

О КОРРЕЛЯЦИИ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ С КАСАТЕЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

© 2003 г. Б. М. Ефимцов, В. В. Зосимов*, А. В. Ромашов**, С. А. Рыбак**

ГосНИЦ ЦАГИ

*НИИ прикладной акустики, г. Дубна

**Акустический институт им. Н.Н. Андреева

117036 Москва, ул. Шверника 4

E-mail: rybak@akin.ru

Поступила в редакцию 7.02.2002 г.

Исследование пульсаций давления в турбулентном пограничном слое (ТПС) было одним из ярких направлений разносторонней научной деятельности Л.М. Лямшева [1, 2]. Настоящая работа в определенной степени является продолжением инициированных Л.М. Лямшевым исследований. В [3] представлены полученные экспериментальным путем взаимные спектры пульсаций продольных касательных напряжений σ_{xz} (ось x направлена вдоль потока) на границе ТПС (турбулентного пограничного слоя) в точках, разнесенных поперек потока, а также взаимные спектры пульсаций касательных напряжений и пульсаций давления:

$$\begin{aligned} \Phi_{\tau} &= \langle \sigma_{xz}^*(\omega, 0, y) \sigma_{xz}(\omega, 0, y + \eta) \rangle / \langle |\sigma|^2 \rangle, \\ \Phi_{p\sigma} &= \langle p^*(\omega, 0, y) \sigma_{xz}(\omega, 0, y + \eta) \rangle / \sqrt{\langle |p|^2 \rangle \langle |\sigma|^2 \rangle}, \end{aligned} \quad (1)$$

где ω – частота, y, η – координата и смещение точек измерения поперек потока. Результаты измерений для различных частот показаны на рис. 1.

В работе [4] установлена связь спектров пульсаций давления для звука и псевдозвуча с спектром пульсаций касательных напряжений на стенке:

$$p(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{q_z c_1^2} (k_x \sigma_{xz}(\omega, \mathbf{k}) + k_y \sigma_{yz}(\omega, \mathbf{k})), \quad (2)$$

где $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ – волновой вектор, c – скорость звука, $c_1^2 = c^2 + i \left(\zeta + \frac{4}{3} \mu \right) \omega / \rho$, ζ, μ, ρ – соответственно объемная и сдвиговая вязкости и плотность среды.

Такой результат допускает сравнение с указанными экспериментальными данными, а также позволяет получить пространственный спектр пульсаций давления. Это и является целью настоящей работы.

Сделаем некоторые допущения. Во-первых, будем считать что поперечная составляющая ка-

сательных сил пренебрежимо мала по сравнению с продольной:

$$\sigma_{yz}(\omega, \mathbf{k}) \ll \sigma_{xz}(\omega, \mathbf{k}).$$

Во-вторых, взаимный спектр продольных (σ_{xz}) касательных напряжений представим в факторизованном виде:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{xz}^*(\omega, 0, y) \sigma_{xz}(\omega, 0, y + \eta) \rangle &= \\ &= \Phi_0(\omega) \phi(\xi, \eta, \omega), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\phi(\xi, \eta, \omega) = \phi(\xi, 0, \omega) \phi(0, \eta, \omega).$$

Величина размерного множителя $\Phi_0(\omega)$, также вид продольного взаимного спектра пульсаций касательных напряжений $\phi(\xi, 0, \omega)$ были получены путем анализа экспериментальных данных в работе [5]:

$$\Phi_0(\omega) = \rho^2 U_\tau^2 \nu F(\omega \nu / U_\tau^2),$$

$$\phi(\xi, 0, \omega) = \exp(-\xi / \Lambda_1 (\text{sh}) - i \omega \xi / U_\phi), \quad \xi > 0,$$

где скорость трения $U_\tau = 1.26$ м/с, а величины U_ϕ, Λ_1, F для различных чисел Струхала $Sh = \omega \nu / U_\tau^2$ представлены в таблице:

Sh 10 ³	2	4	8	15	30
U_ϕ , м/с	25	24.4	23.9	23.5	22.8
Λ_1 , мм	75	68.5	62.0	57.7	31.0
F	0.63	0.63	0.525	0.38	0.263

Функция $\phi(0, \eta, \omega)$, которая используется для расчетов в настоящей работе, может быть получена интерполяцией экспериментальных данных [3].

Факторизация взаимного спектра дает полное представление о пространственной корреляции касательных напряжений $\langle \sigma_{xz}(\omega, x, y) \sigma_{xz}(\omega, x + \xi, y + \eta) \rangle$ по экспериментальным данным, что позволяет получить пространственный спектр касательных

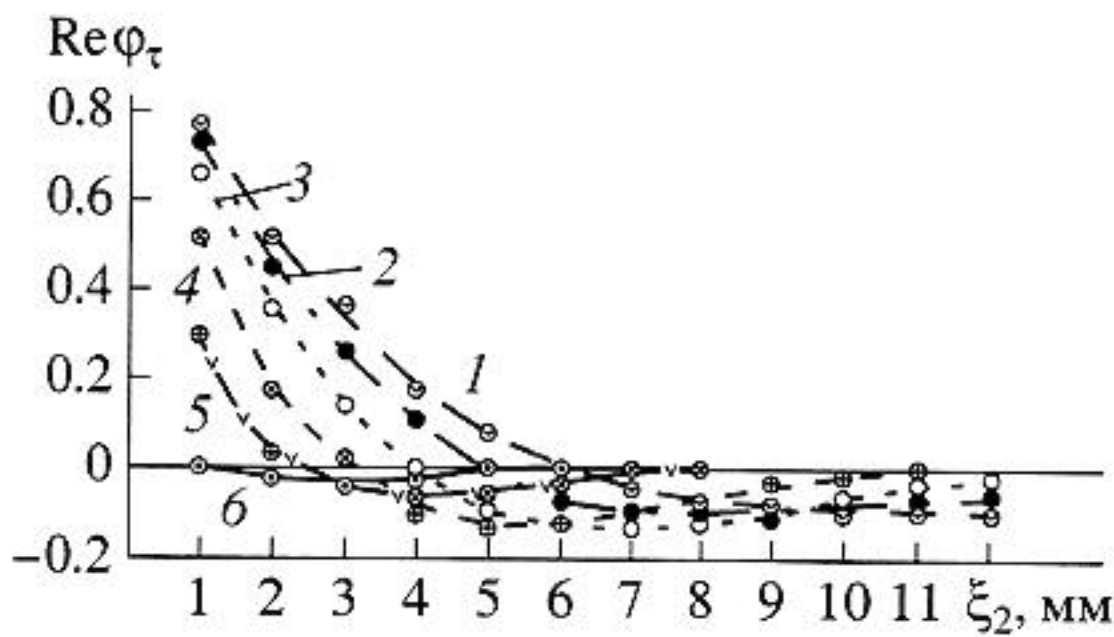


Рис. 1. Вещественная часть поперечного взаимного спектра (турбулентных пульсаций касательного напряжения на стенке) для различных чисел Струхала: 1 – $Sh = 2 \times 10^{-3}$; 2 – $Sh = 4 \times 10^{-3}$; 3 – $Sh = 8 \times 10^{-3}$; 4 – $Sh = 15 \times 10^{-3}$; 5 – $Sh = 30 \times 10^{-3}$; 6 – $Sh = 7 \times 10^{-2}$.

напряжений $\sigma_{xz}(\omega, \mathbf{k})$ с помощью двумерного преобразования Фурье по координатам ξ, η .

Получив пространственный спектр касательных напряжений с помощью выражений (1), (2), можно вычислить любые вторые моменты касательных напряжений и давления на обтекаемой поверхности. В частности, можно получить взаимный спектр давления и касательных напряжений:

$$\phi_{p\sigma}(\rho) = \frac{\langle p(\omega, r)\sigma(\omega, r+\rho) \rangle}{\sqrt{\langle |p|^2 \rangle \langle |\sigma|^2 \rangle}}$$

и сравнить его с приведенными в [3] экспериментальными данными.

Однако при этом следует учесть следующее обстоятельство. Давление в [3] измерялось датчиком с конечной пространственной апертурой, а именно, микрофоном 4138 фирмы “Брюль и Кьер” с диаметром мембраны 1/8 дюйма. Пространственный спектр измеренной таким образом величины связан с пространственным спектром касательных напряжений выражением, отличным от (2):

$$p(\omega, \mathbf{k}) \propto \frac{J_1(kR)}{k} \frac{1}{q_z c_1^2} k_x \sigma_{xz}(\omega, \mathbf{k}),$$

где J_1 – функция Бесселя первого рода. Действительно, экспериментально измеренную в точке r величину давления можно представить в виде интеграла от истинного давления по чувствительной поверхности датчика с центром в точке r . Будем считать чувствительную поверхность кругом радиуса R , тогда

$$p_m(r) = \int \Pi(\rho - r) p(\rho) d^2 \rho,$$

где p_m – измеренная величина давления, а функция Π равна 1, если модуль ее аргумента не превышает R , и нулю в противном случае. Выражение для измеренного давления представляет собой свертку в координатном пространстве. Пространственный же спектр измеренного давления есть произведе-

ние пространственного спектра истинного давления на пространственный спектр функции Π :

$$\begin{aligned} \int \Pi(r) \exp(-ikr) d^2 r &= \\ &= 2\pi \int_0^R r J_0(kr) dr = 2\pi R \frac{J_1(kR)}{k}, \end{aligned}$$

что и дает приведенное выше выражение для пространственного спектра измеренного давления.

Средний квадрат модуля давления получается интегрированием квадрата модуля его пространственного спектра по волновым числам:

$$|p(\omega, k)|^2 = \left| \frac{J_1(kR)}{k} \frac{1}{q_z c_1^2} k_x \right|^2 |\sigma_{xz}(\omega, k)|^2. \quad (4)$$

Для нормированной корреляции давления и касательных напряжений получим следующее выражение:

$$\phi_{\sigma p}(\omega, \xi, \eta) = \frac{IFFT\left(\frac{J_1(kR)}{k} \frac{1}{q_z c_1^2} k_x |\sigma_{xz}(\omega, k)|^2\right)}{\sqrt{|p|^2 |\sigma|^2}}, \quad (5)$$

где $IFFT$ обозначает обратное двумерное преобразование Фурье.

Расчеты по формулам (4), (5) проводились численно в среде MATLAB. Исходные экспериментальные данные для корреляции касательных напряжений представлялись на квадратной сетке с шагом 2.3 мм и размером 300 мм с помощью факторизации (3), при этом продольная часть корреляции вычислялась по формуле (2), а поперечная часть получалась путем интерполяции экспериментальных значений в интервале измерения 0–12 мм, за пределами которого корреляция предполагалась нулевой. Вычисления проводились с применением быстрого двумерного преобразования Фурье.

На рис. 2 представлен результат расчета поперечной корреляции давление–касательные напряжения $R_{\sigma p}(\omega, 0, \eta)$ в сравнении с экспериментально измеренными значениями корреляции для разных чисел Струхала.

Отметим, что именно учет конечной апертуры датчика давления дает совпадающие с экспериментом точки пересечения нуля и минимумы функции $\phi_{\sigma p}(\omega, 0, \eta)$ и поэтому удовлетворительное согласие с экспериментальной кривой из [3].

Основной вывод из проведенного анализа состоит в том, что в области дозвуковых скоростей обтекания имеется существенный вклад касательных напряжений в формирование пульсации давления на стенке, в согласии с выводами работы [6].

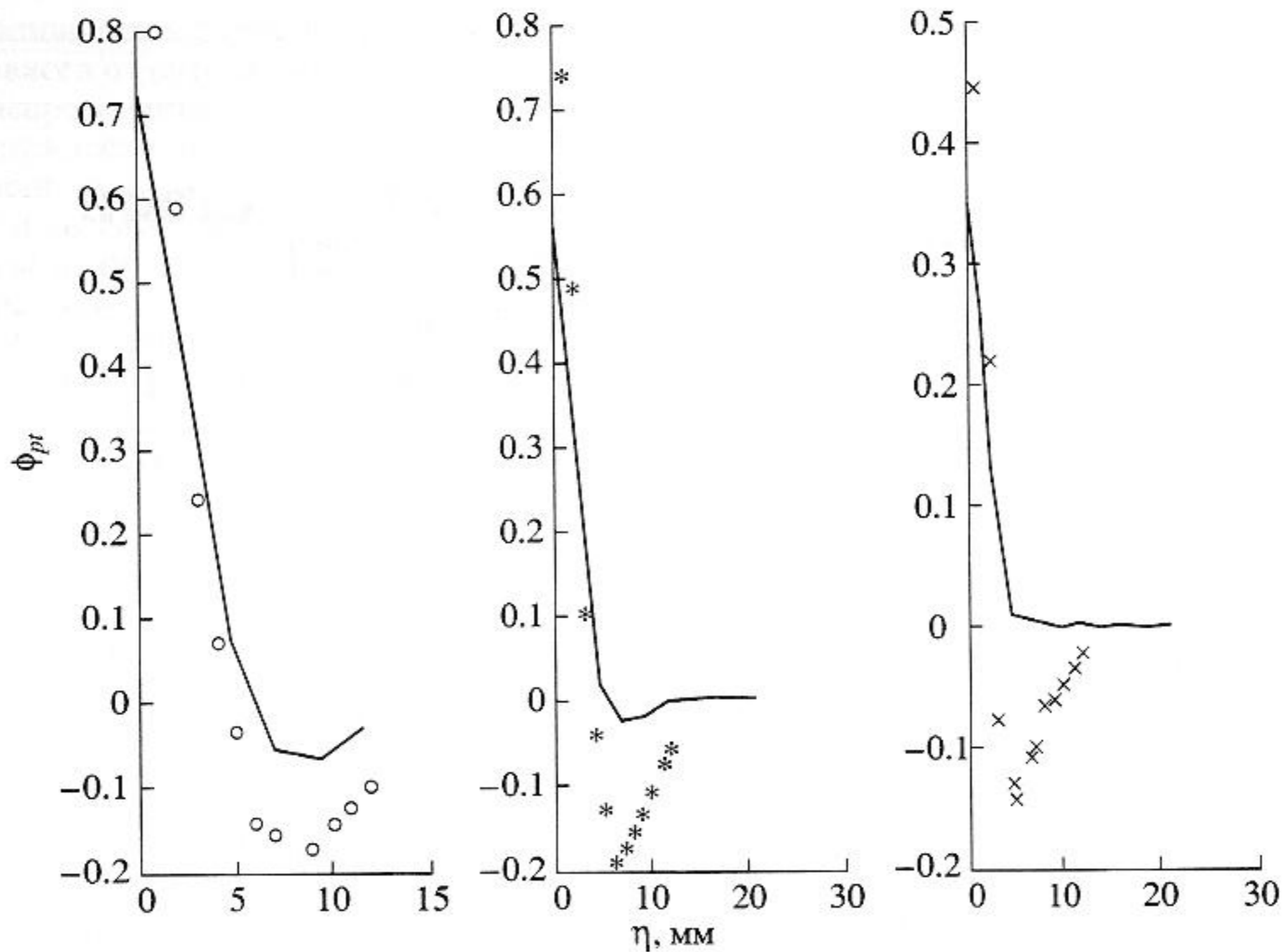


Рис. 2. Расчет поперечной корреляции давление–касательные напряжения в сравнении с экспериментальной корреляцией касательных напряжений для чисел Струхала (слева направо) $Sh = 8 \times 10^{-3}$; $Sh = 15 \times 10^{-3}$; $Sh = 30 \times 10^{-3}$.

Работа частично поддержана грантами РФФИ № 99-02-16161а, Научной школы № 00-15-96678, ИНТАС № 99-0088.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лямшев Л.М. Акустика управляемого пограничного слоя // Вестник АН СССР. 1973. № 6. С. 22–32.
2. Лямшев Л.М. О корреляционных и спектральных характеристиках пристеночных пульсаций давления при распределенном отсасывании ТПС // ДАН СССР. 1973. Т. 213. № 3. С. 544–546.
3. Ефимцов Б.М., Сысоев В.А. О поперечной корреляции турбулентных пульсаций касательного напряжения на стенке // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 3. С. 358–361.
4. Рыбак С.А. Связь касательных напряжений на жесткой стенке с пульсациями давления, генерируемыми в турбулентном пограничном слое // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 5. С. 717–719.
5. Ефимцов Б.М., Кузнецов В.Б., Сысоев В.А. Турбулентные пульсации касательных напряжений на стенке // Ученые записки ЦАГИ. 1983. Т. 14. № 2. С. 67–76.
6. Наугольных К.А., Рыбак С.А. Об излучении звука турбулентным пограничным слоем // Тр. Акуст. ин-та. 1971. Вып. 16. С. 129–135 // Акуст. журн. 1980. Т. 26. С. 890–894.