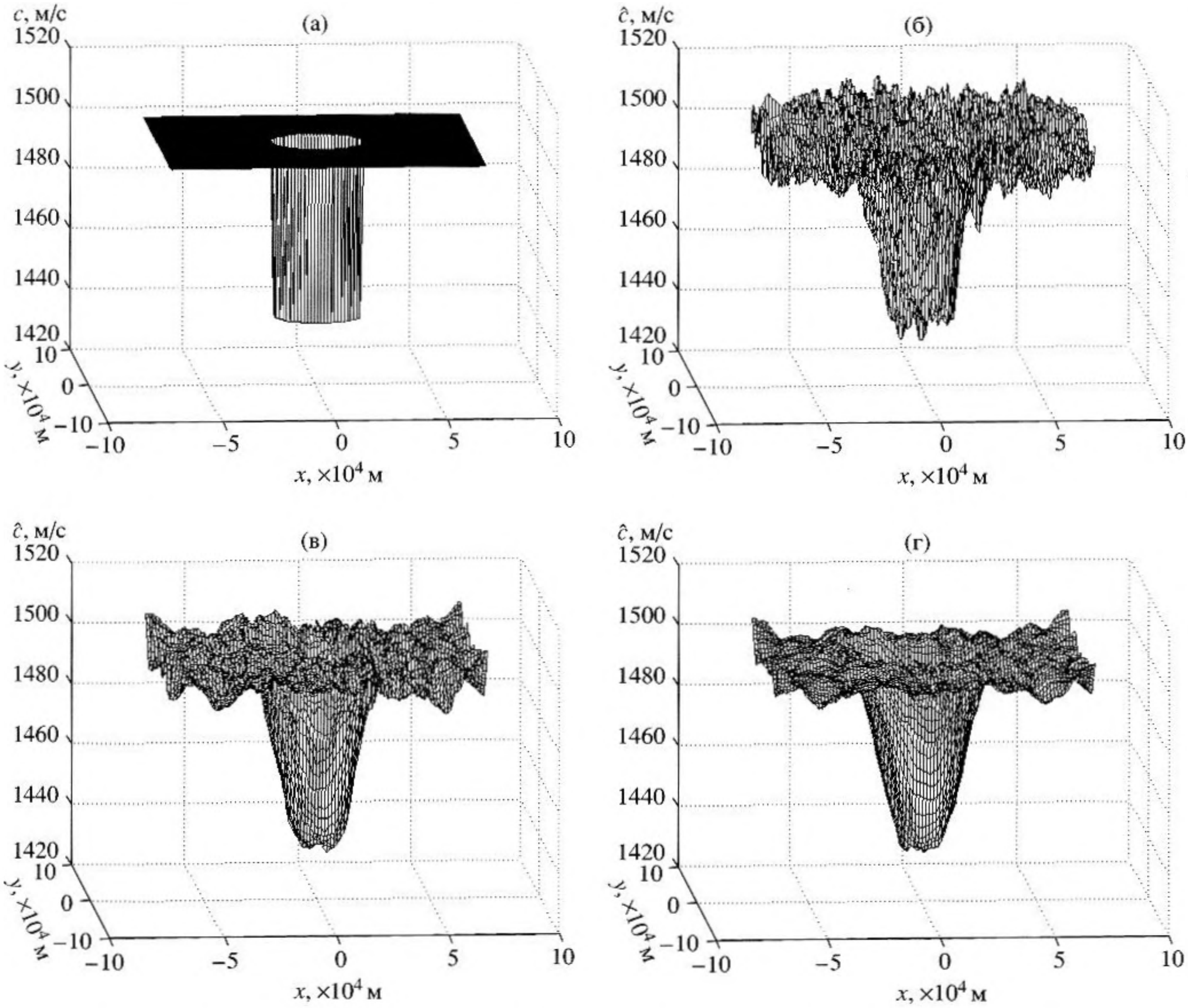


Рис. 3. Модельное распределение цилиндрической несмещенной неоднородности (а) и результат итерационного процесса ее восстановления в лучевом приближении при количестве приемно-передающих преобразователей $I = 16$, базисных полос $P = 25$ и углов их поворота $U = 35$, коэффициенте регуляризации $\varepsilon = 0.3$: рис. 3б – первая итерация ($n_c = 0.57$, $n_T = 0.26$); рис. 3в – вторая итерация ($n_c = 0.45$, $n_T = 0.22$); рис. 3г – третья итерация ($n_c = 0.42$, $n_T = 0.14$).

сти. Собственно, на первой итерации (когда значение фоновой скорости полагалось одним и тем же по всему региону) в решении уравнения эйконала нет необходимости, так как упрощения, связанные с геометрией возмущения, допускают использовать для расчета траекторий лучей простейший подход на основе закона Снеллиуса. Однако дальнейшие итерации требуют для построения матрицы возмущений **A** решения уравнения эйконала.

На рис. 3 изображены результаты итерационного процесса восстановления неоднородности радиусом 20 км, находящейся в центре исследуемой акватории. Модельное распределение скорости по акватории приведено на рис. 3а. Возмущение скорости внутри неоднородности, как и раньше, составляло 4% от фонового значения. Параметры матрицы при восстановлении были теми же, что и в случае, изображенном на рис. 2. При этом высокочастотная фильтрация не производилась, так как ее влияние с увеличением количества итераций становится незначительным.

На основании анализа полученных результатов можно сделать заключение, что рассматриваемый итерационный процесс сходится по решению. Действительно, значение невязки с каждой последующей итерацией убывает, хотя и медленно: $n_c = 0.57 \longrightarrow 0.45 \longrightarrow 0.42 \longrightarrow \ldots$ Как и в пре-

дыдущем случае, основной вклад в невязку дает шумовой фон в невозмущенной части исследуемой области, в то время как точность восстановления положения, размеров и пиковых значений неоднородности возрастает, что можно проследить по графическим данным (рис. 3б, 3в, 3г). Разумеется, нужно иметь в виду, что выбранный "полосчатый" базис достаточно груб, и итерационный процесс будет улучшать решение до определенного предела.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ РЕФРАКЦИОННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ В ВОЛНОВОЙ ТОМОГРАФИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ

Более строгим и единственно приемлемым для работы в области низких частот является волновой подход. Для решения прямой задачи в волновом представлении необходимо было получить аналитические формулы для расчета поля цилиндрической волны, рассеянного одной из базисных полосок, расположенной под произвольным углом. Данная задача решалась в два этапа. На первом этапе рассматривалось рассеяние цилиндрической волны, излученной точечным источником, на цилиндрической рефракционной неоднородности. Задача следующего этапа состояла в обобщении полученных результатов на полоску, для чего требовалось изыскать способ согласования падающей волны с плоской границей рассеивателя.

Поскольку в вертикальном направлении свойства среды считаются однородными, то рассматриваемая задача является двумерной. Как известно, двумерная функция Грина неоднородного пространства, содержащего цилиндрическую неоднородность, отличающуюся от фонового пространства скоростью распространения звука, может быть определена из системы двух уравнений Гельмгольца для внешней и внутренней среды и парой граничных условий, отражающих непрерывность поля и его производной по нормали на границе раздела сред. Данный способ, позволяющий найти точное выражение для рассматриваемой функции Грина, оказывается слишком громоздким при решении задачи о рассеянии цилиндрической волны на базисной полоске. Основная проблема при этом связана с различием между типом симметрии волны и видом границы. В то время как волна имеет цилиндрическую симметрию, граница является плоской. Естественно поэтому решать задачу, разложив падающую волну на плоские, тем более что теория отражения, преломления и прохождения плоских волн хорошо известна. Так, нами использовалось описание падающего поля в виде интегрального представления двумерной функции Грина однородного пространства со скоростью звука c_0 и волновым числом k_0 [9, Гл. 27]:

$$g(\mathbf{r}|\mathbf{r}_S, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\mathbf{k}_1(\mathbf{r}-\mathbf{r}_S)}}{k_1^2 - k_0^2} \frac{dk_{1x}dk_{1y}}{4\pi^2},$$

$$\mathbf{k}_1 = \{k_{1x}, k_{1y}\}, \quad k_1 = |\mathbf{k}_1|, \quad k_0 = \frac{\omega}{c_0},$$

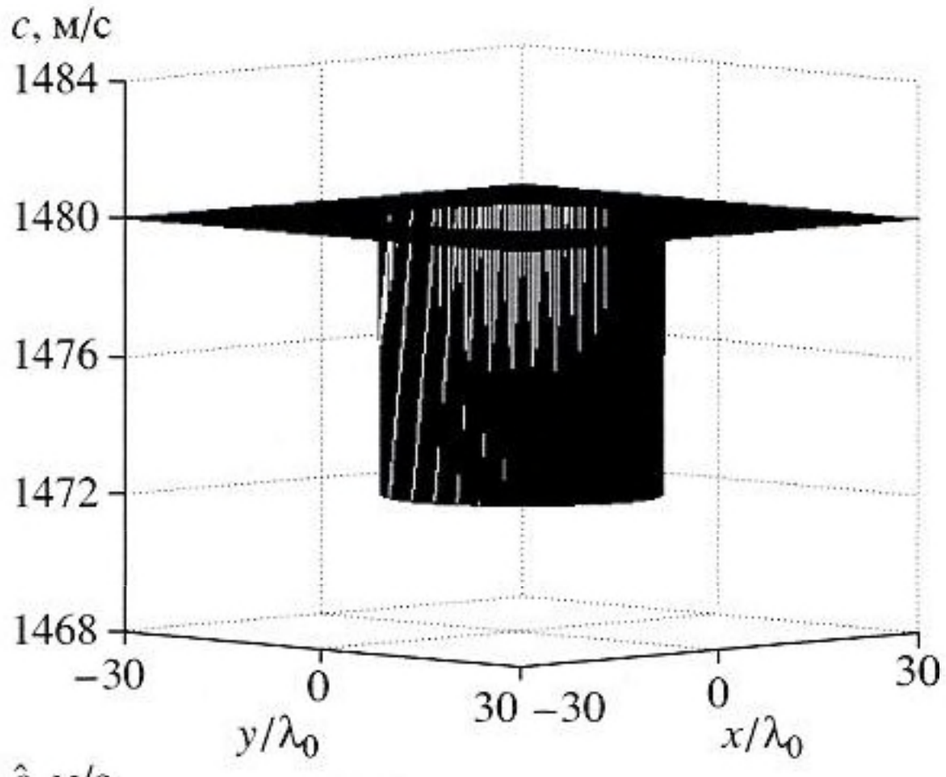
где $\mathbf{r}$ и $\mathbf{r}_S$ – радиус-векторы точки приема и точечного источника, соответственно.

Как показано в [10] (где подробно описан процесс решения прямой задачи прохождения цилиндрической волны через неоднородность в виде полоски), при отбросе быстрозатухающих неоднородных волн и при суммировании только плоских волн, волновые векторы которых лежат на сфере Эвальда, получается достаточно точное приближение результата к истинной функции Грина, что и позволяет рассчитать поле в виде суммы плоских волн.

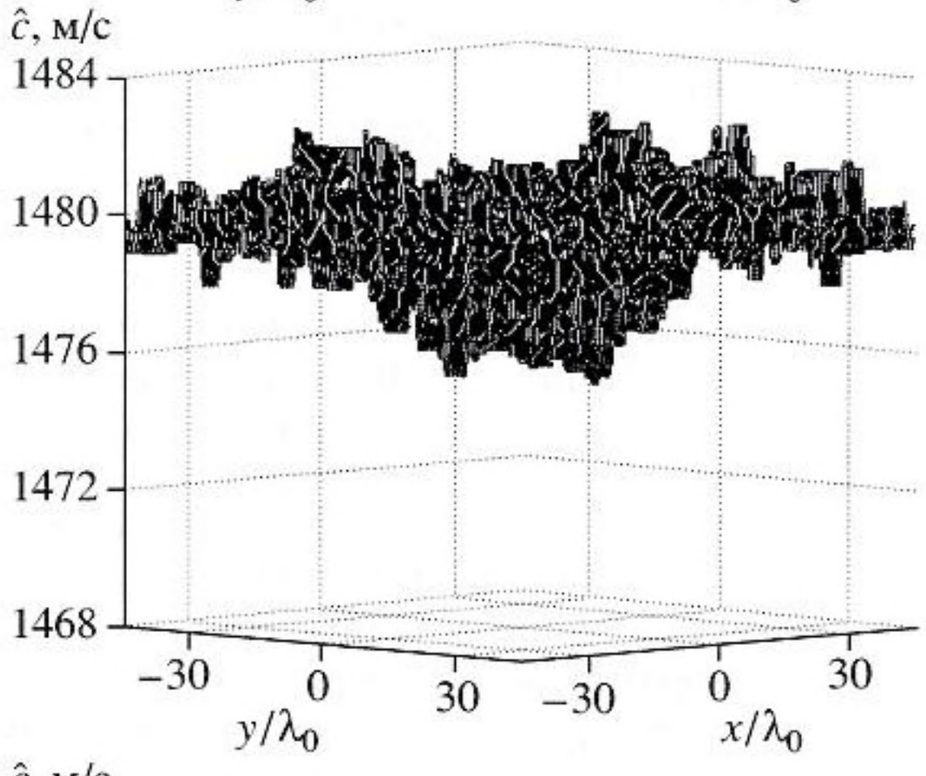
В качестве исходных данных рассматривалось полное поле, принимаемое каждой из расположенных по периметру акватории антенн. При численном моделировании задавалась акватория радиусом $30\lambda_0$, окруженная системой из 22 приемно-передающих преобразователей, излучающих на частоте 30 Гц. Скорость звука в восстанавливаемой неоднородности задавалась на 0.5% меньшей фонового значения, равного 1480 м/с. На рис. 4а показана реконструируемая неоднородность цилиндрической формы радиуса $r_0 \sim 12\lambda_0$, смещенная вдоль положительного направления оси Oy на $\sim 10\lambda_0$. Моделирование процесса восстановления неоднородностей именно цилиндрической формы объясняется необходимостью строгого решения прямой задачи. При этом решение задачи рефракции цилиндрической волны на неоднородности такой же формы хорошо известно. Таким образом, элементы матрицы возмущений и правой части уравнения (1) в рассматриваемой постановке находились различными способами.

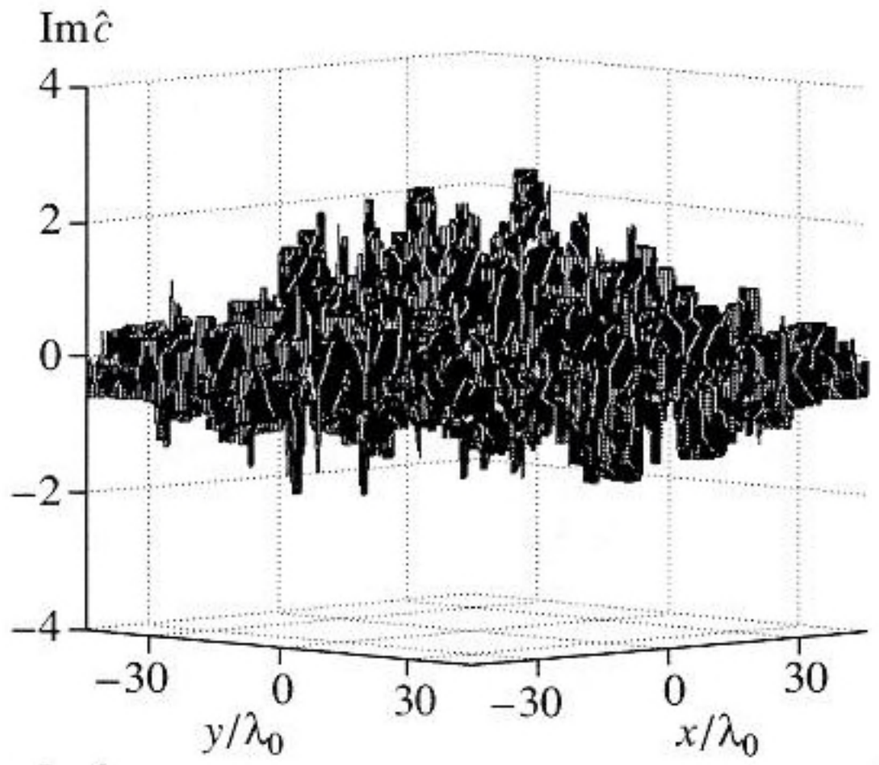
Регуляризация матрицы $\mathbf{A}^+\mathbf{A}$ осуществлялась на основе априорной информации. При восстановлении использовался тот факт, что рассматриваемые объекты имеют простую форму, за счет чего коэффициенты разложения, соответствующие соседним базисным элементам, не должны сильно различаться. Это позволило наложить дополнительные условия на величины коэффициентов разложения неоднородности по базису. Так, был введен параметр регуляризации μ, характеризующий дополнительное требование гладкости коэффициентов разложения (в случае $\mu = 1$ восстановленные значения коэффициентов должны быть равны). Для результатов моделирования, приведенных на рис. 4б, этот параметр составлял $\mu = 0.05$.

(а)

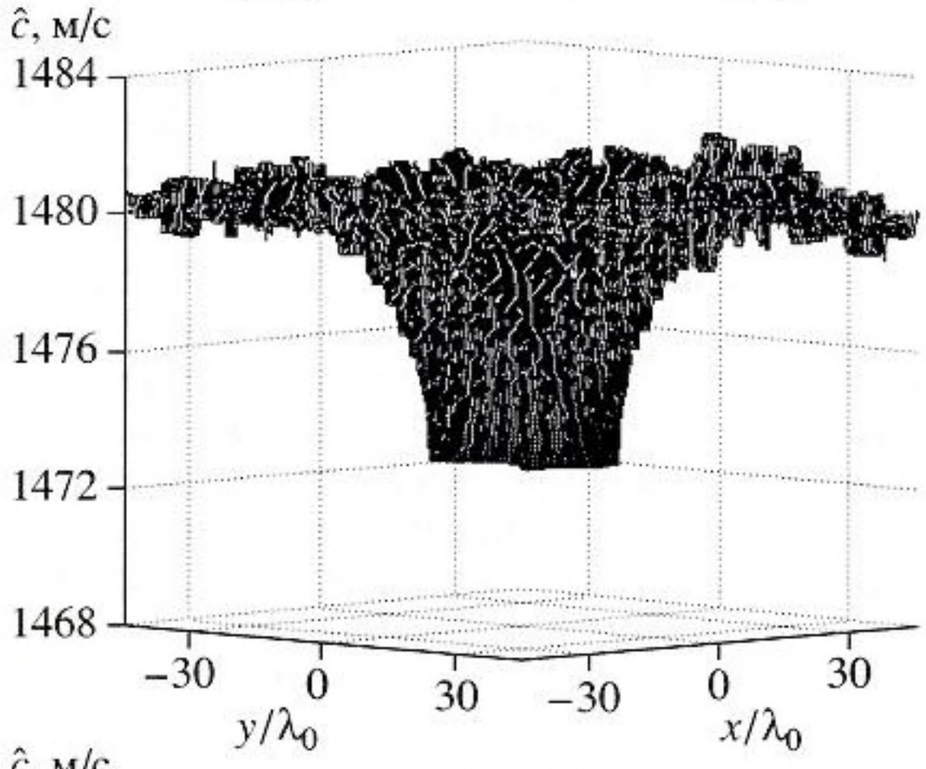

c, м/с
1484
1480
1476
1472
1468
−30
0
30
y/λ0
x/λ0

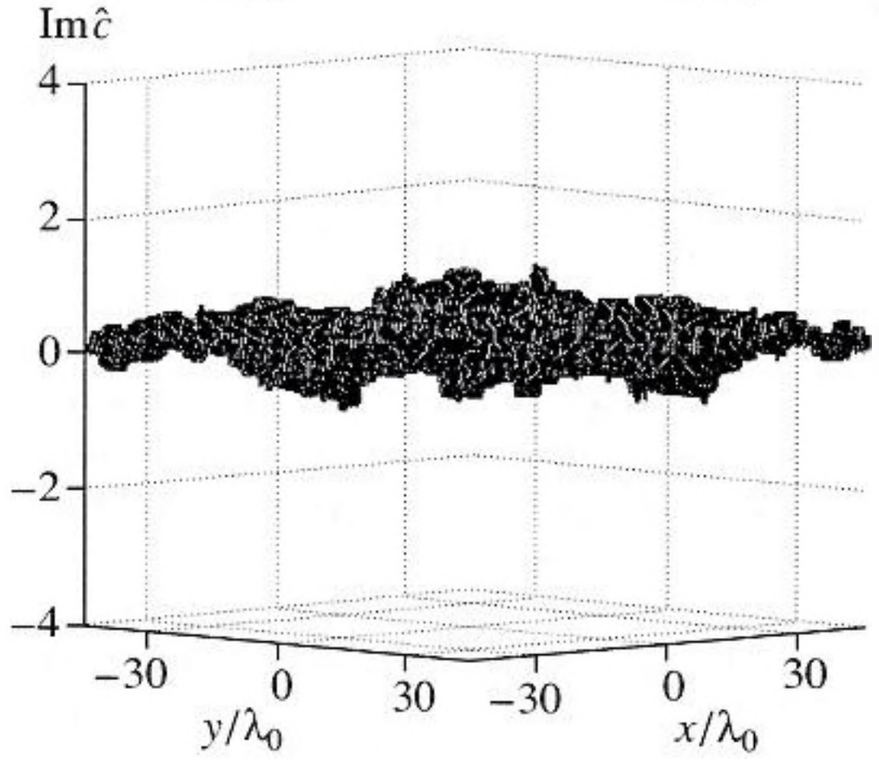
(б)


ĉ, м/с
1484
1480
1476
1472
1468
−30
0
30
y/λ0
x/λ0


Imĉ
4
2
0
−2
−4
−30
0
30
y/λ0
x/λ0

(в)


ĉ, м/с
1484
1480
1476
1472
1468
−30
0
30
y/λ0
x/λ0


Imĉ
4
2
0
−2
−4
−30
0
30
y/λ0
x/λ0

(г)

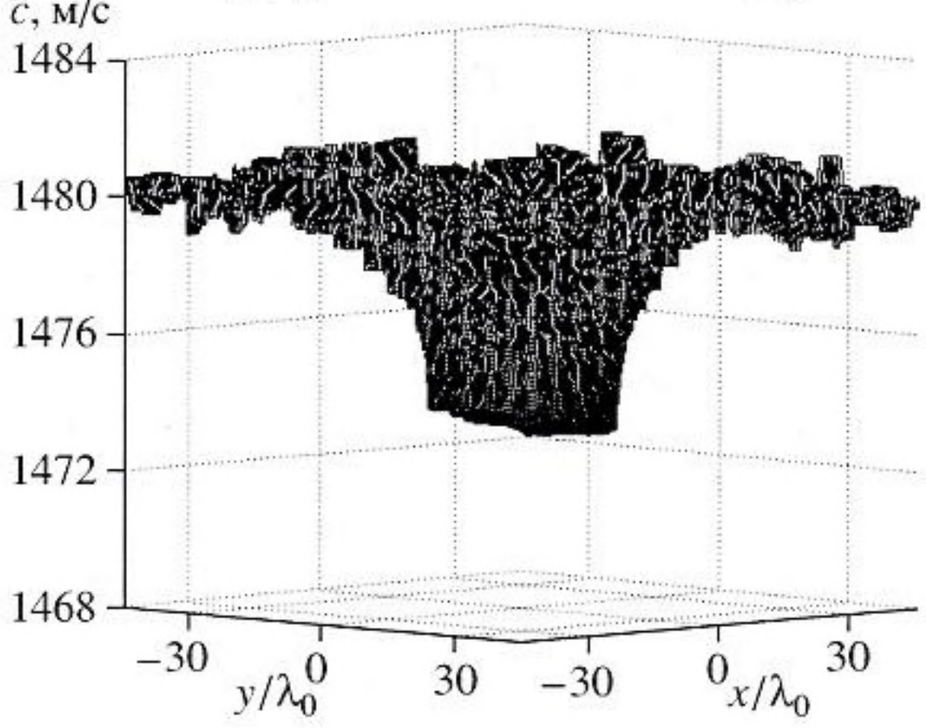

ĉ, м/с
1484
1480
1476
1472
1468
−30
0
30
y/λ0
x/λ0

Рис. 5. Модельное распределение цилиндрической неоднородности с радиусом $r_0 \sim 15\lambda_0$ (а) и результаты ее восстановления в волновом представлении (при погрешности в виде мнимой составляющей скорости $\mathrm{Im}\,\hat{c}$) для различного количества приемно-передающих преобразователей I, базисных полос P и углов их поворота U: рис. 5б – $P = 12$, $U = 7$, $I = 22$ ($n_c = 0.72$, $n_T = 0.46$); рис. 5в – $P = 6$, $U = 15$, $I = 22$ ($n_c = 0.53$, $n_T = 0.3$); рис. 5г – $P = 6$, $U = 15$, $I = 12$ ($n_c = 0.56$, $n_T = 0.09$).

честве базисных элементов кругов позволяет строго строить матрицу возмущений.

В качестве примера рассмотрим задачу восстановления с помощью "цилиндрического" варианта мозаичного базиса, формируемого следующим образом (рис. 1б). Рассматриваемая область круглой формы покрывается равномерно (с перекрытиями) базисными элементами в форме цилиндров (в двумерном случае – кругов). После этого, аналогично описанному выше методу решения задачи в полосчатом базисе, рассчитывается матрица **A** путем последовательного внесения опорного возмущения в каждый из цилиндров и расчета вызываемого им возмущения поля. Коэффициенты разложения восстанавливаемой неоднородности находятся из соотношения (2).

При численном моделировании рассматривалась акватория радиуса $30\lambda_0$. Скорость в неоднородности, как и раньше, полагалась на 0.5% меньшей фонового значения. Результаты восстановления неоднородностей цилиндрической формы, изображенных на рис. 7а и 7в, представлены на рисунках 7б и 7г, соответственно. Следует отметить уменьшение величины невязки n_T по сравнению со случаем восстановления неоднородностей, имеющих те же параметры (радиус, положе-

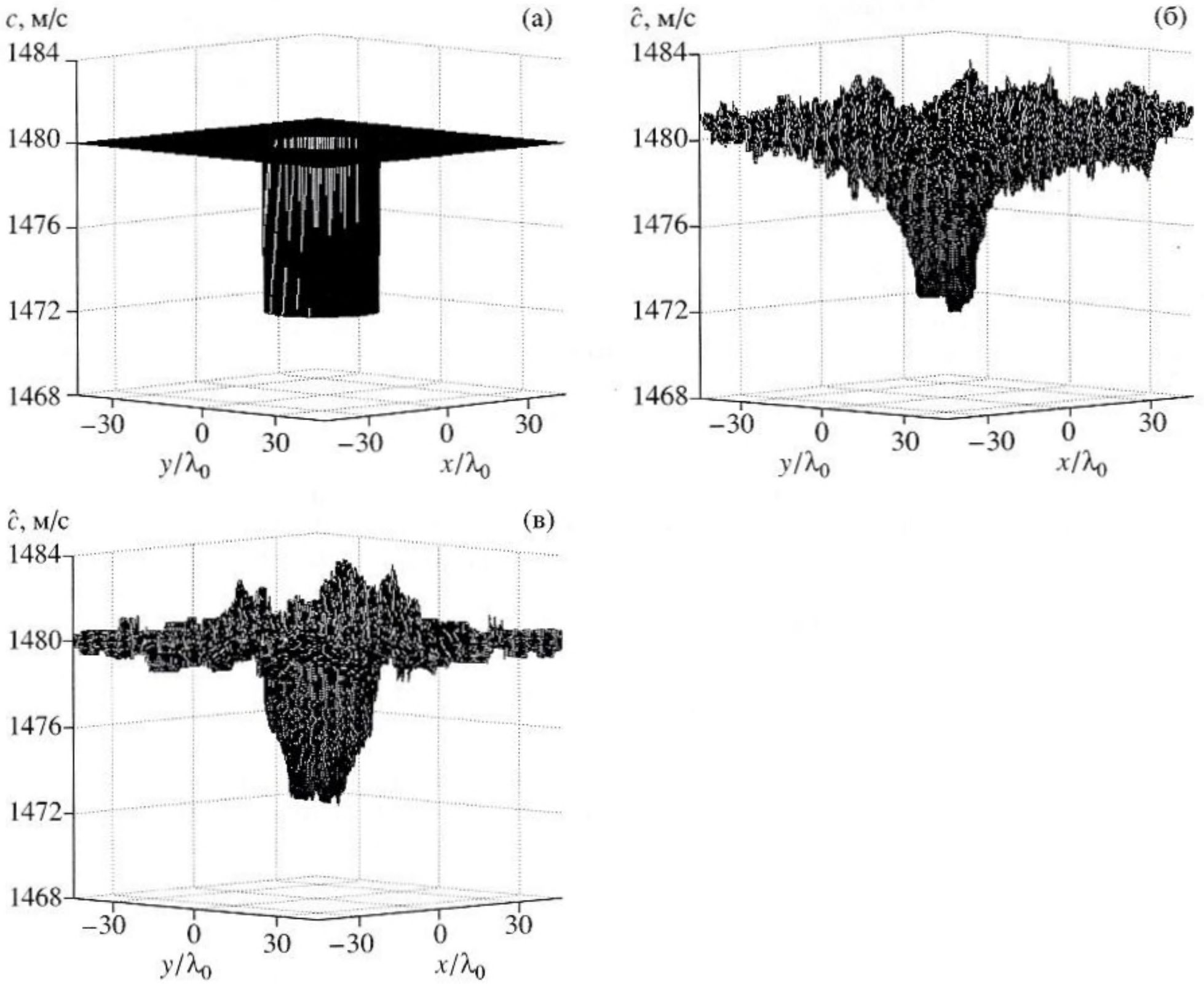


Рис. 6. Модельное распределение цилиндрической неоднородности с радиусом $r_0 \sim 10\lambda_0$ (а) и результаты ее восстановления в волновом представлении при количестве приемно-передающих преобразователей $I = 22$ для различного количества базисных полос P, углов их поворота U и толщины базисных полос h: рис. 6б – равномерное разбиение акватории базисными полосами при $P = 12$, $U = 31$, $h \sim 10\lambda_0$ ($n_c = 0.79$, $n_T = 0.1$); рис. 6в – неравномерное разбиение акватории при $P = 6$, $U = 21$, $h \sim 4\lambda_0$ ($n_c = 0.59$, $n_T = 0.36$).

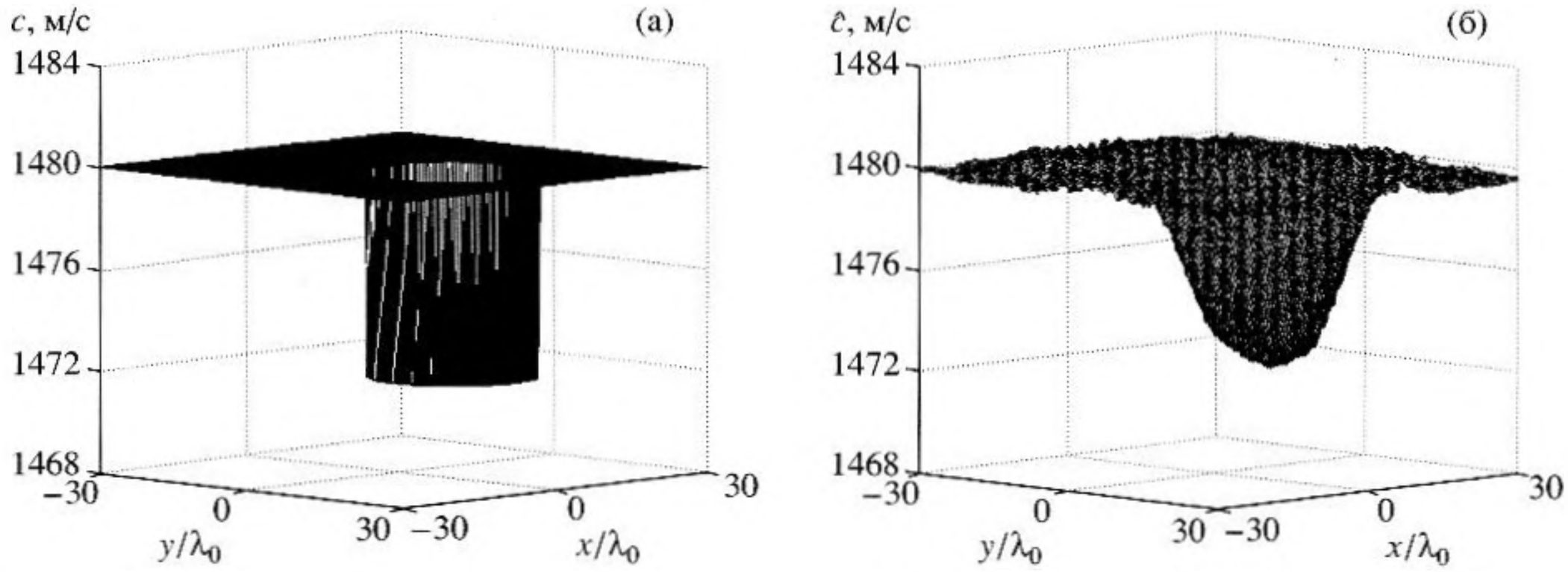


Рис. 4. Модельное распределение скорости звука по акватории (а) и результат восстановления этого распределения в волновом представлении (б) при количестве приемно-передающих преобразователей $I = 22$, базисных полос $P = 14$ и углов их поворота $U = 21$, коэффициенте регуляризации $\mu = 0.05$; $n_c = 0.43$, $n_T = 0.43$.

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛОСЧАТОГО БАЗИСА НА КАЧЕСТВО ВОССТАНОВЛЕНИЯ

Оценка влияния параметров предложенного базиса (таких как число полос в базисе, их ширина, количество углов и т.д.) проводилась следующим образом. Для выбранного количества преобразователей, полос и углов их поворота строилась матрица возмущений **A**, после чего вычислялась обусловленность этой матрицы по формуле $\alpha = \sqrt{\lambda_{max}/\lambda_{min}}$, где λ_{max} и λ_{min} – максимальное и минимальное собственные значения квадратной матрицы $\mathbf{A}^+\mathbf{A}$. Полученные значения обусловленности менялись от $\alpha = 213$ для 5 полос, 20 углов и 16 преобразователей до $\alpha = 8833$ для 25 полос, 35 углов и 16 преобразователей. При увеличении количества преобразователей величина обусловленности уменьшается, составляя, например, $\alpha = 1142$ для 10 полос, 25 углов и 32 преобразователей.

При численном моделировании в качестве восстанавливаемой неоднородности принималось цилиндрически-распределенное возмущение фазовой скорости, локализованное в центральной части рассматриваемой акватории. Скорость, задающая возмущение как в базисных полосках, так и в восстанавливаемых неоднородностях, полагалась на ~0.5% меньшей фонового значения и составляла 1472 м/с. Для фиксированного количества преобразователей $I = 22$ восстанавливалась неоднородность радиуса $r_0 \sim 15\lambda_0$ (рис. 5а) при разном количестве базисных элементов. Рассматривались два случая – количество полос $P = 12$ и 6, количество углов поворота полос $U = 7$ и 15, соответственно. При этом величины обусловленности матриц **A** для двух случаев отличаются мало и составляют $\alpha = 18$ и 32, соответственно. Регуляризация решения здесь не проводилась ($\mu = 0$), поскольку оценивалось влияние именно параметров базиса на качество восстановления.

Результаты восстановления для выбранных параметров базиса представлены на рис. 5б и 5в. Следует отметить, что у восстановленных коэффициентов разложения неизвестной неоднородности **X** присутствуют мнимые части, что в свою очередь ведет к погрешности в виде мнимой составляющей в оценке скорости (графики $\mathrm{Im}\hat{c}$ на рис. 5б, 5в). Данный эффект можно рассматривать как один из показателей точности применяемого алгоритма восстановления, поскольку при идеальной точности мнимая часть стремится к нулю.

Из сравнения рис. 5б и 5в следует, что в случае большого количества базисных полос, когда возрастает количество элементов, пересекающих неоднородность, т.е. увеличивается их общая информативность, происходит, тем не менее, значительное ухудшение картины восстановления (рис. 5б). Наблюдаемый эффект может быть связан с увеличением плохо облученных областей, попадающих в восстанавливаемую область. Рассмотрим распространяющуюся цилиндрическую волну, локализованную в некоторой лучевой трубке с характерной толщиной $d \sim \sqrt{D\lambda_0/2}$, где D – расстояние между источником и приемником, λ_0 – длина волны. Для рассматриваемой задачи максимальное значение $d \sim \sqrt{1500\ \text{м} \times 50\ \text{м}} \sim 270$ м, а расстояние между соседними приемниками, на которые направлены лучевые трубки от одного и того же излучателя, для $I = 22$ составляет ~430 м. Следовательно, рассматриваемая область облу-

чена неравномерно. Бóльшая часть полоски, толщина которой мала, может попасть в область тени и тем самым выпасть из алгоритма восстановления. Можно предположить, что при уменьшении количества полос, т.е. при увеличении их толщины (при равномерном разбиении акватории на полосы), оцененные значения скорости в плохо облученных областях будут приближаться к правильным значениям за счет хорошо облученных областей. При этом улучшится общая картина восстановления. Тогда количество углов поворота полос U следует увеличить, чтобы пополнить систему, описывающую регион, которая становится недостаточно информативной при уменьшении количества полос P.

Кроме этого, разумным условием, которое следует наложить на количество полос и углов, является требование взаимного пересечения периферийных частей базисных полос, соответствующих соседним углам поворота. При толщине базисных полос $h = \frac{2R_0}{P}$ (R_0 – радиус исследуемой акватории) рассматриваемое условие можно записать в виде $h \geq R_0 \frac{\pi}{U}$, где $\frac{\pi}{U}$ – угол поворота базисных полос. Таким образом, получается условие, накладываемое на количество базисных полос и углов:

$$U \geq \frac{\pi}{2} P. \qquad (3)$$

Отметим, что аналогичное требование применяется к количеству угловых отсчетов и количеству отсчетов на одну проекцию в рентгеновской трансмиссионной томографии [11, Гл. 4].

Как следует из результатов численного эксперимента, при уменьшении количества полос в два раза и увеличении количества углов во столько же раз (при этом условие (3) выполняется), восстановленная картина распределения скорости значительно улучшается (рис. 5в). Кроме того, происходит уменьшение ложной мнимой части $\mathrm{Im}\hat{c}$, также указывающее на увеличение точности восстановления.

Следующий шаг, который был предпринят, – уменьшение количества преобразователей в два раза: $P = 6$, $U = 15$, $I = 12$ (рис. 5г). При этом, несмотря на существенное уменьшение информации об исследуемом регионе, картина восстановления ухудшается незначительно.

При реализации рассматриваемого алгоритма была выявлена дополнительная возможность изменения базиса, влияющая на качество восстановления. Эта возможность возникает, если не связывать непосредственно количество полос и их ширину, т.е. рассматривать неравномерное разбиение региона на полосы. Пусть из результатов предварительного эксперимента (т.е. для каких-либо допустимых значений P, U и I) известно, что в центре исследуемой области (или вблизи центра) находится неоднородность. В этом случае точность восстановления можно улучшить, сохраняя прежние значения P, U и I, но уменьшая ширину базисных полос. При этом регион разбивается неравномерно на полосы, которых оказывается много в центре акватории и практически нет на периферии. При таком подходе, незначительно влияя на обусловленность матрицы $\mathbf{A}$ (поскольку параметры P, U и I не изменяются), можно увеличивать количество полос, пересекающих неоднородность, что увеличивает их общую информативность. Этот прием полезен, например, при восстановлении неоднородностей малых размеров, которые нельзя точно восстановить с помощью широких полос. Необходимо, чтобы на диаметре неоднородности укладывалось несколько полос. Поэтому вместо того, чтобы увеличивать количество полос, соответственно уменьшая их толщину (при равномерном разбиении), можно перейти к неравномерному разбиению. Это позволит добиться того же эффекта, но не так сильно повлияет на обусловленность системы, как при равномерном разбиении. Например, для восстановления истинного значения скорости внутри неоднородности меньшего радиуса $r_0 \sim 10\lambda_0$ (рис. 6а), в случае равномерного разбиения необходимо взять большее количество базисных полос и, следовательно, уменьшить их толщину. При этом надо увеличить, в соответствии с (3), количество углов их поворота. Результаты моделирования изображены на рис. 6б при значениях параметров $P = 12$, $U = 31$, $I = 22$; тогда толщина базисных полосок составляет $h \sim 10\lambda_0$. Однако качественно похожие результаты могут быть получены и при меньшем количестве базисных элементов в случае неравномерного разбиения. Так, на рис. 6в приведен результат восстановления рассматриваемой неоднородности при меньшем количестве полос и, в то же время, меньшей их толщине: $P = 6$, $U = 21$, $I = 22$, $h \sim 4\lambda_0$.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДРУГИХ НЕСТАНДАРТНЫХ БАЗИСОВ

Обсужденные выше принципы построения полосчатого базиса могут быть положены в основу построения и других нестандартных базисов, форма элементов которых будет удобной при восстановлении неоднородностей того или иного типа либо при использовании того или иного представления звукового поля. Например, при восстановлении вихрей представляется целесообразным привлечение круговых базисов. Кроме этого, в волновом подходе использование в ка-

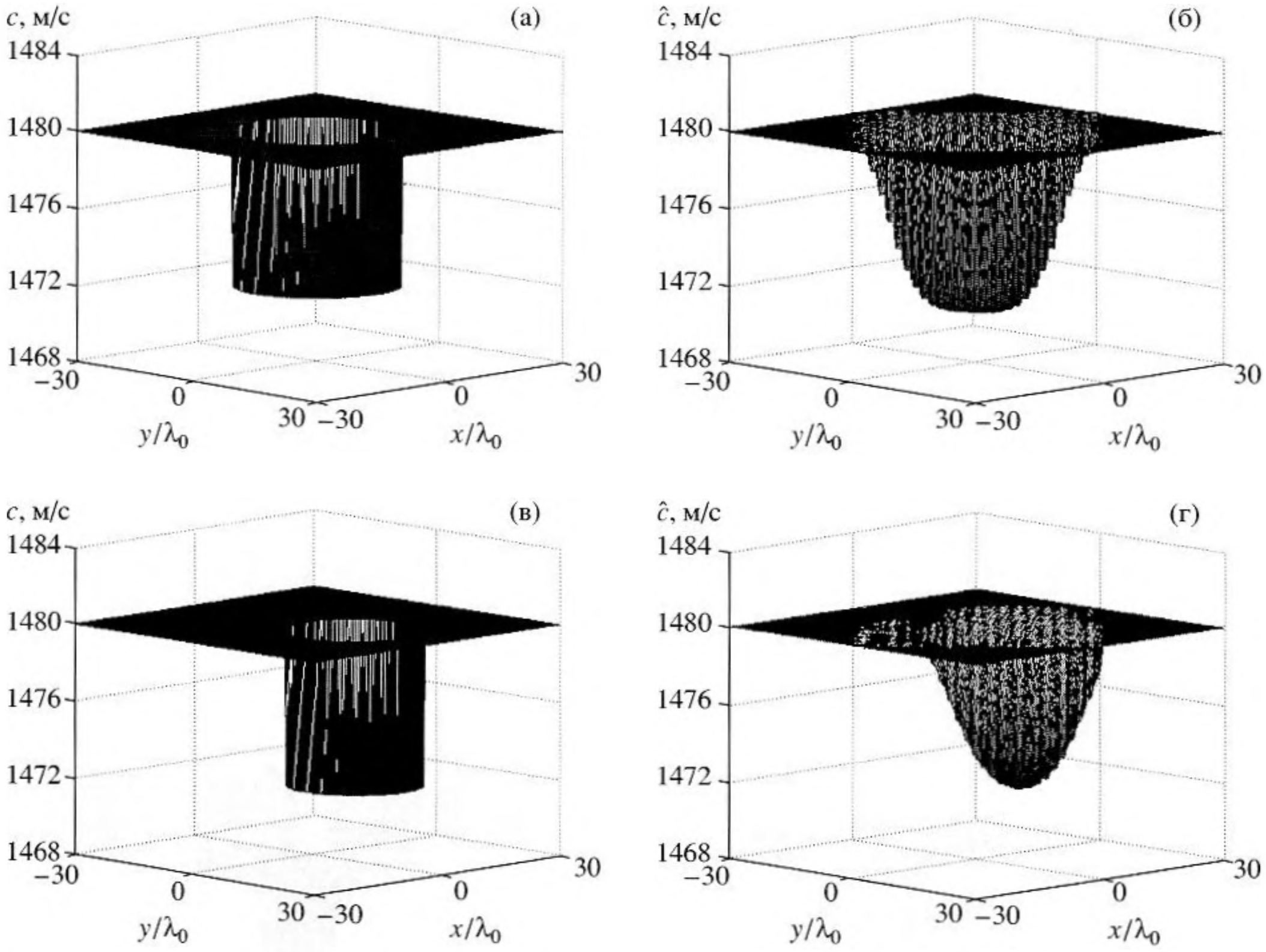


Рис. 7. Модельное распределение цилиндрических неоднородностей (а, в) и результаты их восстановления в волновом представлении (б, г) в случае "цилиндрического" базиса при количестве приемно-передающих преобразователей $I = 22$, количестве базисных элементов в виде кругов 841 и коэффициенте регуляризации $\mu = 0.03$: для неоднородности радиуса $r_0 \sim 15\lambda_0$, расположенной в центре акватории (а), имеем $n_c = 0.45$, $n_T = 0.2$ (б); для неоднородности радиуса $r_0 \sim 12\lambda_0$, смещенной вдоль положительного направления оси Oy на $\sim 10\lambda_0$ (в), имеем $n_c = 0.51$, $n_T = 0.22$ (г).

ние относительно центра акватории, возмущение скорости), в полосчатом базисе (рис. 5в и рис. 4б).

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

В результате можно сделать вывод о том, что требования на базис, по которому раскладывается неоднородность, можно существенно ослабить в тех случаях, когда для этого имеется необходимая априорная информация, что приводит к удобному и экономичному разложению искомой неоднородности. К немногочисленным условиям, которым должны удовлетворять базисы в таких томографических задачах, относятся некоторая относительная полнота базиса (т.е. его достаточность для описания восстанавливаемой неоднородности с требуемой точностью) и аддитивность учитываемых эффектов. Требование ортогональности не является необходимым. Кроме того, базис может быть переполненным.

Предложенный в работе полосчатый базис является удобной конструкцией для построения матрицы возмущения поля, вызванного рефракционной неоднородностью, как при лучевом, так и при волновом описании звукового поля. Обобщение рассматриваемых задач на среды с течениями и вихрями также может быть успешно осуществлено.

Задачу можно обобщить на случай использования в качестве исходных данных фазовых набегов "вертикальных" мод в комбинированной схеме "горизонтальные лучи–вертикальные моды", а в более сложных случаях – данных об амплитуде и фазе принимаемых сигналов, снятых с вертикальной гидроакустической антенны.

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № НШ-1575.003.2 и гранта № 04-02-16043 Российского фонда фундаментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гончаров В.В., Зайцев В.Ю., Куртепов В.М., Нечаев А.Г., Хилько А.И.* Акустическая томография океана. ИПФ РАН. Н. Новгород. 1997. С. 255.
2. *Baykov S.V., Burov V.A., Sergeev S.N.* Stability of mode tomography problem in case of limited data set // Proc. of the 4th European Conference on Underwater Acoustics. 1998. P. 617–621.
3. *Зайцев В.Ю., Нечаев А.Г., Островский Л.А.* О возможностях модовой томографии океана // Акустика океанской среды / Под ред. Л.М. Бреховских и И.Б. Андреевой. М.: Наука. 1989. С. 98–107.
4. *Munk W., Wunsh C.* Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring // Deep-Sea Res. A. 1979. V. 26. № 2. P. 123–161.
5. *Munk W., Worcester P., Wunsh C.* Ocean Acoustic Tomography. Cambridge: Cambridge University Press. 1995. P. 433.
6. *Гончаров В.В., Куртепов В.М.* Численные эксперименты по томографии океана // Акустика океанской среды / Под ред. Л.М. Бреховских и И.Б. Андреевой. М.: Наука. 1989. С. 107–115.
7. *Алейник Д.Л., Гончаров В.В., Чепурин Ю.А.* Акустическая томография внутритермоклинной линзы с движущегося судна // Доклады VIII школы-семинара акад. Л.М. Бреховских "Акустика океана". М.: ГЕОС. 2000. С. 18–21.
8. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Представление и восстановление океанических неоднородностей в нестандартных базисах // Доклады X школы-семинара акад. Л.М. Бреховских "Акустика океана", совмещенной с XIV сессией Российского акустического общества. М.: ГЕОС. 2004. С. 193–196.
9. *Е. Скучик.* Основы акустики. М.: Мир. 1976. Т. 2. С. 520.
10. *Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Решение задачи прохождения и рассеяния цилиндрической волны на слабо преломляющей плоской неоднородности // Вестник Московского Университета. Сер. 3, Физика, Астрономия. 2004. № 6. С. 34–38.
11. Физика визуализаций изображений в медицине. В 2-х томах. Пер. с англ. Под. ред. С. Уэбба. М.: Мир. 1991. Т. 2. С. 408.

Ocean Acoustic Tomography with a Nonstandard Representation of Refractive Inhomogeneities

V. A. Burov, A. Yu. Popov, S. N. Sergeev, and A. S. Shurup

Faculty of Physics, Moscow State University, Vorob'evy gory, Moscow, 119992 Russia

e-mail: burov@phys.msu.ru

Abstract—The two-dimensional tomography problem of reconstructing a refractive inhomogeneity in the ocean is considered. A distinction of this paper is the expansion of the inhomogeneity under investigation in a nonstandard (nonorthogonal and overfull) basis. This basis makes it possible to overcome some problems inherent in the conventional schemes dividing the ocean into squares, triangles, and other figures with corners. In addition, the perturbation matrix can be easily constructed in such a basis. The proposewd approach can be used in its present form for reconstructing flows and solving combined refractive-kinetic problems. The solution of the tomography problem with the use of the proposed basis is carried out in both ray and wave representations.