АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2000, том 46, № 4, с. 526–530

УДК 534.2:532

ТЕЧЕНИЕ РЭЛЕЯ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ

© 2000 г. В. А. Мурга

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет
190008 С.-Петербург, Лоцманская ул., 3
Relcom: rec@mtu-rec.spb.su

Поступила в редакцию 18.05.98 г.

Теоретически решена задача о стационарном акустическом течении в поле стоячей звуковой волны, образованной двумя бегущими монохроматическими плоскими волнами, которые падают на плоскую границу раздела двух жидкостей. Показано, что возникающее при этом течение существенно отличается от известного течения Рэлея вблизи жесткой стенки.

Как известно, стационарные течения в звуковых полях вблизи твердых тел обусловлены вязкостью жидкости: на поверхности тела скорость частиц жидкости обращается в нуль. Такие течения представляют собой эффект второго порядка по отношению к акустическому числу Маха. В частности, течение Рэлея возникает в поле стоячей звуковой волны в плоском канале [1] или вблизи одной жесткой плоскости. В настоящей работе исследовано течение Рэлея в более общем случае двух производных жидкостей с плоской границей раздела. Поле стоячей волны образуется как сумма полей, создаваемых двумя бегущими плоскими гармоническими волнами, распространяющимися в одной среде; при этом необходимо учитывать отражение и преломление волн на границе раздела двух диссипативных сред. Решение данной задачи для каждой из двух сред зависит от параметра

$$\varepsilon = k_0(\nu/\omega)^{1/2} = k_0\delta/\sqrt{2} \ll 1,$$

где $k_0 = \omega/c$, ω – угловая частота колебаний, c – скорость звука, ν – коэффициент кинематической вязкости, $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$ – толщина акустического пограничного слоя. Теплопроводность жидкостей для краткости не учитываем. Пусть невозмущенная граница раздела двух сред является горизонтальной плоскостью, ось y направлена вверх, поверхность $y = 0$ совпадает с границей раздела жидкостей, ось x направлена вдоль границы, картина процесса не зависит от координаты z. В верхней жидкости в плоскости xy распространяются две одинаковые плоские волны, падающие на границу раздела симметрично по отношению к оси y. Так, если фазовый множитель одной волны есть $\exp[i(kx - \gamma y)]$, то для второй волны он равен $\exp(i(-kx - \gamma y)]$. Здесь $k^2 + \gamma^2 = k_0^2$, k и γ – вещественные положительные числа, связанные с углом падения волны θ соотношениями $k = k_0\sin\theta$, $\gamma = k_0\cos\theta$; временной фактор $\exp(-i\omega t)$ здесь и везде ниже опускается.

В первом (акустическом) приближении задача о прохождении одной волны через границу раздела двух жидкостей с учетом вязкости (и теплопроводности) решена в [2] для малых углов скольжения. Не представляет труда обобщить решение на случай произвольных углов; затем, для того, чтобы получить стоячую волну вдоль оси x, нужно просто сложить два решения, каждое из которых описывает одну из упомянутых выше двух волн. Результирующее поле колебательной скорости частиц жидкости в обеих средах описывается тогда следующими выражениями:

$$u_1 = (e^{-i\gamma y} + Ae^{i\gamma y})\cos kx,$$

$$v_1 = (Ae^{i\gamma y} - e^{-i\gamma y})\frac{\gamma i}{k}\sin kx,$$

$$u_2 = Be^{i\sigma y}\cos kx, \quad v_2 = -\frac{Bki}{\sigma}e^{i\sigma y}\sin kx, \qquad (1)$$

$$u_1' = De^{-i\gamma' y}\cos kx, \quad v_1' = -D\frac{\gamma' i}{k}e^{-i\gamma' y}\sin kx,$$

$$u_2' = Ce^{i\sigma' y}\cos kx, \quad v_2' = -\frac{Cki}{\sigma'}e^{i\sigma' y}\sin kx.$$

Штрихами помечены величины, относящиеся к нижней жидкости ($y < 0$). Вектор колебательной скорости частиц жидкости $\mathbf{v}$ представлен суммой потенциальной $\mathbf{v}_1$ и соленоидальной $\mathbf{v}_2$ компонент, при этом $u = u_1 + u_2$ и $v = v_1 + v_2$ – проекции вектора $\mathbf{v}$ на оси x и y соответственно. Учтено, что $k = k'$; $\gamma^2 + k'^2 = k_0'^2$, γ' может быть либо вещественной положительной величиной, либо мнимой (при закритических углах падения); $\sigma^2 = i\omega/\nu$, мнимая часть σ в верхней жидкости положительна, в нижней – отрицательна. Очевидно, $k_0/|\sigma| \sim \varepsilon$. Амплитуда продольной (вдоль оси x) компоненты

вектора скорости частиц жидкости в каждой из двух падающих волн равна единице. A и D – коэффициенты отражения и прохождения соответственно, выражения для них, а также для констант B, C имеют вид

$$A = \frac{1-\gamma'\rho/\gamma\rho'-M}{1+\gamma'\rho/\gamma\rho'+M},\quad D = \frac{2\rho/\rho'}{1+\gamma'\rho/\gamma\rho'+M},$$

$$M = \frac{k^2(1-\rho/\rho')^2}{\gamma\sigma\left(1+\frac{\rho}{\rho'}\sqrt{\frac{\nu}{\nu'}}\right)},$$

$$B = \frac{2(\rho/\rho'-1)}{(1+\gamma'\rho/\gamma\rho'+M)\left(1+\frac{\rho}{\rho'}\sqrt{\frac{\nu}{\nu'}}\right)}, \tag{2}$$

$$C = \frac{2(1-\rho/\rho')}{(1+\gamma'\rho/\gamma\rho'+M)\left(1+\frac{\rho'}{\rho}\sqrt{\frac{\nu'}{\nu}}\right)},$$

где ρ – невозмущенная плотность жидкости.

Во втором (квадратичном по амплитуде колебаний) приближении нужно учитывать как подвижность, так и криволинейность системы координат x, y, поскольку координатная поверхность $y = 0$ совпадает с колеблющейся границей раздела. Для того чтобы написать уравнения и граничные условия для абсолютного движения жидкости в подвижной системе, введем вспомогательную неподвижную декартову систему координат X, Y (плоскость $Y = 0$ совпадает с невозмущенной границей раздела); координаты x и y связаны с X и Y соотношениями

$$x = \int_0^X \sqrt{1+(\partial\xi/\partial X)^2}\,dX \approx X,\quad y = Y-\xi,$$

где $\xi(X, t)$ – смещение элемента границы раздела от плоскости $Y = 0$. Отсюда следует, что вместо производной по времени $\partial/\partial t$ в неподвижной системе нужно в подвижной системе использовать оператор $\partial/\partial t - v_0\partial/\partial y$, где $v_0(x, y) = \partial\xi/\partial t$. Кроме того,

$$\frac{\partial}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial\xi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y},\quad \frac{\partial}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial y},$$

$$a_X = a_x,\quad a_Y = a_y + a_x\frac{\partial\xi}{\partial x}; \tag{3}$$

$\mathbf{a}$ – любой вектор, индекс y величины a означает проекцию вектора $\mathbf{a}$ на ось y соответствующей системы координат. Следует иметь в виду, что ось x не является прямой линией, а составляющие вектора $\mathbf{a}$ в подвижной системе координат есть косоугольные проекции вектора на ось y и на касательную к оси x, так как данная система не ортогональна. Приведем некоторые дифференциальные соотношения в подвижной системе, которые можно получить из соответствующих выражений в декартовой системе с помощью формул (3):

$$(\nabla\times\mathbf{a})_z = \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} + \frac{\partial\xi}{\partial x}\left(\frac{\partial a_x}{\partial x} - \frac{\partial a_y}{\partial y}\right) + a_x\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2},$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - 2\frac{\partial\xi}{\partial x}\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y} - \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\frac{\partial f}{\partial y}, \tag{4}$$

$$\nabla\cdot\mathbf{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y}.$$

Вывод уравнений для стационарного течения в подвижной системе координат во втором приближении производится так же, как это сделано в [3] для неподвижной системы. Таким образом, имеем (для каждой из двух жидкостей)

$$\langle\mathbf{\Omega}(\nabla\cdot\mathbf{v}) - \mathbf{v}\times\nabla(\nabla\cdot\mathbf{v}) + \nabla\times[\mathbf{\Omega}\times(\mathbf{v}-\mathbf{v}_0)]\rangle =$$

$$= \nu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)(\nabla\times\mathbf{V}) + \nu\langle\nabla^2(\nabla\times\mathbf{v})\rangle, \tag{5}$$

$$\nabla\cdot\left[\mathbf{V} + \left\langle\frac{\rho_1}{\rho}(\mathbf{v}-\mathbf{v}_0)\right\rangle\right] = 0,$$

где $\mathbf{V}$ – осредненная по времени скорость частиц жидкости в фиксированной точке пространства данной системы координат (эйлерова скорость), угловые скобки означают усреднение по времени, ρ_1 – акустическая плотность, $\mathbf{v}$ – скорость (вещественная) частиц в первом приближении (комплексные амплитуды компонент этого вектора приведены в (1)), вектор $\mathbf{v}_0$ параллелен оси y, $\Omega = \nabla\times\mathbf{v}$. Члены, содержащие множитель $\mathbf{v}_0$ в системе уравнений (5), а также второе слагаемое в правой части первого уравнения этой системы обусловлены подвижностью и деформацией границы раздела. Это последнее слагаемое существенно меньше левой части первого уравнения, если исключить из рассмотрения предельный случай $\rho/\rho' \gg 1$. В самом деле, согласно (4) имеем

$$\nu\langle\nabla^2(\nabla\times\mathbf{v})\rangle_z =$$

$$= \nu\left\langle 4\frac{\partial\xi}{\partial x}\frac{\partial^3 u_2}{\partial x\partial y^2} + 2\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2}\right\rangle.$$

По порядку величины это выражение равно $\sim k^2 v_0 u_2$, левая часть уравнения равна по порядку величины $\sim k^2 u u_2/\varepsilon$. Сравнение этих выражений показывает, что первое на порядок (относительно ε) меньше второго, если $u \sim v_0$. Равенство не выполняется, если $u \ll v_0$; из формул (1) и (2) следует, что выполнение этого равенства возможно только в верхней жидкости при условии $\rho/\rho' \gg 1$.

Из второго уравнения системы (5) следует, что вектор

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} + \left\langle \frac{\rho_1}{\rho}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) \right\rangle \tag{6}$$

связан с переносом массы и потому равен осредненной скорости фиксированной частицы (лагранжева скорость); именно эта величина наблюдается обычно в экспериментах. Исключая величину ρ_1 с помощью уравнения неразрывности в первом приближении, переписываем (6) в виде

$$\mathbf{U} = \mathbf{V} + \frac{i}{2\omega}(\mathbf{v} - \mathbf{v}_0)\operatorname{div}\mathbf{v}^*; \tag{7}$$

здесь использованы комплексные амплитуды колебательной скорости частиц и границы раздела, звездочка означает комплексно-сопряженное число. Физический смысл имеет только вещественная часть выражения (7). Введем функцию тока Ψ так, что

$$U_x = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad U_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \tag{8}$$

где U_x и U_y – составляющие вектора U. Наконец, предполагаем, что угол падения волн на границу раздела не слишком мал, так что по порядку величины $k \sim k_0$. С учетом всего сказанного, исключая из рассмотрения случай $\rho/\rho' \gg 1$, напишем вместо уравнений (5) одно уравнение для функции тока (для каждой среды)

$$\nabla^4\Psi = \frac{1}{2\nu}\left[u\frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x \partial y} + (v - v_0)\frac{\partial^2 u_2^*}{\partial y^2}\right] + \left(\frac{1}{\nu}\frac{\partial u_2^*}{\partial y} - \frac{i}{2\omega}\frac{\partial^3 u_2^*}{\partial y^3}\right)\operatorname{div} v, \tag{9}$$

$$\nabla^4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^2$$

правая часть уравнения выражена через комплексные амплитуды (1); смысл имеет вещественная часть выражения.

Рассмотрим условия на границе раздела. Кинематическое условие в декартовых координатах имеет вид

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + w_X\frac{\partial \xi}{\partial X} = w_Y \quad (Y = \xi)$$

($\mathbf{w}$ – вектор скорости частиц жидкости, включающий в себя стационарную и колебательную составляющие). В координатах x, y это выражение переписывается с использованием соотношений (3) в виде

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = w_y \quad (y = 0).$$

Осредняя по времени последнее выражение и предполагая, что граница в среднем по времени не "дрейфует" (значит, $\langle \partial\xi/\partial t\rangle = 0$), получаем $\langle w_y\rangle = V_y = 0$. Далее, используем условие равенства касательных сил, действующих на единицу площади поверхности раздела со стороны обеих жидкостей. Можно показать, что осредненная касательная сила в координатах x, y дается выражением

$$\nu\rho\left[\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} + \left\langle u\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \frac{\partial \xi}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right\rangle\right].$$

Предположим, что нелинейными членами здесь можно пренебречь по сравнению с линейными. Проверка показывает, что это справедливо, если исключить случай $\rho/\rho' \gg 1$ (что уже было сделано выше). Наконец, добавляя сюда условие равенства касательных составляющих осредненной скорости $\mathbf{V}$ двух жидкостей на границе раздела, получаем окончательно граничные условия (при $y = 0$)

$$V_x = V_x', \quad V_y = 0, \quad V_y' = 0,$$
$$\nu\rho\left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y}\right) = \nu'\rho'\left(\frac{\partial V_y'}{\partial x} + \frac{\partial V_x'}{\partial y}\right). \tag{10}$$

Вычисление правой части в (9) приводит к уравнению

$$\nabla^4\Psi = f(y)\sin 2kx,$$

$$f(y) = \frac{B^* k i\sigma^*}{4\nu}e^{-i\sigma^* y}\left\{(1 + A)\left(4 + 3\frac{\gamma^2}{k^2}\right) + \right. \tag{11}$$
$$\left. + B[(1 - i)e^{i\sigma y} + i] + \frac{\gamma\sigma^*}{k^2}[e^{-i\gamma y} - 1 + A(1 - e^{i\gamma y})]\right\},$$

относящемуся к верхней жидкости. Для нижней жидкости функция $f'(y)$ имеет аналогичный вид с учетом того, что теперь нужно положить, $A = 0$ вместо B и $(1 \pm A)$ писать C и D соответственно, а вместо $\exp(-i\gamma y)$ писать $D\exp(-i\gamma' y)$; эти правила замены констант легко усматриваются в формулах (1) из сравнения однородных выражений для верхней и нижней жидкостей. Из (7) следует для верхней среды

$$U_x = V_x + \frac{ikB^*}{4\omega}(1 + A)\left(1 + \frac{\gamma^2}{k^2}\right)e^{-i\sigma^* y}\sin 2kx. \tag{12}$$

Так же и для нижней среды. Из (12) видно, что $U_x = V_x$ за пределами акустического пограничного слоя ($|\sigma y| \gg 1$), а также при $y = 0$ (в последнем слу-

чае добавка к V_x в правой части (12) становится чисто мнимой и поэтому должна быть опущена). Частное решение уравнения (11) имеет вид $\varphi(y)\sin 2kx$, $\varphi(y)$ вычисляется четырехкратным интегрированием функции $f(y)$ по y. Решение однородного (бигармонического) уравнения для функции тока должно иметь вид $\Phi(y)\sin 2kx$, а функция Φ определяется уравнением

$$\Phi^{(4)} - 8k^2\Phi^{(2)} + 16k^4\Phi = 0$$

(цифры в скобках означают порядок производной по y). Решение его для обеих сред имеет вид

$$\Phi = e^{-2ky}(N + Py), \quad \Phi' = e^{2ky}(N' + P'y), \qquad (13)$$

где N, P, N', P' – неизвестные константы. Полное решение уравнения (11) запишем в виде

$$\Psi = (\Phi + \varphi)\sin 2kx. \qquad (14)$$

Подставляя (14) в граничные условия (10) с использованием соотношений (7), (8), (12), (13), получаем следующие выражения для искомых констант:

$$N = \frac{B^*k\delta}{8\omega}\left[(1+A)\left(4 - \frac{\gamma^2}{k^2}\right) - \frac{3}{2}B\right]$$

$$P = \frac{BB^*}{16\omega\delta\left(1 + \frac{\rho\nu}{\rho'\nu'}\right)}\left[6k\delta - \frac{\rho\nu}{\rho'\nu'}\left(1 + \frac{\rho}{\rho'}\sqrt{\frac{\nu}{\nu'}}\right)\right], \qquad (15)$$

$$N' = \frac{C^*k\delta'}{8\omega}\left[D\left(4 - \frac{\gamma'^2}{k^2}\right) - \frac{3}{2}C\right],$$

$$P' = \frac{CC^*}{16\omega\delta'\left(1 + \frac{\rho'\nu'}{\rho\nu}\right)}\left[6k\delta' - \frac{\rho'\nu'}{\rho\nu}\left(1 + \frac{\rho'}{\rho}\sqrt{\frac{\nu'}{\nu}}\right)\right]$$

(учтено, что $\sigma = (1 + i)/\delta$). Выражения для компонент вектора осредненной скорости $\mathbf{U}$ в верхней жидкости записываются в виде

$$U_x = \left[e^{-2ky}P(1 - 2ky) + \frac{d\varphi}{dy}\right]\sin 2kx,$$
$$U_y = -[e^{-2ky}P(N + Py) + \varphi]2k\cos 2kx. \qquad (16)$$

Для нижней жидкости нужно поменять знак минус перед ky на плюс (см. (13)). Формулы (16) и (15) представляют собой решение поставленной задачи. Рассмотрим некоторые частные случаи.

В предельном случае, когда $\rho/\rho' \longrightarrow 0$, из (15) следует (см. также (2))

$$P = \frac{3k}{8\omega}BB^*, \quad P' = -\frac{CC^*}{16\omega\delta'}\frac{\rho'}{\rho}\sqrt{\frac{\nu'}{\nu}} = 0. \qquad (17)$$

В нижней среде течения нет, как и должно быть. В верхней среде осредненная скорость на границе акустического слоя ($|\sigma y| \gg 1$, $|ky| \ll 1$) согласно (16) и (17) равна

$$U_x = P\sin 2kx = \frac{3}{8}\frac{k}{\omega}|1 + A|^2\sin 2kx, \qquad (18)$$

поскольку в данном случае $B = -(1 + A)$. Но $|1 + A|^2$ – это квадрат амплитуды продольной колебательной скорости частиц жидкости в результирующем звуковом поле в верхней среде; таким образом, (18) совпадает с результатом Рэлея [1]. В другом предельном случае, когда $\rho/\rho' \longrightarrow \infty$,

$$P = -\frac{BB^*}{16\omega\delta}\frac{\rho}{\rho'}\sqrt{\frac{\nu}{\nu'}} = 0,$$
$$P' = \frac{3}{8}\frac{k}{\omega}CC^* = \frac{3}{8}\frac{k}{\omega}DD^*. \qquad (19)$$

В нижней жидкости снова получается решение Рэлея, причем DD^* – квадрат амплитуды продольной колебательной скорости звукового поля в нижней среде. В верхней среде согласно (19) течение должно отсутствовать. Но случай $\rho/\rho' \longrightarrow \infty$ исключен нами из рассмотрения; на самом деле следует ожидать появления в верхней жидкости слабого течения со скоростью, на порядок меньше (относительно ε), чем в течении Рэлея у твердой стенки.

В промежуточном случае, если выполняется условие

$$\frac{1}{\varepsilon} \gg \frac{\rho}{\rho'} \gg \varepsilon \qquad (20)$$

и если для простоты положить, что по порядку величины $\nu/\nu' \sim 1$, то из (15) следует

$$P = P' = -\frac{BB^*\left(1 + \frac{\rho}{\rho'}\sqrt{\frac{\nu}{\nu'}}\right)}{16\omega\delta\left(1 + \frac{\rho'\nu'}{\rho\nu}\right)} = -\frac{CC^*\left(1 + \frac{\rho'}{\rho}\sqrt{\frac{\nu'}{\nu}}\right)}{16\omega\delta'\left(1 + \frac{\rho\nu}{\rho'\nu'}\right)}. \qquad (21)$$

Можно также переписать (21) в виде

$$P = P' = -\frac{u_0^2}{16\omega\delta}\frac{\left(1 - \frac{\rho}{\rho'}\right)^2}{\left(1 + \frac{\rho'\nu'}{\rho\nu}\right)\left(1 + \frac{\rho}{\rho'}\sqrt{\frac{\nu}{\nu'}}\right)}, \qquad (22)$$

где $u_0^2 = |1 + A|^2$. В формулах (16) следует в данном случае пренебречь частным решением φ, а также $d\varphi/dy$ и константой N. Поле скорости стационар-

ного течения описывается, таким образом, выражениями

$$U_x = Pe^{-2ky}(1-2ky)\sin 2kx,$$

$$U_y = -Pe^{-2ky}2ky\cos 2kx, \qquad (23)$$

$$U'_x = Pe^{2ky}(1+2ky)\sin 2kx,$$

$$U'_y = -Pe^{2ky}2ky\cos 2kx.$$

В обеих жидкостях картины течения одинаковы и симметричны относительно границы раздела. Наибольшая скорость течения достигается на границе раздела; она равна

$$U_0 = P\sin 2kx. \qquad (24)$$

Сравнение формул (24) и (22) с выражением (18) показывает, что в данном случае скорость течения по порядку величины превосходит скорость в известном течении Рэлея в ε^{-1} раз. Кроме того, в отличие от течения Рэлея у жесткой стенки с его сложной структурой (мелко- и крупномасштабные вихри), рассмотренное здесь течение состоит только из крупномасштабных вихрей с характерным размером k^{-1}.

Полученное решение (23) сохраняет свой вид и в декартовой системе координат. Действительно, координаты x и y в (23) обозначают среднее за несколько периодов колебаний положение жидкой частицы; они (координаты) приближенно совпадают со средними значениями X и Y для той же частицы. Затем, согласно (3), $U_X = U_x$, $U_Y = U_y + \langle u\partial\xi/\partial x\rangle$; второе слагаемое в правой части последнего выражения меньше на порядок (относительно ε) первого слагаемого, как это видно из (22) и (23), и поэтому в принятом здесь приближении им следует пренебречь.

Таким образом, деформации границы раздела жидкостей не сказываются во втором приближении на решении данной задачи.

В заключение отметим, что приведенное здесь решение справедливо, пока справедливы исходные уравнения (5). Метод последовательных приближений, используемый при выводе этих уравнений, предполагает малость осредненной скорости частиц жидкости сравнительно с колебательной скоростью, т.е. должно быть (см. (22)), или

$$Ma < \varepsilon, \qquad (25)$$

где Ma – акустическое число Маха. Кроме того, число Рейнольдса Re для стационарного течения должно быть заметно меньше единицы, поскольку в (5) не учитываются нелинейные члены (квадратичные относительно осредненной скорости); поэтому должно выполняться условие

$$Re = \frac{U}{\nu k_0} \sim \frac{Ma^2}{\varepsilon^3} < 1. \qquad (26)$$

Последнее условие налагает более жесткое ограничение на допустимую интенсивность звукового поля (акустическое число Маха), чем условие (25). Таким образом, окончательно, решение (22), (23) верно при выполнении условий (20) и (26).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стретт Дж.В. (Лорд Рэлей).* Теория звука. Т. 2. М.: ГИТТЛ, 1955, 476 с.
2. *Савельев А.Я.* Эффект Константинова в некоторых задачах акустики // Акуст. журн. 1973. Т. 19. № 2. С. 231–239.
3. *Зарембо Л.К., Красильников В.А.* Введение в нелинейную акустику. М.: Наука, 1977. 519 с.

Rayleigh's Flow Near a Boundary between Two Liquids

V. A. Murga

The problem of a stationary acoustic flow that occurs in a standing wave field formed by two travelling monochromatic plane waves incident on a plane boundary between two liquids is solved theoretically. It is shown that the flow formed in such conditions noticeably differs from the known Rayleigh's flow that occurs near a rigid plane.