АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2005, том 51, № 3, с. 428–430

УДК 534.26

ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА МОНОПОЛЬНО-ДИПОЛЬНЫМИ РЕЗОНАТОРАМИ В МНОГОМОДОВОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2005 г. А. Д. Лапин
Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника 4
E-mail: mironov@akin.ru
Поступила в редакцию 8.04.04 г.

В работе [1] было исследовано рассеяние и поглощение звука резонатором монопольно-дипольного типа в узкой трубе. Он представляет собой сферический сосуд с горлышком (резонатор Гельмгольца), присоединенный стерженьком к стенке трубы. Радиус сферического сосуда и длина стерженька малы по сравнению с длиной звуковой волны. Фактически этот резонатор представляет собой комбинацию монопольного и дипольного резонаторов, расположенных в одной точке. Рассеянные поля монопольного и дипольного типов, создаваемые этим резонатором, ортогональны. Показано, что при определенном трении (сопротивление трения равно сопротивлению излучения) одиночный резонатор монопольно-дипольного типа полностью поглощает звук резонансной частоты в узкой трубе. Отметим, что при оптимальном трении одиночный монопольный резонатор (неподвижный резонатор Гельмгольца [2, 3]) и одиночный дипольный резонатор (жесткая сфера, прикрепленная стерженьком к стенке трубы [4]) поглощают не более половины энергии падающей волны.

Представляет интерес исследовать вопрос о поглощении звука монопольно-дипольными резонаторами в широкой трубе (многомодовом волноводе). Ниже показано, что при помощи этих резонаторов можно полностью поглотить нулевую моду в многомодовом волноводе. Количество требуемых резонаторов можно минимизировать путем определенного расположения их в сечении волновода. Эти выводы получены на основе решения вспомогательной задачи о рассеянии плоской звуковой волны от безграничной решетки монопольно-дипольных резонаторов с трением. Пусть решетка совпадает с плоскостью $z = 0$, рассеиватели (резонаторы Гельмгольца на стерженьках) расположены в точках с координатами $x = qL$, $y = sl$, где L и l – соответственно периоды решетки по осям x и y, $L < \lambda$, $l < \lambda$, λ – длина звуковой волны, q и s – любые целые числа. Из полупространства $z < 0$ на решетку падает плоская гармоническая волна с давлением $p_0(z) = \exp(ikz)$, где k – волновое число, временной множитель $\exp(-i\omega t)$ опускаем. Под действием этой волны рассеиватели совершают пульсирующие и осциллирующие колебания и создают рассеянные поля монопольного (p_1) и дипольного (p_2) типов. Поле решетки монополей и поле решетки диполей получим по формулам [5]:

$$p_1(x, y, z) = \frac{\rho c V}{2Ll}\left\{\exp(ik|z|) - \right.$$
$$\left. - i\sum_{m,n}\frac{k}{\alpha_z^{mn}}\exp[i(k_x^m x + k_y^n y) - \alpha_z^{mn}|z|]\right\}, \tag{1}$$

$$p_2(x, y, z) = -\mathrm{sign}\,z\frac{ik\rho c M}{2Ll}\left\{\exp(ik|z|) + \right.$$
$$\left. + \sum_{m,n}\exp[i(k_x^m x + k_y^n y) - \alpha_z^{mn}|z|]\right\}, \tag{2}$$

где $k_x^m = m2\pi/L$, $k_y^n = n2\pi/l$, $\alpha_z^{mn} = \sqrt{(k_x^m)^2 + (k_y^n)^2 - k^2}$, V – объемная скорость монополя (резонатора Гельмгольца), M – момент диполя (осциллирующей сферы), ось диполя совпадает с осью z, ρ и c – соответственно плотность среды и скорость звука в ней, $\mathrm{sign}\,z = +1$ при $z > 0$, $\mathrm{sign}\,z = -1$ при $z < 0$, суммирование производится по всем целым m и n, кроме $m = n = 0$. При периодах решетки, меньших длины звуковой волны, рассеянные поля p_1 и p_2 состоят из одной однородной плоской волны и бесконечного числа неоднородных плоских волн. Полное поле равно $p = p_0 + p_1 + p_2$.

Объемную скорость монополя и момент диполя получим из уравнений движения (пульсаций и осцилляций) резонатора, расположенного в начале координат (все резонаторы колеблются синфазно). Уравнение вынужденных пульсаций имеет вид

$$m_1\ddot{\xi}_1 + r_1\dot{\xi}_1 + \kappa_1\xi_1 = [f_0 + f_1 + f_2]\exp(-i\omega t), \quad (3)$$

где m_1 – масса воздуха в горле резонатора, $\xi_1(t)$ – смещение этой массы, κ_1 – коэффициент упругости, f_0, f_1, f_2 – соответственно комплексные амплитуды результирующих сил, обусловленных действием звуковых полей p_0, p_1, p_2 на горло резонатора. Для малого (по сравнению с длиной звуковой волны) резонатора имеем приближенно

$$f_0 = -\sigma_1 p_0(0) = -\sigma_1,$$

$$f_1 = -\sigma_1\frac{\rho c V}{2Ll}\left\{1 - i\sum_{m,n}\frac{k}{\alpha_z^{mn}}\exp(-\alpha_z^{mn}a)\right\}, \quad f_2 = 0,$$

где σ_1 – площадь поперечного сечения горла, a – радиус сферического сосуда. Объемная скорость монополя равна $V = \sigma_1 v_1$, где $v_1 = \dot{\xi}_1(t)\exp(+i\omega t)$ – комплексная амплитуда колебательной скорости.

Уравнение вынужденных осцилляций резонатора на стерженьке под действием звукового поля имеет вид

$$m_2\ddot{\xi}_2 + r_2\dot{\xi}_2 + \kappa_2\xi_2 = [F_0 + F_1 + F_2]\exp(-i\omega t), \quad (4)$$

где m_2 – масса сферического сосуда, $\xi_2(t)$ – смещение этой массы, r_2 – коэффициент трения, κ_2 – коэффициент упругости, F_0, F_1, F_2 – соответственно комплексные амплитуды результирующих сил, обусловленных действием звуковых полей p_0, p_1, p_2 на жесткую сферу [6]. Для малой (по сравнению с длиной звуковой волны) сферы они равны приближенно

$$F_0 = -i\frac{ka}{3}\sigma_1, \quad F_1 = 0,$$

$$F_2 = -ka\frac{\rho c\sigma_2^2}{12Ll}\left\{ka - i\left[1 + \sum_{m,n}\exp(-\alpha_z^{mn}a)\right]\right\}v_2,$$

где $\sigma_2 = 4\pi a^2$ – площадь сферы, $v_2 = \dot{\xi}_2(t)\exp(i\omega t)$ – комплексная амплитуда колебательной скорости. Момент диполя (осциллирующей сферы) равен $M = 4\pi a^3 v_2$.

Из уравнений (3) и (4) получим комплексные амплитуды колебательных скоростей $v_1 = f_0/Z_1 = -\sigma_1/Z_1$, $v_2 = F_0/Z_2 = -i(ka/3)\sigma_2/Z_2$, где

$$Z_1 = \left\{(r_1 + R_1) + i\left[\frac{\kappa_1}{\omega} - \omega(m_1 + m_1')\right]\right\},$$

$$Z_2 = \left\{(r_2 + R_2) + \left[\frac{\kappa_2}{\omega} - \omega(m_2 + m_2')\right]\right\},$$

$R_1 = -\mathrm{Re}\dfrac{f_1}{v_1} = \dfrac{\rho c\sigma_1^2}{2Ll}$ – сопротивление излучения монополя,

$m_1' = \dfrac{1}{\omega}\mathrm{Im}\dfrac{f_1}{v_1} = \dfrac{\rho c\sigma_1^2}{2Ll\omega}\sum_{m,n}\dfrac{k}{\alpha_z^{mn}}\exp(-\alpha_z^{mn}a)$ – присоединенная масса монополя,

$R_2 = -\mathrm{Re}\dfrac{F_2}{v_2} = (ka)^2\dfrac{\rho c\sigma_2^1}{12Ll}$ – сопротивление излучения диполя,

$m_2' = \dfrac{1}{\omega}\mathrm{Im}\dfrac{F_2}{v_2} = \dfrac{\rho c\sigma_2^2 ka}{12Ll\omega}[1 + \sum_{m,n}\exp(-\alpha_z^{mn}a)]$ – присоединенная масса диполя.

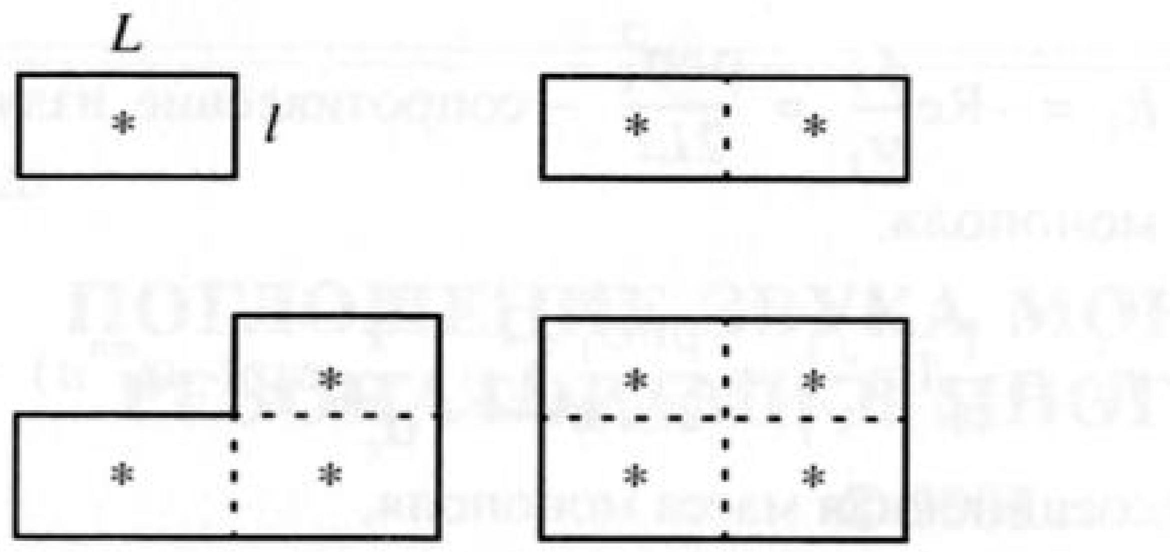
Полное поле равно

$$p = \exp(ikz) - \left[\frac{R_1}{Z_1} + \frac{R_2}{Z_2}\mathrm{sign}z\right]\exp(ik|z|) +$$
$$+ \sum_{m,n}\left[\frac{k}{\alpha_z^{mn}}\frac{R_1}{Z_1} - \frac{R_2}{Z_2}\mathrm{sign}z\right]\exp[i(k_x^m x + k_y^n y) - \alpha_z^{mn}|z|]. \quad (5)$$

Рассеянные поля монопольного и дипольного типов, создаваемые решеткой резонаторов, ортогональны. Собственные частоты резонаторов при пульсациях и осцилляциях соответственно равны $\omega_1 = \sqrt{\kappa_1/(m_1 + m_1')}$ и $\omega_2 = \sqrt{\kappa_2/(m_2 + m_2')}$. Отметим, что акустическая связь между двумя близко расположенными друг от друга резонаторами Гельмгольца в свободной среде исследована в работе [7].

Пусть $r_1 = R_1$, $r_2 = R_2$, $\omega_1 = \omega_2$. Это означает, что при пульсациях и осцилляциях сопротивление трения равно сопротивлению излучения и собственные частоты ω_1 и ω_2 совпадают. Тогда $\left[\dfrac{R_1}{Z_1} + \dfrac{R_2}{Z_2}\mathrm{sign}z\right] = \dfrac{1}{2}[1 + \mathrm{sign}z]$ и полное поле (5) не содержит прошедшей однородной волны за решеткой и не содержит отраженной однородной волны перед решеткой. Это означает, что падающая волна p_0 полностью поглощается решеткой монопольно-дипольных резонаторов. Полное поле перед решеткой состоит из падающей однородной волны и бесконечного числа неоднородных волн, полное поле за решеткой состоит из одних неоднородных волн.

На основе полученных результатов можно сделать заключения о поглощении звука монопольно-дипольными резонаторами в многомодовом волноводе. В самом деле, полное поле (5) удовлетворяет соотношениям



Формы сечений волноводов. Положения резонаторов отмечены звездочками.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \text{ при } x = \frac{L}{2}(1+2q),\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \text{ при } y = \frac{l}{2}(1+2s),$$

где q и s – любые целые числа. Это означает, что формула (5) также дает поле в волноводе с жесткими стенками, описываемыми уравнениями $x = \frac{L}{2}(1+2q)$, $y = \frac{l}{2}(1+2s)$. На рисунке даны формы сечений таких волноводов, положения резонаторов отмечены звездочками. Формула (5) дает поле в волноводе с сечением, построенным из прямоугольников ($L \times l$) с резонатором в центре. Величины L и l можно изменять, но они не должны превосходить длину звуковой волны. Минимальное число резонаторов, необходимое для поглощения нулевой моды в многомодовом волноводе, равно минимальному числу прямоугольников ($L \times l$) в сечении этого волновода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лапин А.Д.* Резонатор монопольно-диполного типа в узкой трубе // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 6. С. 855–857.
2. *Исакович М.А.* Общая акустика. М: Наука, 1973. 436 с.
3. *Morse P., Ingard U.* Theoretical Acoustics. McGraw-Hill, New York, 1986. 937 p.
4. *Канев Н.Г., Миронов М.А.* Дипольный резонансный рассеиватель звука // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 3. С. 372–375.
5. *Лапин А.Д., Миронов М.А.* Изоляция звукового поля плоской решеткой малых рассеивателей. Сб. трудов XI сессии РАО. М: ГЕОС, 2001. Т. 1. С. 192–194.
6. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука. М: Изд-во Московского университета, 1960. 336 с.
7. *Johansson T., Kleiner M.* Theory and experiments on the coupling of two Helmholtz resonators // J. Acoust. Soc. Amer. 2001. V. 110. № 3. Pt.1 of 2.