АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2003, том 49, № 6, с. 785–793

УДК 534.232.082.73

АКУСТИЧЕСКОЕ ЗАТУХАНИЕ В СЛОЯХ СВЧ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ПРОДОЛЬНЫХ И СДВИГОВЫХ УПРУГИХ ВОЛН ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКАМИ КЛАССА 6mm

© 2003 г. М. А. Григорьев, А. В. Толстиков, Ю. Н. Навроцкая

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

410026 Саратов, ул. Астраханская, 83

E-mail: magrig@sgu.ssu.runnet.ru

Поступила в редакцию 28.06.2002 г.

Рассмотрен электроакустический преобразователь на основе пьезоэлектрика класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 с электродами конечной толщины и с учетом акустического затухания в слоях. Получена система уравнений для расчета импеданса преобразователя, сопротивлений излучения сдвиговой и продольной волн, отношения мощностей этих волн в звукопроводе, а также коэффициентов преобразования для поперечной и продольной волн. Приведены результаты численного анализа влияния затухания в конкретном преобразователе диапазона 15 GHz.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей статье рассматривается СВЧ преобразователь объемных акустических волн, представляющий собой трехслойный пьезоэлемент (металл–пьезоэлектрик–металл), с пьезокристаллом класса 6mm (ZnO, CdS), с произвольной ориентацией оси симметрии 6-ого порядка. В отличие от работы [1] анализируется влияние акустического затухания в слоях преобразователя. Примерами потребности в таких преобразователях могут служить акусто-оптические устройства коротковолновой части СВЧ диапазона [2] и акустические линии задержки. Создание последних с приемлемым затуханием сигнала в коротковолновой части СВЧ диапазона потребовало использования сдвиговых упругих волн, затухающих в некоторых кристаллах ($Y_3Al_5O_{12}$, $MgAl_2O_4$ и др.) существенно слабее, чем продольные. Чтобы получить эти волны используются пьезопленки, напыляемые в вакууме при наклонном падении осаждаемых молекул на поверхность звукопровода. В работе [3] возбуждались поперечные упругие волны в $MgAl_2O_4$ на частоте 36.5 GHz пленкой ZnO с наклонной структурой молекул. Серьезной трудностью, встающей на пути создания эффективных пьезопреобразователей коротковолновой части СВЧ диапазона, оказывается акустическое затухание в его слоях.

В литературе постоянно публикуются статьи по различным вопросам о преобразователях объемных упругих волн, например, [4, 5, 6, 7 и др.]. Однако, нам не известны работы, в которых выполнялся бы анализ влияния акустического затухания в многослойном пьезопреобразователе.

Рассматриваемая модель состоит, рис. 1, из бесконечного в направлении оси x_3' звукопровода *4*, металлических электродов *1* и *3*, к которым подводится переменное СВЧ напряжение, а также пьезоэлектрика *2*, помещенного между указанными электродами и ориентированного таким образом, что ось x_2 кристаллофизической системы координат перпендикулярна плоскости рисунка, а – x_3 образует угол θ с нормалью $\vec{n}$ к торцу звукопровода. Рассмотрение такой ориентации пьезоэлектрика не приводит к потере общности

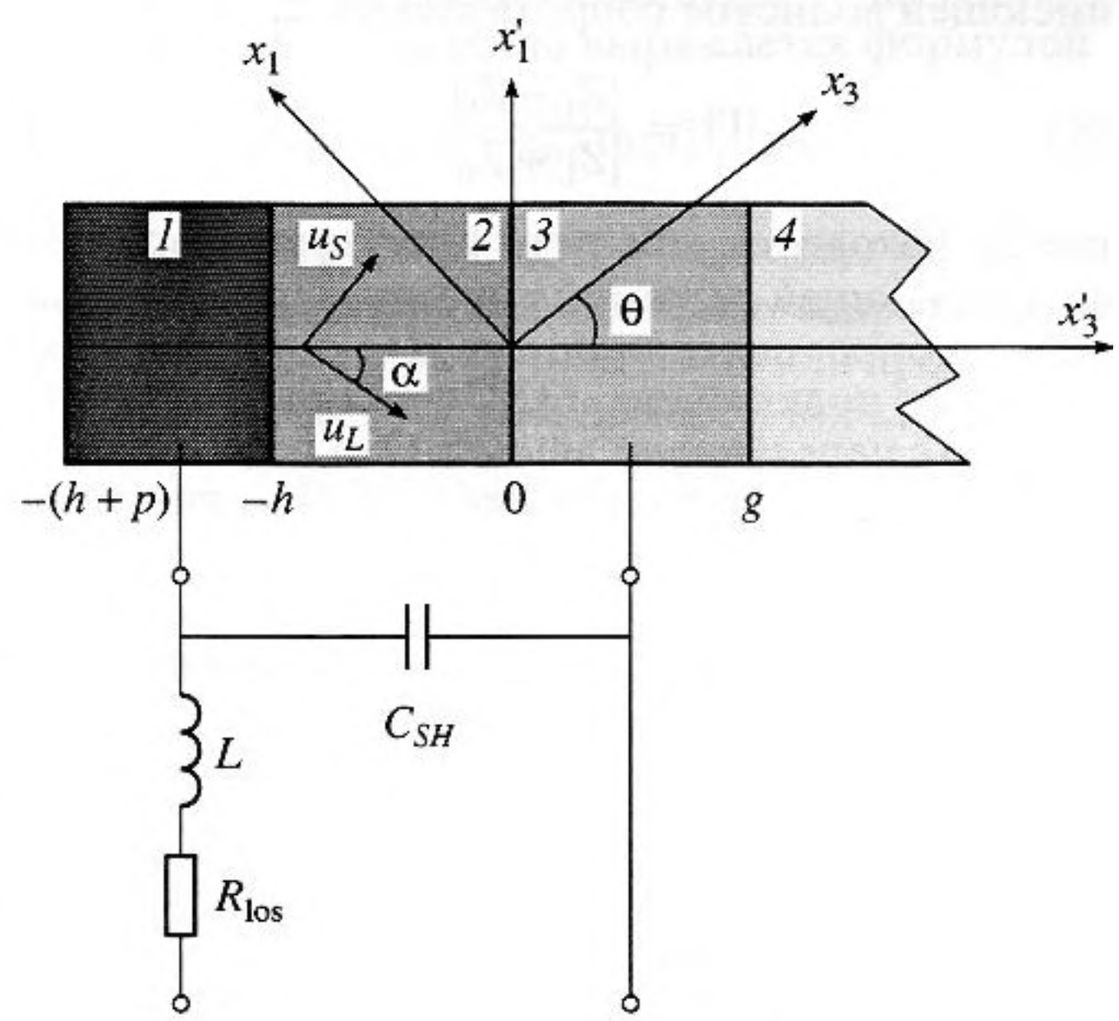

Рис. 1. Анализируемый пьезопреобразователь.

благодаря изотропности упругих свойств гексагональных кристаллов в плоскости, перпендикулярной оси 6. Металлические электроды и звукопровод будем считать изотропными, либо кристаллическими, но ориентированными своими продольными нормалями вдоль оси x_3'. Электропроводность пьезоэлектрика и диэлектрические потери в нем положим равными нулю.

Пьезоэлемент, включенный в СВЧ цепь, обладает частотно зависимым импедансом, активная составляющая которого поглощает электромагнитную мощность. Она расходуется как на возбуждение в звукопроводе акустических волн (продольной и поперечной), так и на потери.

Эффективность преобразователя в целом, включая и возбуждающую систему, характеризуется коэффициентом электроакустического преобразования η, определяемым формулой

$$\eta = P_{ac}/P_+, \tag{1}$$

где P_{ac} – мощность возбужденной акустической волны; P_+ – мощность прямой электромагнитной волны в линии, подводящей энергию к преобразователю. Поскольку

$$P_{ac} + P_{los} = P_+(1 - |\Gamma|^2), \tag{2}$$

где P_{los} – мощность потерь, $|\Gamma|$ – модуль коэффициента отражения в линии, то будем иметь

$$\eta = (1 - |\Gamma|^2)\frac{R_{rad}}{R_{rad} + R_{los}}. \tag{3}$$

Здесь R_{rad} – активное сопротивление излучения пьезоэлемента, R_{los} – сопротивление потерь.

Величину $|\Gamma|$ нетрудно найти, если известен импеданс нагрузки Z_L в некотором сечении линии, имеющей волновое сопротивление Z_0

$$|\Gamma| = \frac{|Z_L - Z_0|}{|Z_L + Z_0|}, \tag{4}$$

где Z_L находится как результат трансформации возбуждающей системой импеданса преобразователя и сопротивления потерь. На рис. 1 к пьезоэлементу подключена LCR цепочка, соединяющая его с передающей линией. Она состоит из паразитной шунтирующей емкости C_{SH}, индуктивности соединительного проводника L и его активного сопротивления R_{los}. Таким образом, первоочередной задачей является вычисление импеданса пьезоэлемента $Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$.

АМПЛИТУДЫ УПРУГИХ ВОЛН В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИКЕ

Переменное электрическое поле, направленное вдоль оси x_3', совпадающей с нормалью $\vec{n}$, в общем случае, приводит к возбуждению в пьезоэлектрике квазипродольной и квазипоперечной упругих волн, поляризованных в плоскости рисунка.

Учитывая, что у реальных преобразователей поперечные размеры значительно больше толщины его слоев, примем $\partial/\partial x_1' = \partial/\partial x_2' = 0$. Тогда уравнения, описывающие электромеханические процессы в пьезоэлектрике, в рассматриваемом случае примут вид

$$\rho\partial^2 u_i/\partial t^2 = \partial T_{i3}/\partial x_3', \tag{5}$$

$$T_{i3} = c_{i33l}'\partial u_l/\partial x_3' - e_{3i3}'E_3, \tag{6}$$

$$D_3 = e_{3l3}'\partial u_l/\partial x_3' + \varepsilon_{33}'E_3, \tag{7}$$

$$\partial D_3/\partial x_3' = 0, \tag{8}$$

где u_i – i-ая компонента вектора смещения (i = = 1, 3); T_{i3} – компонента тензора упругого напряжения; E_3 – напряженность переменного электрического поля, направленного вдоль оси x_3'; c', e', ε' – компоненты тензоров, соответственно, упругого модуля, пьезомодуля, диэлектрической проницаемости, найденные для системы координат x_1', x_2', x_3', повернутой вокруг оси x_2 на угол θ; ρ – плотность пьезоэлектрика; D_3 – компонента вектора электрического смещения, не зависящая на основании уравнения (8) от координаты.

Будем считать, что акустическое затухание слабо сказывается на величинах скоростей звука. Поэтому для квазипродольной и квазипоперечной волн в пьезоэлектрике воспользуемся зависимостями скоростей и направлений поляризации от угла θ, полученными в работе [8] для случая, когда затухания нет

$$v_{LS}^2 = \frac{\dot{c}_{55} + \dot{c}_{33}}{2\rho} \pm \sqrt{\left(\frac{\dot{c}_{55} - \dot{c}_{33}}{2\rho}\right)^2 + \left(\frac{\dot{c}_{35}}{2\rho}\right)^2}, \tag{9}$$

$$\mathrm{tg}\,2\alpha = 2\dot{c}_{35}/(\dot{c}_{35} - \dot{c}_{55}),$$

где

$$\begin{aligned} \dot{c}_{55} &= c_{55}' + (e_{35}')^2/\varepsilon_{33}', \\ \dot{c}_{35} &= c_{35}' + e_{35}'e_{33}'/\varepsilon_{33}', \\ \dot{c}_{33} &= c_{33}' + (e_{33}')^2/\varepsilon_{33}'. \end{aligned} \tag{10}$$

Здесь и ниже индексы L и S относятся к квазипродольной и квазипоперечной волнам соответственно; α – угол (см. рис. 1), характеризующий направление векторов смещения. В приведенных выражениях использованы матричные обозначения компонент тензоров упругого модуля и пьезомодулей.

В дальнейшем будем учитывать акустическое затухание во всех средах преобразователя, введя комплексные постоянные распространения.

Для пьезоэлектрика

$$\Gamma_{S,L} = \beta_{S,L} - j\alpha_{S,L}, \tag{11}$$

где $\beta_{S,L}$ – волновые числа для L или S волн: $\beta_{S,L} = \omega/v_{S,L}$, ω – круговая частота, $\alpha^{(2)}_{S,L}$ – коэффициенты затухания, зависящие от частоты f по закону

$$\alpha_{S,L} = A_{S,L}f^2, \tag{12}$$

где $A_{S,L}$ – константы затухания, выраженные в единицах [1/(Hz^2 m)].

Для остальных сред, в которых могут существовать только чистые моды упругих волн,

$$\Gamma_i^{(k)} = \beta_i^{(k)} - j\alpha_i^{(k)}, \tag{13}$$

где верхний индекс (k) означает номер среды (k = = 1, 3, 4), а нижний – i указывает направление вектора смещения волны: $i = 1$ – вдоль оси x_1' (поперечная волна), $i = 3$ – вдоль оси x_3' (продольная волна). Волновые числа и коэффициенты затухания выражаются следующими формулами:

$$\begin{aligned} \beta_i^{(k)} &= \omega/v_i^{(k)}, \\ \alpha_i^{(k)} &= A_i^{(k)}f^2. \end{aligned} \tag{14}$$

В ограниченном с двух сторон пьезоэлектрике должны одновременно существовать прямые и обратные упругие волны

$$u_L = B_L^+\exp(-j\Gamma_L x_3') + B_L^-\exp(j\Gamma_L x_3'), \tag{15}$$

$$u_S = B_S^+\exp(-j\Gamma_S x_3') + B_S^-\exp(j\Gamma_S x_3'), \tag{16}$$

где B_L^+, B_S^+, B_L^-, B_S^- – комплексные амплитуды прямых и обратных квазипродольных и квазипоперечных волн при $x_3' = 0$.

Амплитуды компонент вектора смещения, в которые вносят свой вклад L и S волны, можно записать следующим образом:

$$u_1^{(2)}(x_3') = u_L(x_3')\sin\alpha + u_S(x_3')\cos\alpha \tag{17}$$

$$u_3^{(2)}(x_3') = u_L(x_3')\cos\alpha - u_S(x_3')\sin\alpha. \tag{18}$$

Величины $B_{S,L}^{+,-}$ могут быть найдены из граничных условий, выражающих непрерывность компонент упругого напряжения и смещения, а если граница свободна, то равенство нулю на ней упругого напряжения. Для нахождения электрического импеданса достаточно знать лишь амплитуды волн, существующих в пьезоэлектрике. Чтобы получить требуемые для этой цели четыре уравнения, воспользуемся понятием акустического импеданса. Последний для волн, распространяющихся вдоль оси x_3' со смещением вдоль оси x_i', определим следующим образом:

$$Z_i^{(k)}(x_3') = -\frac{T_{i3}^{(k)}(x_3')}{u_i^{(k)}(x_3')}, \tag{19}$$

где $u_i^{(k)}$ – i-ая компонента вектора смещения в k-ой среде.

В пьезоэлектрике величина $u_i^{(k)}$ складывается из проекций смещений L и S волн на соответствующие координатные оси (см. формулы (17) и (18)), а в остальных средах это и есть смещения либо продольных, либо сдвиговых волн. Равенство на границе двух сред компонент смещения, а также компонент упругого напряжения позволяет заключить, что должны быть равны и акустические импедансы. Для сред, граничащих с пьезоэлектриком, нетрудно заранее найти эти импедансы как для продольных, так и для поперечных волн. Тогда условия на границах пьезоэлектрика примут вид

$$T_{i3}^{(2)}(-h) + Z_i^{(1)}(-h)j\omega u_i^{(2)}(-h) = 0 \tag{20}$$

$$T_{i3}^{(2)}(0) + Z_i^{(3)}(0)j\omega u_i^{(2)}(0) = 0. \tag{21}$$

Импеданс $Z_i^{(1)}(-h)$ в слое 1 на границе пьезоэлектрика при $x_3' = -h$ для волны со смещением вдоль i-ой координаты можно найти, если учесть, что на свободной границе при $x_3' = -(h + p)$ полное акустическое сопротивление равно нулю. Таким образом, слой 1 является отрезком короткозамкнутого акустического волновода с затуханием. Для него сопротивление выражается формулой

$$Z_i^{(1)}(-h) = -Z_{0i}^{(1)}\mathrm{th}(j\Gamma_i^{(1)}p), \tag{22}$$

где p – толщина 1-ой среды (надслоя), $Z_{0i}^{(1)}$ – комплексное акустическое волновое сопротивление 1-ой среды для поперечной ($i = 1$) или продольной ($i = 3$) волн. Для среды с номером (k), как следует их (13) и (19), величина $Z_{0i}^{(k)}$ выражается формулой

$$Z_{0i}^{(k)} = \rho^{(k)}v_i^{(k)}(1 - jv_i^{(k)}\alpha_i^{(k)}/\omega). \tag{23}$$

Здесь $v_i^{(k)}$, $\rho^{(k)}$, $\alpha_i^{(k)}$ – соответственно скорость звука, плотность и коэффициент затухания в k-й среде.

Аналогично можно найти импеданс $Z_i^{(3)}(0)$ в среде 3 на другой границе пьезоэлектрика при $x_3' = 0$. Для выбранной волны ($i = 1$ или $i = 3$) среда

3 служит трансформатором импеданса, нагруженным акустическим волновым сопротивлением звукопровода (для поперечной или продольной волны). Искомая величина при наличии затухания выражается следующим образом:

$$Z_i^{(3)}(0) = Z_{0i}^{(3)}\frac{Z_{0i}^{(4)}\operatorname{ch}(j\Gamma_i^{(3)}g) + Z_{0i}^{(3)}\operatorname{sh}(j\Gamma_i^{(3)}g)}{Z_{0i}^{(3)}\operatorname{ch}(j\Gamma_i^{(3)}g) + Z_{0i}^{(4)}\operatorname{sh}(j\Gamma_i^{(3)}g)}, \quad (24)$$

где комплексное волновое сопротивление $Z_{0i}^{(4)}$ находится по формуле (23) при $k = 4$.

Подставляя в (20) и (21) выражения (22) и (24) и компоненты тензора напряжения $T_{i3}^{(2)}(0)$ и $T_{i3}^{(2)}(-h)$, найденные из (6) и (7), а также вводя нормированные комплексные амплитуды

$$b_{\mathrm{L,S}}^{\pm} = B_{\mathrm{L,S}}^{\pm}\varepsilon_{33}'\omega/jD_3 \quad (25)$$

и учитывая соотношения (17) и (18), можно получить систему 4-х неоднородных линейных уравнений для нахождения величин b_{L}^{+}, b_{L}^{-}, b_{S}^{+}, b_{S}^{-}. Элементы матрицы коэффициентов этой системы имеют вид

$$a_{11} = \exp(j\Gamma_{\mathrm{L}}h)\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}}{\omega}(\dot{c}_{35}\operatorname{tg}\alpha + \dot{c}_{33}) - Z_3^{(1)}(-h)\right],$$

$$a_{12} = -\exp(-j\Gamma_{\mathrm{L}}h)\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}}{\omega}(\dot{c}_{35}\operatorname{tg}\alpha + \dot{c}_{33}) + Z_3^{(1)}(-h)\right],$$

$$a_{13} = \exp(j\Gamma_{\mathrm{S}}h)\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{S}}}{\omega}(\dot{c}_{35} - \dot{c}_{33}\operatorname{tg}\alpha) + Z_3^{(1)}(-h)\operatorname{tg}\alpha\right],$$

$$a_{14} = -\exp(-j\Gamma_{\mathrm{S}}h)\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{S}}}{\omega}(\dot{c}_{35} - \dot{c}_{33}\operatorname{tg}\alpha) - Z_3^{(1)}(-h)\operatorname{tg}\alpha\right],$$

$$a_{21} = \exp(j\Gamma_{\mathrm{L}}h)\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}}{\omega}(\dot{c}_{55}\operatorname{tg}\alpha + \dot{c}_{53}) - Z_1^{(1)}(-h)\operatorname{tg}\alpha\right],$$

$$a_{22} = -\exp(-j\Gamma_{\mathrm{L}}h)\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}}{\omega}(\dot{c}_{55}\operatorname{tg}\alpha + \dot{c}_{53}) + Z_1^{(1)}(-h)\operatorname{tg}\alpha\right],$$

$$a_{23} = \exp(j\Gamma_{\mathrm{S}}h)\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{S}}}{\omega}(\dot{c}_{55} - \dot{c}_{53}\operatorname{tg}\alpha) - Z_1^{(1)}(-h)\right],$$

$$a_{24} = -\exp(-j\Gamma_{\mathrm{S}}h)\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{S}}}{\omega}(\dot{c}_{55} - \dot{c}_{53}\operatorname{tg}\alpha) + Z_1^{(1)}(-h)\right],$$

$$a_{31} = \left[\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}}{\omega}(\dot{c}_{35}\operatorname{tg}\alpha + \dot{c}_{33}) - Z_3^{(3)}(0)\right],$$

$$a_{32} = -\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}}{\omega}(\dot{c}_{35}\operatorname{tg}\alpha + \dot{c}_{33}) + Z_3^{(3)}(0)\right],$$

$$a_{33} = \left[\frac{\Gamma_{\mathrm{S}}}{\omega}(\dot{c}_{35} - \dot{c}_{33}\operatorname{tg}\alpha) + Z_3^{(3)}(0)\operatorname{tg}\alpha\right],$$

$$a_{34} = -\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{S}}}{\omega}(\dot{c}_{35} - \dot{c}_{33}\operatorname{tg}\alpha) - Z_3^{(3)}(0)\operatorname{tg}\alpha\right],$$

$$a_{41} = \left[\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}}{\omega}(\dot{c}_{55}\operatorname{tg}\alpha + \dot{c}_{53}) - Z_1^{(3)}(0)\operatorname{tg}\alpha\right],$$

$$a_{42} = -\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{L}}}{\omega}(\dot{c}_{55}\operatorname{tg}\alpha + \dot{c}_{53}) + Z_1^{(3)}(0)\operatorname{tg}\alpha\right],$$

$$a_{43} = \left[\frac{\Gamma_{\mathrm{S}}}{\omega}(\dot{c}_{55} - \dot{c}_{53}\operatorname{tg}\alpha) - Z_1^{(3)}(0)\right],$$

$$a_{44} = -\left[\frac{\Gamma_{\mathrm{S}}}{\omega}(\dot{c}_{55} - \dot{c}_{53}\operatorname{tg}\alpha) + Z_1^{(3)}(0)\right].$$

Свободные члены b_1, b_2, b_3, b_4 находятся по формулам

$$b_1 = b_3 = \frac{e_{33}'}{\cos\alpha}, \quad b_2 = b_4 = \frac{e_{35}'}{\cos\alpha}.$$

Полученные в результате решения этой системы нормированные амплитуды $b_{\mathrm{L,S}}^{\pm}$ могут быть использованы для вычисления электрического импеданса преобразователя, коэффициента электроакустического преобразования, а также для нахождения оптимальных углов θ, при которых в звукопроводе возбуждаются преимущественно сдвиговая или продольная волны.

ИМПЕДАНС ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТА

Импеданс пьезоэлемента находится в квазистатическом приближении следующим образом [1]:

$$Z(\omega) = \frac{\int_{-h}^{0} E_3 dx_3'}{j\omega D_3 S} = \frac{\int_{-h}^{0}\left(D_3 - e_{35}'\frac{\partial u_1}{\partial x_3'} - e_{35}'\frac{\partial u_3}{\partial x_3'}\right)dx_3'}{j\omega\varepsilon_{33}'D_3 S},$$

где S – площадь преобразователя.

Поделив это выражение на емкостное сопротивление пьезоэлемента $X_0 = h/\omega\varepsilon_{33}'S$ и подставив в него (15), (16), (25), (17), (18) после интегрирования получим нормированное значение искомого импеданса

$$\frac{Z(\omega)}{X_0} = -j + \frac{1}{\varepsilon_{33}'v_{\mathrm{S}}\Gamma_{\mathrm{S}}h}\{e_{\mathrm{L}}[b_{\mathrm{L}}^{+}(e^{j\Gamma_{\mathrm{L}}h} - 1) + b_{\mathrm{L}}^{-}(e^{-j\Gamma_{\mathrm{L}}h} - 1)] + e_{\mathrm{S}}[b_{\mathrm{S}}^{+}(e^{j\Gamma_{\mathrm{S}}h} - 1) + b_{\mathrm{S}}^{-}(e^{-j\Gamma_{\mathrm{S}}h} - 1)]\}, \quad (26)$$

где $e_L = e'_{35}\sin\alpha + e'_{33}\cos\alpha$, $e_S = e'_{35}\cos\alpha - e'_{33}\sin\alpha$ [1].

Второе слагаемое в этом выражении является комплексной величиной, действительная часть которой есть нормированное активное сопротивление, потребляющее СВЧ мощность. Последняя, по своему физическому смыслу, складывается из мощностей, возбужденных в звукопроводе поперечной и продольной упругих волн, и мощности, рассеивающейся в слоях пьезоэлемента вследствие акустического затухания. Соответственно этим мощностям активную составляющую импеданса можно представить в виде суммы трех членов:

$$R = R_{\text{rad, S}} + R_{\text{rad, L}} + R_{\text{los}},$$

где $R_{\text{rad, S}}$ – сопротивление излучения поперечной волны, $R_{\text{rad, L}}$ – сопротивления излучения продольной волны и R_{los} – сопротивления потерь.

СОПРОТИВЛЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Для нахождения сопротивлений излучения воспользуемся условиями равенства смещений на границах 3-й среды.

При $x'_3 = 0$ имеем

$$(B_S^+ + B_S^-)\cos\alpha + (B_L^+ + B_L^-)\sin\alpha = u_{1+}^{(3)}(0) + u_{1-}^{(3)}(0), \tag{27}$$

$$-(B_S^+ + B_S^-)\sin\alpha + (B_L^+ + B_L^-)\cos\alpha = u_{3+}^{(3)}(0) + u_{3-}^{(3)}(0), \tag{28}$$

а при $x'_3 = g$

$$u_{1+}^{(4)}(g) = u_{1+}^{(3)}(g) + u_{1-}^{(3)}(g) = u_{1+}^{(3)}(g)(1 + \gamma_1^{(3)}(g)), \tag{29}$$

$$u_{3+}^{(4)}(g) = u_{3+}^{(3)}(g) + u_{3-}^{(3)}(g) = u_{3+}^{(3)}(g)(1 + \gamma_3^{(3)}(g)), \tag{30}$$

где $\gamma_1^{(3)}(g)$ и $\gamma_3^{(3)}(g)$ – коэффициенты отражения для сдвиговой и продольной волн соответственно

$$\gamma_{1,3}^{(3)} = \frac{Z_{01,3}^{(3)} - Z_{01,3}^{(4)}}{Z_{01,3}^{(3)} + Z_{01,3}^{(4)}}. \tag{31}$$

Если комплексные амплитуды отраженных волн в правых частях равенств (27) и (28) выразить через амплитуды прямых – с помощью коэффициента отражения (31), а затем найти $u_{1+}^{(3)}$ и $u_{3+}^{(3)}$ и подставить их в (29) и (30), то, переходя к нормированным смещениям, см. (25), будем иметь следующие амплитуды возбужденных в звукопроводе упругих волн:

$$u_{1+}^{(4)}(g) = jD_3\frac{(b_S^+ + b_S^-)\cos\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\sin\alpha}{\exp(j\Gamma_1^{(3)}g) + \gamma_1^{(3)}\exp(-j\Gamma_1^{(3)}g)} \times \frac{(1 + \gamma_1^{(3)})}{\varepsilon'_{33}\omega s}, \tag{32}$$

$$u_{3+}^{(4)}(g) = jD_3\frac{-(b_S^+ + b_S^-)\sin\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\cos\alpha}{\exp(j\Gamma_3^{(3)}g) + \gamma_3^{(3)}\exp(-j\Gamma_3^{(3)}g)} \times \frac{(1 + \gamma_3^{(3)})}{\varepsilon'_{33}\omega s}. \tag{33}$$

Полученные формулы дают возможность получить мощности возбужденных в звукопроводе поперечной и продольной акустических волн P_S и P_L

$$P_S = \frac{\omega^2\left|u_{1+}^{(4)}\right|^2}{2}\operatorname{Re}(Z_{01}^{(4)}) \tag{34}$$

$$P_L = \frac{\omega^2\left|u_{3+}^{(4)}\right|^2}{2}\operatorname{Re}(Z_{03}^{(4)}). \tag{35}$$

Эти же мощности можно выразить через сопротивления излучения $R_{\text{rad, S}}$, $R_{\text{rad, L}}$ и плотность тока смещения в пьезоэлектрике $j_{\text{dis}} = j\omega D_3$

$$P_S = \frac{\omega^2|D_3|^2}{2}s^2R_{\text{rad, S}}, \tag{36}$$

$$P_L = \frac{\omega^2|D_3|^2}{2}s^2R_{\text{rad, L}}. \tag{37}$$

Если теперь приравнять правые части равенств (34) и (36), а также (35) и (37), то нетрудно получить формулы для вычисления сопротивлений излучения $R_{\text{rad, S}}$ и $R_{\text{rad, L}}$

$$R_{\text{rad, S}} = \frac{\left|1 + \gamma_1^{(3)}\right|^2\operatorname{Re}(Z_{01}^{(4)})\left|(b_S^+ + b_S^-)\cos\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\sin\alpha\right|^2}{(\varepsilon'_{33}\omega)^2 s\left|\exp(j\Gamma_1^{(3)}g) + \gamma_1^{(3)}\exp(-j\Gamma_1^{(3)}g)\right|^2}, \tag{38}$$

$$R_{\text{rad, L}} = \frac{\left|1 + \gamma_3^{(3)}\right|^2\operatorname{Re}(Z_{03}^{(4)})\left|-(b_S^+ + b_S^-)\sin\alpha + (b_L^+ + b_L^-)\cos\alpha\right|^2}{(\varepsilon'_{33}\omega)^2 s\left|\exp(j\Gamma_3^{(3)}g) + \gamma_3^{(3)}\exp(-j\Gamma_3^{(3)}g)\right|^2}. \tag{39}$$

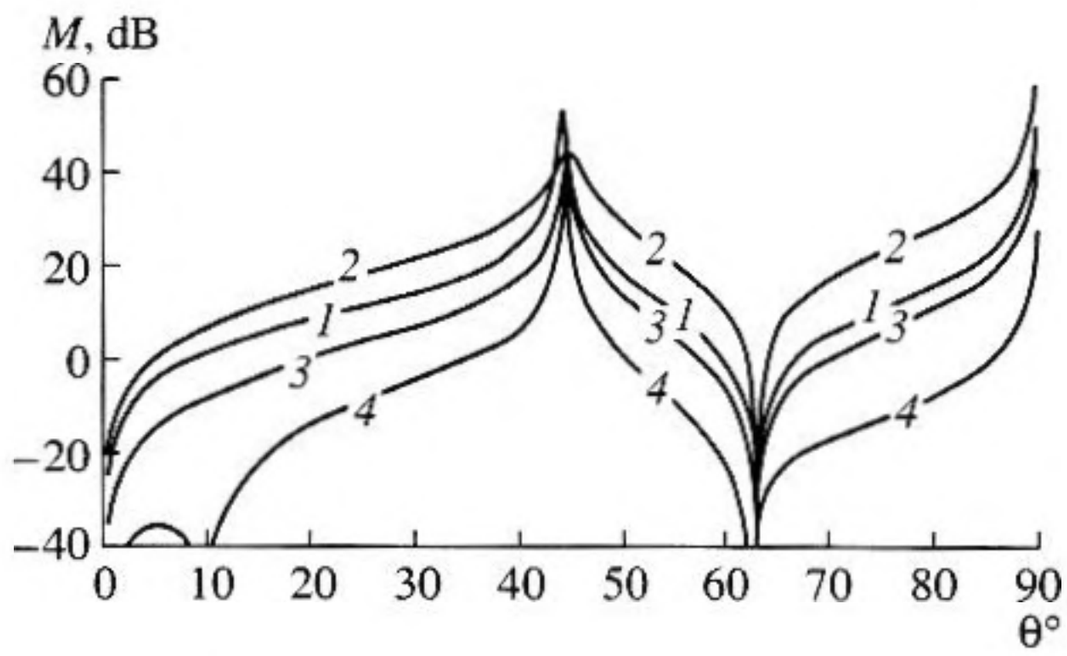

Рис. 2. Зависимости величины $M = P_S/P_L$ от угла θ, рассчитанные без учета акустического затухания в слоях пьезоэлемента. Кривые *1, 2, 3, 4* – для частот 11, 14, 17, 20 GHz соответственно.

ОТНОШЕНИЕ МОЩНОСТЕЙ P_S/P_L

Располагая этими формулами легко вычислить отношение мощностей сдвиговой и продольной акустических волн, возбужденных в звукопроводе

$$M(\theta) = \frac{P_S}{P_L} = \frac{R_{\text{rad, S}}(\theta)}{R_{\text{rad, L}}(\theta)}. \qquad (40)$$

Величина M зависит от угла θ между осью 6-го порядка пьезоэлектрика и нормалью к торцу звукопровода, что дает возможность найти оптимальную ориентацию пьезоэлектрика, при которой будет преимущественно возбуждаться сдвиговая, либо продольная волна.

КОЭФФИЦИЕНТ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Остановимся теперь на вычислении коэффициента электроакустического преобразования, см. определение (1). Будем считать, что электромагнитная мощность от генератора подводится к пьезоэлементу с помощью двухпроводной линии заданного волнового сопротивления Z_0. Генератор имеет переменную электродвижущую силу E и согласован с линией. Последнее условие означает, что внутреннее сопротивление генератора равно волновому сопротивлению линии. В таком случае мощность, переносимая прямой волной, равна мощности, отдаваемой в согласованную нагрузку: $P_+ = P_{CL} = |E|^2/8Z_0$. Параллельно пьезоэлементу, см. рис. 1, подключена паразитная емкость C_{SH}, а затем последовательно – соединительный проводник с активным сопротивлением R_{los} и индуктивностью L.

В таком случае, передающая линия будет нагружена импедансом нагрузки

$$Z_L = \frac{Z}{(1 + j\omega C_{SH}Z)} + j\omega L + R_{LOS},$$

где Z – импеданс пьезоэлемента, см. (26).

Комплексная амплитуда тока, текущего через пьезоэлемент, равна

$$I_P = \frac{E}{(Z_0 + Z_L)(1 + j\omega C_{SH}Z)}.$$

Тогда мощность сдвиговой волны, возбужденной в звукопроводе будет

$$P_S = \frac{|I_P|^2}{2} R_{\text{rad, S}},$$

а коэффициент преобразования при возбуждении поперечной волны примет вид

$$\eta_S = \frac{P_S}{P_{CL}} = \frac{4R_{\text{rad, S}}Z_0}{|(Z_0 + Z_L)(1 + j\omega C_{SH}Z)|^2}. \qquad (41)$$

Аналогичное выражение можно записать и для случая возбуждения продольной волны (η_L), заменив $R_{\text{rad, S}}$ в (41) величиной $R_{\text{rad, L}}$.

ОБСУЖЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

Ниже рассматривается случай возбуждения поперечной волны пьезолементом (Al–ZnO–Al), расположенным на звукопроводе из $Y_3Al_5O_{12}$ с ориентацией [110], вдоль оси x_3' (см. рис 1). Необходимые упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические константы для ZnO взяты из работы [8]. Плотность и скорости продольной и поперечной волн для Al – из [9]. Ориентиром для выбора коэффициентов акустического затухания в слоях пьезоэлемента послужили результаты экспериментальной работы [10], а также сведения из [9]. Вычисления выполнялись для диапазона частот от 10 до 20 GHz. Толщины слоев с номерами 1, 2 и 3 (см. рис. 1) составляли соответственно, μm: 0.032, 0.09, 0.048. Они были выбраны так, чтобы максимум коэффициента преобразования для сдвиговой волны приходился на частоту ≈15 GHz.

На рис. 2 представлено семейство зависимостей коэффициента M от угла θ, рассчитанное по формулам (38), (39), (40) без учета затухания для частот, приведенных под рисунком. На рис. 3 показаны аналогичные кривые, полученные с учетом затухания. Выбранные значения коэффициентов затухания даны под рисунком.

Вид кривых существенно зависит от частоты. При заданном ограничении величины M снизу диапазон допустимых углов θ сильно зависит от f. Если, для возбуждения сдвиговой волны задать $M \geq 20$ dB, то в отсутствии затухания при f = = 14 GHz, угол θ можно изменять в пределах от 28° до 55°, а при f = 20 GHz лишь от 43° до 45°. Аналогичная ситуация имеет место и при возбуждении продольной волны с той лишь разницей,

что заметно более широкий диапазон допустимых значений θ (~60°–67°) будет на частоте 20 GHz, а не при 14 GHz (62°–64°). Учет затухания привел, см. рис. 3, к наибольшему изменению 2-й и 4-й кривых. Первая из них опустилась, а вторая – поднялась. Две другие кривые практически не изменились. Это отразилось на некотором сужении интервала допустимых углов при возбуждении поперечной волны на частоте 14 GHz и расширении интервала – для 20 GHz. Что касается продольной волны, то эти же изменения кривых вызвали и соответствующие изменения областей приемлемых углов.

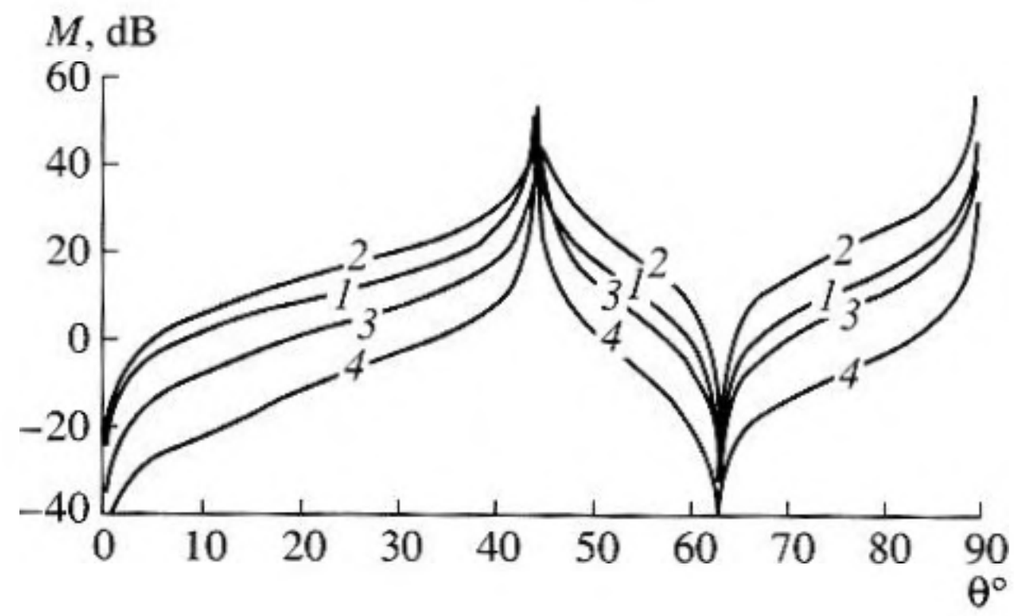

Рис. 3. То же, что и на рис. 2, с учетом акустических потерь. Задавались коэффициенты затухания при f = = 10 GHz, в пьезоэлектрике α_S и (α_L), в остальных средах α_1 и (α_3), dB/μm, ZnO: 1.24 (2.48); Al: 4.0 (6.4); $Y_3Al_5O_{12}$: 5×10^{-3} (10^{-4}).

Экстремумы кривых для различных частот практически не отличаются своим положением на оси θ. В диапазоне от 11 до 14 GHz оптимальный угол для возбуждения сдвиговой волны увеличивается от 43.85° до 44.75°, а при дальнейшем росте f до 20 GHz спадает к 44.35°. Учет затухания (рис. 3) не вызывает сколько-нибудь существенного изменения этой закономерности. Экстремальные значения M также отличаются для разных f. Например, при θ ≈ 44°–45° представленным на рис. 2 частотам соответствуют максимальные значения M, dB: 51.6; 44.1; 58.5; 56.4. Учет затухания, см. рис. 3, несколько уменьшает их: 51.0; 44.0; 53.2; 51.7. Аналогичная картина наблюдается и в окрестности θ ≈ 63°, где наиболее заметно затухание снижает глубину провала у кривых, соответствующих частотам 17 и 20 GHz. Вместо –42.6 и –59.6 dB становится –39.1 и –38.3 dB.

На рис. 4 представлены результаты вычислений по формуле (38) сопротивления излучения $R_{rad,\,S}(f)$ при возбуждении поперечной волны (θ = = 44.6°) с учетом затухания во всех средах пьезоэлемента. Акустическое поглощение в пьезоэлектрике представлено четырьмя случаями при одном варианте подслоя и надслоя. Кривая *1* получена в отсутствии затухания во всех средах. Видно, что рост затухания приводит к уменьшению $R_{rad,\,S}$. 2-я кривая на рис. 4 соответствует случаю, когда затухание продольной волны в ZnO близко на частоте 10 GHz к значению, измеренному в [5]. Что касается поперечной волны, то в литературе отсутствуют экспериментальные данные по ее затуханию в тонких слоях и мы взяли его в два раза меньше, чем для продольной. Учет такого затухания привел к существенному снижению максимума сопротивления излучения ~ на >50%.

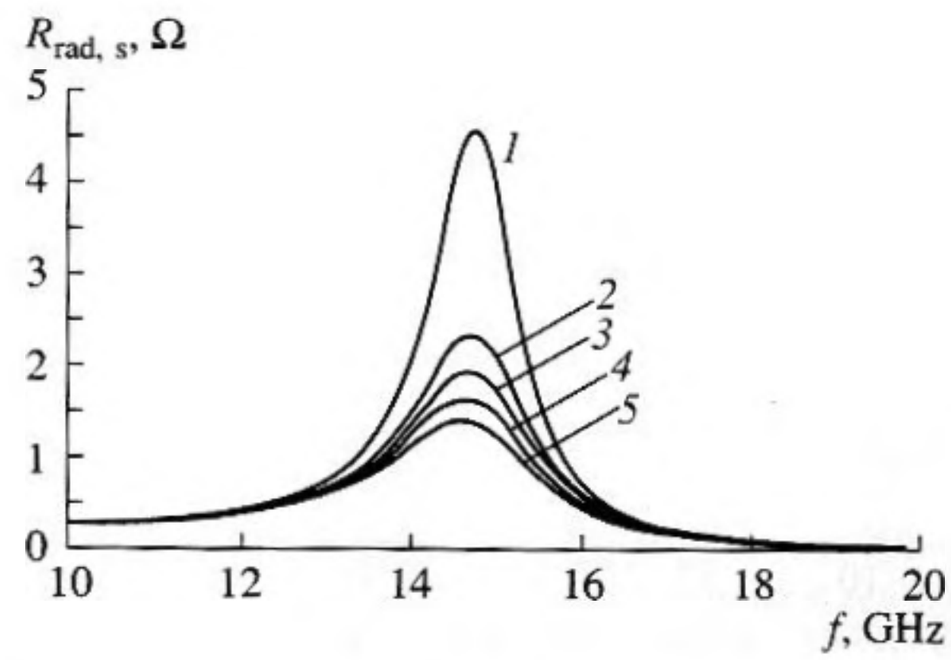

Рис. 4. Зависимости сопротивления излучения $R_{rad,\,S}$ от частоты при θ = 44.6° для различных затуханий. Кривая *1* получена в отсутствие затухания. Для кривых *2*, *3*, *4*, *5* при f = 10 GHz коэффициенты α_S (α_L) соответственно равны, dB/μm: 0 (0); 1.24 (2.48); 2.48 (4.96); 3.72 (7.44), а коэффициенты $\alpha_1^{(1)} = \alpha_1^{(3)}$ ($\alpha_3^{(1)} = \alpha_3^{(3)}$) : 4 (6.4). Диаметр пьезоэлемента 0.05 mm.

Влияние на импеданс пьезоэлемента акустического затухания в его слоях иллюстрируется кривыми, рассчитанными по формуле (26). На рис. 5 показаны зависимости от частоты активной составляющей импеданса $R(f)$ для различных затуханий в пьезоэлектрике при одном варианте акустических потерь в остальных слоях. Кривая *1* получена для случая, когда затухание во всех слоях отсутствует. Реактивная составляющая импеданса $X(f)$ представлена аналогичными графиками на рис. 6. Отметим прежде всего, что, как и следовало ожидать, кривая $R(f)$ в отсутствии акустического затухания совпадает с соответствующей кривой $R_{rad,\,S}(f)$ при θ = 44.6°, см. кривые *1* на рис. 4 и рис. 5. Рост затухания приводит к падению R, но падение $R_{rad,\,S}$ происходит при этом быстрее, что согласуется с физическими соображениями. Что касается сопротивления $X(f)$, то оно также подвержено влиянию акустического затухания в слоях пьезоэлемента. При изменении частоты величина $X(f)$ колеблется около значения емкостного

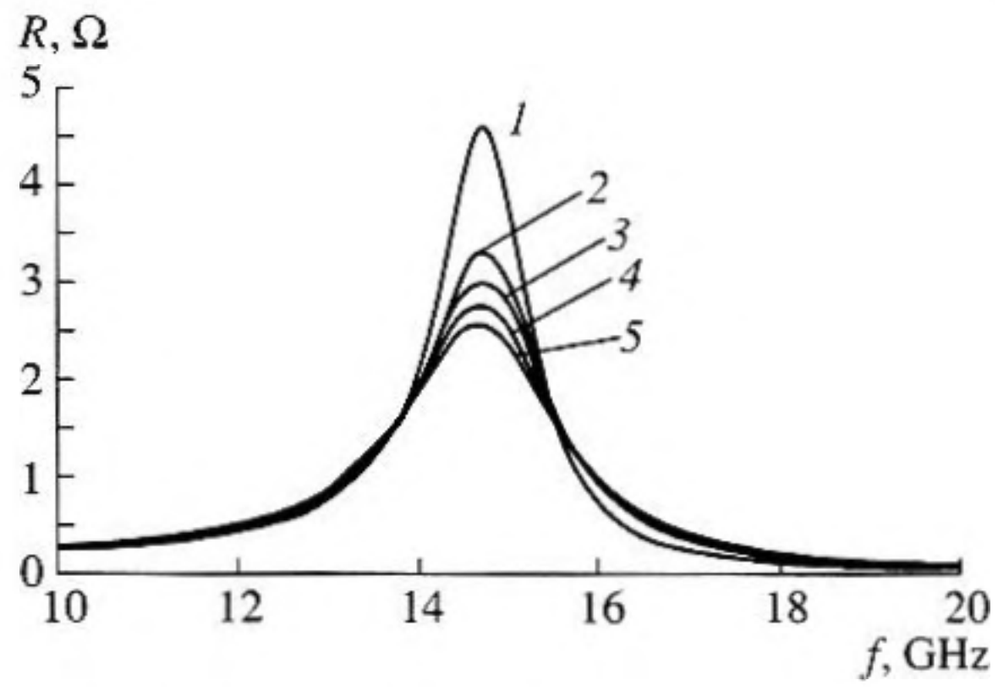

Рис. 5. Зависимости от частоты активной составляющей импеданса пьезоэлемента $R(f)$ для различных акустических затуханий в его слоях. Кривая *1* получена без учета затухания. Кривые с номерами *2*, *3*, *4*, *5* соответствуют исходным данным и коэффициентам затухания, приведенным в подписи к рис. 4.

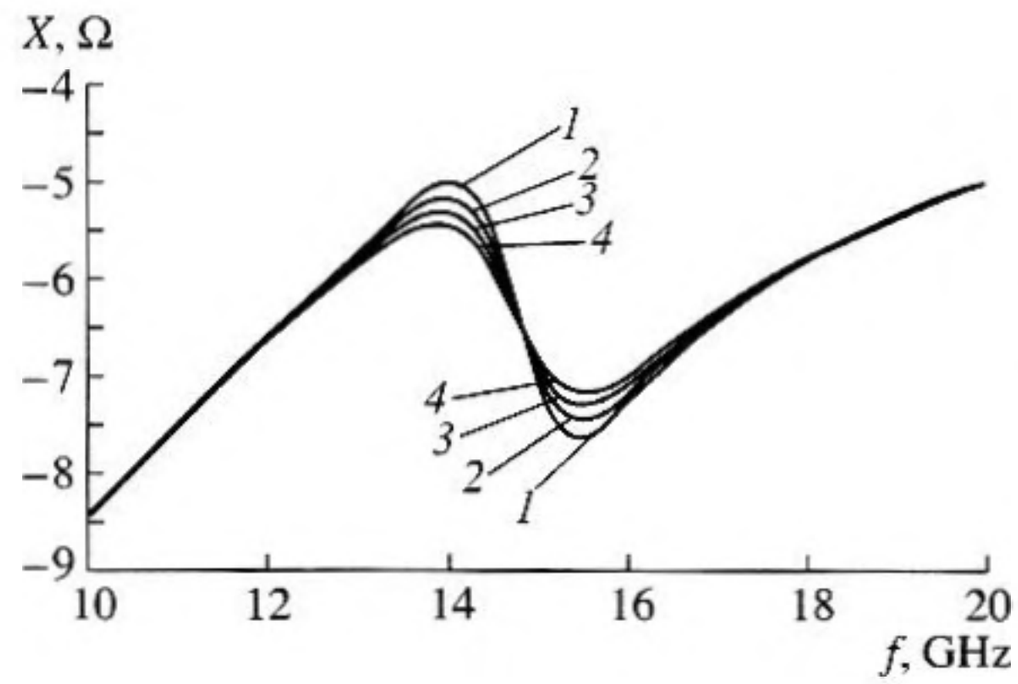

Рис. 6. Зависимости от частоты реактивной составляющей импеданса пьезоэлемента $X(f)$ для различных акустических затуханий в его слоях. Кривые *1*, *2*, *3*, *4* получены для коэффициентов затухания, указанных в подписи к рис. 4 соответственно для кривых *2*, *3*, *4*, *5*.

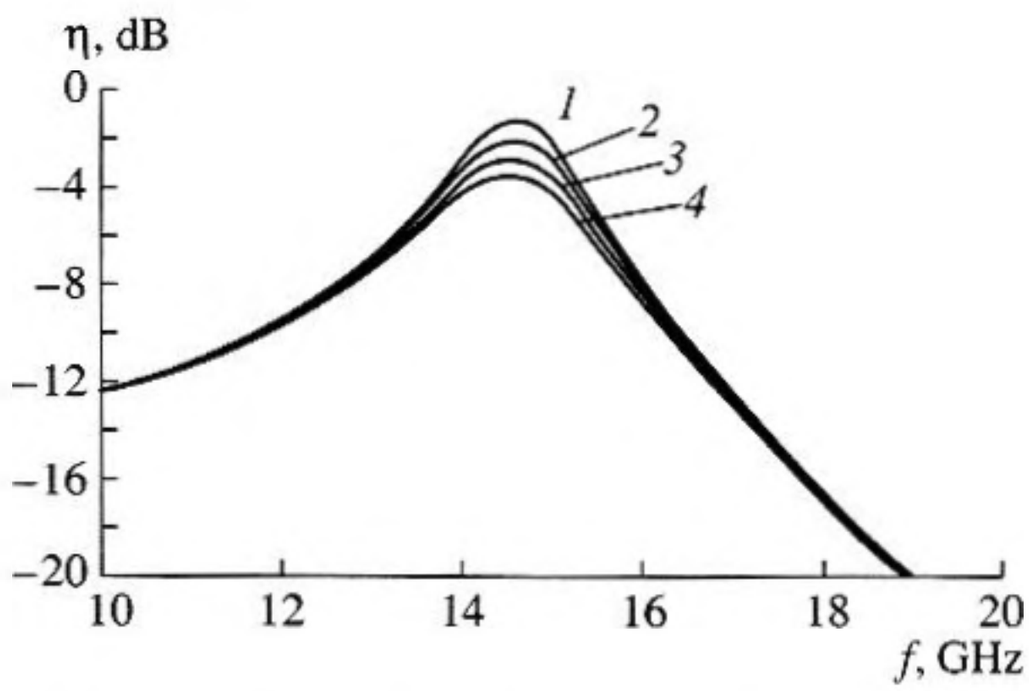

Рис. 7. Зависимости коэффициента электроакустического преобразования от частоты $\eta_S(f)$, в случае возбуждения поперечной волны для различных затуханий в пьезоэлектрике, но без учета затухания в остальных слоях. Кривым с номерами *1*, *2*, *3*, *4* соответствуют те же коэффициенты α_S и α_L, что и для кривых *2*, *3*, *4*, *5* на рис. 4. Волновое сопротивление передающей линии 8.9 Ω.

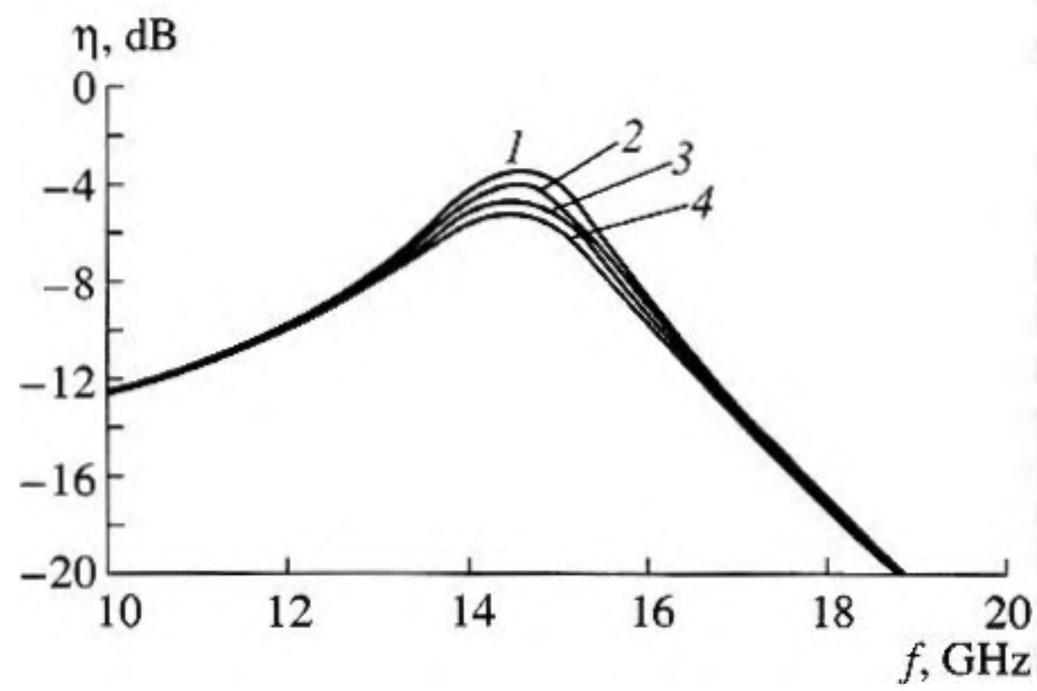

Рис. 8. То же, что и на рис. 7, но с учетом затухания в подслое и надслое. Коэффициенты затухания $\alpha_1^{(1)}$, $\alpha_1^{(3)}$, $\alpha_3^{(1)}$, $\alpha_3^{(3)}$ те же, что и в подписи к рис. 4.

сопротивления $1/\omega C_0$, где C_0 – статическая емкость пьезоэлемента. Размах этих колебаний уменьшается с ростом затухания в слоях, что иллюстрируется кривыми, приведенными на рис. 6.

Главной характеристикой преобразователя является частотная зависимость коэффициента преобразования $\eta_S(f)$ или $\eta_L(f)$. Чтобы выяснить как акустическое затухание влияет на эту зависимость был выбран случай, когда диаметр пьезоэлемента равен 0.05 mm, модуль его импеданса ~8.9 Ω, $\theta = 44.6°$, а волновое сопротивление передающей линии $Z_0 = 8.9$ Ω. Такая величина Z_0 является оптимальной, обеспечивающей максимум величины η_S в отсутствии каких-либо согласующих устройств. При этом должна возбуждаться практически чистая сдвиговая волна. На рис. 7 и 8 показаны зависимости $\eta_S(f)$ вычисленные по формуле (41) для различных затуханий в слоях. Значения коэффициентов затухания даны в подписях под рисунками. На первом из них учитывается затухание только в пьезослое, а на втором и во всех остальных средах. Видно, что рост затухания вызывает падение коэффициента преобразования, но при выбранных значениях коэффициентов затухания в слоях это падение не очень велико – всего 2…3 dB. Заметим, что уменьшение величины η_S наблюдается лишь вблизи максимума кривых, а края графиков практически не подвержены влиянию затухания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены формулы для расчета пьезопреобразователя, образованного пьезоэлектриком класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 и металлическими электродами конечной толщины, с учетом акустического затухания в его слоях. В зависимости от ориентации пьезоэлектрика такой преобразователь способен возбуждать сдвиговые, либо продольные упругие волны. Численный анализ, результаты которого представлены в статье, позволяет заключить, что акустическое затухание в слоях преобразователя на частоте ~15 GHz играет заметную роль. Сопротивление излучения преобразователя, на основе окиси цинка с электродами из алюминия, при возбуждении сдвиговой волны под влиянием затухания уменьшается на 50...55%, а эффективность преобразования снижается на 2...3 dB. Дальнейшее увеличение частоты, несомненно, приведет к еще более существенному падению эффективности преобразователей.

Полученные результаты могут быть использованы при создании эффективных излучателей упругих волн коротковолновой части СВЧ диапазона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Григорьев М.А., Курышов С.С., Толстиков А.В.* О влиянии конечной толщины электродов при возбуждении объемных упругих волн пьезоэлектриками класса 6mm с произвольной ориентацией оси 6 // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 2. С. 255–261.
2. *Петров В.В., Григорьев М.А., Толстиков А.В.* Экспериментальное исследование акустооптического взаимодействия в ниобате лития в диапазоне частот от 7.5 до 10.5 ГГц // Оптика и спектроскопия. 2000. Т. 89. № 3. С. 505–511.
3. *Григорьев М.А., Зайцев Б.Д., Шевчик В.Н.* Затухание поперечных упругих волн в алюмомагниевой шпинели на частоте 36.5 ГГц // ФТТ. 1976. Т. 18. Вып. 12. С. 3708–3709.
4. *Theodore L. Rhyne.* Computer Optimization of Transducer Transfer Functions Using Constraints on Bandwidth, Ripple, and Loss // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., and Freq. Cont. 1996. 43. № 6. P. 1136–1149.
5. *Hashimoto Ken-ya, Yamaguchi Masatsune.* Excitation and propagatioln of shear-horizontal-type surface and bulk acoustic waves // IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., and Freq. Contr. 2001. 48. № 5. P. 1181–1188.
6. *Christophe Bacon, Emmanuel Guilliorit, and Bernard Hosten.* Acoustic Waves Generated by Pulsed Microwaves in Visco Rods: Modeling and Experimental Verification // J. Acoust. Soc. Am., 2001. Vol. 110. № 3, Pt. 1. P. 1398–1407.
7. *Григорьев М.А., Толстиков А.В., Навроцкая Ю.Н.* Коэффициент передачи многослойного пьезопреобразователя при прямом и обратном преобразовании // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 2. С. 187–194.
8. *Foster N.F., Coquin G.A., Rozgonyi G.A., Vannata F.A.* Cadmium sulphide and zinc oxide thin-film transducer // IEEE Tr. 1968. V. SU-15. № 1. P. 28–41.
9. *Кайно Г.* Акустические волны: Устройства, Визуализация и Аналоговая обработка сигналов. Пер. с англ. С.Н. Карпачева и др. под ред. О.В. Руденко. М.: Изд-во Мир, 1990. 652 с.
10. *Григорьев М.А., Зайцев Б.Д., Цибин А.В.* Затухание продольных упругих волн в тонких пленках на частоте 9.4 ГГц // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5. Вып. 1. С. 50–52.

Acoustic Attenuation in the Layers of a Microwave Transducer at the Excitation of Longitudinal and Shear Elastic Waves by a Piezoelectric of the 6mm Symmetry Class

M. A. Grigor'ev, A. V. Tolstikov, and Yu. N. Navrotskaya

An electroacoustic transducer in the form of a piezoelectric of the 6mm symmetry class with an arbitrary orientation of the sixfold axis and with two finite-thickness metal electrodes is considered taking into account the acoustic attenuation in the transducer layers. A system of equations is obtained to determine the impedance of the transducer, the radiation resistances for shear and longitudinal waves, the power ratio of these waves in the acoustic line, and the transformation factors for transverse and longitudinal waves. The effect of attenuation on the characteristics of a specific transducer operating in the 15-GHz frequency range is numerically analyzed.