АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2000, том 46, № 3, с. 384–391

УДК 534.231.1

ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ПЕРЕФОРМИРОВАНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ И ДИФРАКЦИОННАЯ ФОКУСИРОВКА АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 2000 г. Ю. В. Петухов

Институт прикладной физики РАН
603600, Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46
E-mail: petukhov@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 15.04.98 г.

Показано, что периодическое по трассе океанического волновода переформирование пространственной (по глубине и горизонтальному расстоянию) интерференционной структуры акустического поля, генерируемого точечным источником тонального излучения, сопровождается его дифракционной фокусировкой с соответствующим пространственным периодом. Установлено, что в океанических волноводах с монотонной угловой зависимостью длины цикла бриллюэновских лучей пространственный период переформирования интерференционной структуры поля и его дифракционной фокусировки пропорционален квадрату характерного вертикального масштаба соответствующего волновода и обратно пропорционален длине волны излучения, а в волноводах с немонотонной зависимостью, имеющей экстремумы, – пропорционален кубу этого масштаба и обратно пропорционален квадрату длины волны излучения.

Как известно [1–5], в изоскоростных океанических волноводах наблюдается явление периодической фокусировки акустического поля, генерируемого точечным источником тонального излучения. В рамках простейшей модели изоскоростного волновода с абсолютно жестким дном и параксиального приближения для модового представления поля, пространственный период этих фокусировок R_H в горизонтальном направлении определяется соотношением

$$R_H = 4H^2/\lambda, \tag{1}$$

где H – глубина водного слоя, λ – длина акустической волны. Более подробный и критический обзор литературы, относящейся к описанию этого эффекта в оптике, электродинамике и акустике, можно найти в [6]. Здесь же представляется важным отметить, что, в отличие от рефракционной фокусировки полей в стратифицированных по глубине океанических волноводах [7], пространственный период R_H (1) данной фокусировки принципиально определяется длиной волны излучения. В этой связи, как и в [5, 6], будем называть ее далее дифракционной фокусировкой. Вполне естественно, что дифракционная фокусировка акустических полей должна наблюдаться и в стратифицированных по глубине океанических волноводах [6]. Поэтому настоящая статья посвящена обобщению полученных в [1–4] аналитических результатов на рефракционные океанические волноводы.

Для решения поставленной задачи воспользуемся предложенным в [6, 8] подходом к анализу пространственной интерференционной структуры акустического поля в океанических волноводах. С этой целью запишем выражение для зависимости его интенсивности $J(r)$ от горизонтального расстояния r в виде

$$J(r) = 2\pi p_0 \frac{R_0^2}{r}\left[\sum_{l=1}^{L(\omega)} |A_l|^2 + \sum_{l \neq l'}^{L(\omega)} \sum_{l'=1}^{L(\omega)} A_l A_{l'}^* \cos[(k_l - k_{l'})r]\right], \tag{2}$$

справедливом в дальней зоне точечного источника $k_l r \gg 1$ тонального излучения с циклической частотой ω, расположенного на глубине z_s. Здесь

$$A_l = \psi_l(z_s)\psi_l(z)/\sqrt{k_l} \tag{3}$$

– амплитуды моды с номером l, k_l – ее горизонтальное волновое число, $\psi_l(z)$ – соответствующие ортонормированные собственные функции волновода, $L(\omega) = \max(l)$ – число возбуждаемых мод, z – глубина приема, p_0 – амплитуда возмущения давления, создаваемого точечным источником в однородной среде на сферической поверхности радиуса R_0. Из (2) следует (см. [6, 8]), что отнормированная на геометрическое расхождение интенсивность акустического поля $J_0(r) = rJ(r)$ в волно-

воде является квазипериодической по r функцией с определенными пространственными периодами (периодами интерференции)

$$R_{l,l'} = 2\pi/(k_l - k_{l'}) \tag{4}$$

и соответствующими им пространственными периодами биений

$$R_g(l, l'; n, n') = R_{l,l'}R_{n,n'}/(|R_{l,l'} - R_{n,n'}|). \tag{5}$$

Последние, как и в [6, 8], будем называть ниже пространственными периодами переформирования интерференционной структуры акустического поля в волноводах.

Далее будем интересоваться лишь хорошо прогнозируемой и, тем самым, представляющей основной интерес, крупномасштабной интерференционной структурой акустического поля, формируемой различными парами соседних мод, для которых выражения (4), (5) запишутся в следующем виде:

$$R_{l,l+1} = 2\pi/(k_l - k_{l+1}), \tag{6}$$

$$R_g(l, l+1; n, n+1) = \\ = R_{l,l+1}R_{n,n+1}/|R_{l,l+1} - R_{n,n+1}|. \tag{7}$$

Из сказанного следует (см. [6, 8]), что пространственная интерференционная структура акустического поля в океаническом волноводе будет полностью перестраиваться (переформировываться) с максимально возможным пространственным периодом $R_{\max}$. Естественно, что значение $R_{\max}$ заведомо принадлежит диапазону значений пространственного периода переформирования для двух соседних пар мод из всего возможного их набора:

$$R_{\max} = \max[R_g(l, l+1; l+1, l+2)]. \tag{8}$$

Представляет также интерес и минимальный пространственный период переформирования $R_{\min}$ интерференционной структуры поля в волноводе

$$R_{\min} = \min[R_g(l, l+1; l+1, l+2)], \tag{9}$$

поскольку именно в соответствующих диапазонах горизонтальных расстояний

$$mR_{\min} \le r \le mR_{\max} \quad (m = 1, 2, \ldots) \tag{10}$$

эффект переформирования крупномасштабной интерференционной структуры поля должен заметнее всего проявляться.

В этих же диапазонах расстояний (10) должно наблюдаться явление дифракционной фокусировки поля. Это следует из того, что переформирование его интерференционной структуры с пространственным периодом $R_{\max}$ (8) подразумевает хотя бы частичное проявление ее особенностей, имевших место при $0 < r \ll R_{\min}$ и, в том числе, в непосредственной близости от точечного источника. Здесь следует отметить, что именно периодическая дифракционная фокусировка поля в диапазоне расстояний (10) приводит к обнаруженному в [8] явлению периодического пространственного переформирования дальних зон акустической освещенности в открытом к поверхности подводном звуковом канале.

Перейдем теперь к получению аналитического выражения для пространственного периода дифракционной фокусировки поля в стратифицированном океаническом волноводе с плавной, но достаточно произвольной зависимостью квадрата показателя преломления акустических волн $n^2(z)$ от глубины. При этом будем считать свободную поверхность $z = 0$ и дно $z = H$ идеально отражающими.

Поскольку рассматриваемое явление отчетливее всего наблюдается лишь при достаточно многомодовом режиме распространения волн (см. [1–6]), то для решения поставленной задачи воспользуемся приближением ВКБ, предполагая выполненными условия его применимости [7]. Как известно [7], дисперсионное уравнение для горизонтальных волновых чисел мод в приближении ВКБ имеет вид

$$k\int_{z_1}^{z_2}\sqrt{n^2(z) - \beta_l^2}\,dz = \pi(l - \nu), \tag{11}$$

где

$$\beta_l = k_l/k = \cos\chi_l,\ z_1 = \begin{cases}0\\ z_{l\text{в}}\end{cases},\ z_2 = \begin{cases}z_{l\text{н}}\\ H\end{cases},\ l = [1, L],$$

$$\nu = \begin{cases}1/2,\ z_1 = z_{l\text{в}}, z_2 = z_{l\text{н}}\\ 1/4,\ z_1 = 0, z_2 = z_{l\text{н}}\end{cases},$$

$$\nu = \begin{cases}1/2,\ z_1 = 0, z_2 = H\\ 1/4,\ z_1 = z_{l\text{в}}, z_2 = H\end{cases}.$$

Здесь χ_l – угол скольжения бриллюэновского луча на оси канала $z = z_0$; $z_{l\text{в}}$ и $z_{l\text{н}}$ – соответственно верхние и нижние горизонты поворота бриллюэновских лучей; $n(z) = c(z_0)/c(z)$, $c(z)$ – зависимость скорости звука и глубины, $k = \omega/c(z_0)$.

В приближении ВКБ разностное выражение (6) с использованием разложения в ряд величины β_{l+1} с точностью до членов третьего порядка малости

$$\beta_{l+1} \approx \beta_l + \frac{d\beta_l}{dl} + \frac{d^2\beta_l}{2!dl^2} + \frac{d^3\beta_l}{3!dl^3} \tag{12}$$

и следующего из (11) дифференциального соотношения

$$\frac{d\beta_l}{dl} = -\frac{2\pi}{kD_l}, \tag{13}$$

где D_l – длина цикла соответствующего бриллюэновского луча

$$D_l = 2\beta_l \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - \beta_l^2}}, \tag{14}$$

можно представить в виде приближенного при $D_l k \gg 1$ равенства

$$R_{l,l+1} \approx D_l \left[1 + \frac{\pi}{kD_l^2} \frac{dD_l}{d\beta_l} - \right.$$
$$\left. - \frac{2\pi^2}{3k^2 D_l^3} \left[\frac{d^2 D_l}{d\beta_l^2} - \frac{3}{D_l} \left(\frac{dD_l}{d\beta_l} \right)^2 \right] \right]^{-1}. \tag{15}$$

Совершенно аналогично, из разностного выражения (7) с использованием (13), (15) и разложения в ряд

$$D_{l+1} \approx D_l + \frac{dD_l}{dl} + \frac{d^2 D_l}{2!dl^2} \tag{16}$$

находим равенство

$$R_g(l, l+1; l+1, l+2) \approx \frac{k}{2\pi} D_l^3 \left[1 - \frac{2\pi}{kD_l^2} \frac{dD_l}{d\beta_l} \right] \times$$
$$\times \left[\left| \frac{dD_l}{d\beta_l} - \frac{2\pi}{kD_l} \left[\frac{d^2 D_l}{d\beta_l^2} - \frac{2}{D_l} \left(\frac{dD_l}{d\beta_l} \right)^2 \right] \right| \right]^{-1}. \tag{17}$$

Для дальнейших рассуждений важно обратить внимание на тот факт, что, как показано в [9, 10], океанические волноводы можно классифицировать по типу зависимостей D_l от лучевого параметра β_l. Поэтому в океанических волноводах с монотонной зависимостью D_l от β_l, т.е. в отсутствие у нее экстремумов, когда

$$\frac{dD_l}{d\beta_l} \neq 0, \tag{18}$$

из (8), (9) с использованием (17), (18) при $kD_l \gg 1$ находим простые выражения для минимального и максимального пространственных периодов дифракционной фокусировки поля:

$$R_{\min} = \frac{kH_g^2}{2\pi} \min \left[\overline{D}_l^3 / \left| \frac{d\overline{D}_l}{d\beta_l} \right| \right], \tag{19}$$

$$R_{\max} = \frac{kH_g^2}{2\pi} \max \left[\overline{D}_l^3 / \left| \frac{d\overline{D}_l}{d\beta_l} \right| \right]. \tag{20}$$

Здесь $\overline{D}_l = D_l / H_g$ – нормированная на характерный вертикальный масштаб волновода H_g длина цикла бриллюэновского луча.

Таким образом, полученные зависимости (19), (20) позволяют утверждать, что в океанических волноводах с монотонной зависимостью длины цикла бриллюэновских лучей от лучевого параметра пространственный период дифракционной фокусировки поля пропорционален квадрату характерного вертикального масштаба соответствующего волновода и обратно пропорционален длине волны излучения.

В океанических волноводах с немонотонной зависимостью $D_l(\beta_l)$, которая при определенных значениях $\beta_l = \beta_c$ имеет экстремумы, отвечающие условию

$$\left(\frac{dD_l}{d\beta_l} \right)_{\beta_l = \beta_c} = 0 \tag{21}$$

и формированию в таких волноводах слаборасходящихся акустических пучков [9, 10], из (8) с использованием (17), (21) находим искомое выражение для пространственного периода дифракционной фокусировки поля:

$$R_{\max} = \frac{k^2 H_g^3}{4\pi^2} \times$$
$$\times \left[\overline{D}_l^4(\beta_c) / \left| \left(\frac{d^2 \overline{D}_l}{d\beta_l^2} \right)_{\beta_l = \beta_c} \right| \right]. \tag{22}$$

В таких океанических волноводах пространственный период дифракционной фокусировки поля (22) пропорционален уже́ кубу характерного вертикального масштаба соответствующего волновода и обратно пропорционален квадрату длины волны излучения.

Остановимся теперь на аналитическом доказательстве в рамках приближения ВКБ того факта, что пространственное переформирование интерференционной структуры акустического поля в волноводах обуславливает дифракционную его фокусировку с тем же пространственным периодом $R_{\max}$ (20), (22). Для этого воспользуемся полученными в [4, 10, 11] результатами анализа модовой структуры поля в волноводах. Причем ниже, исключительно лишь с целью сокращения записи соответствующих промежуточных выражений, рассмотрим океанический волновод с открытым к поверхности подводным звуковым каналом и акустически прозрачным дном. Естественно, что такое упрощение не ограничит общности полученных ниже зависимостей для $R_{\min}$ и $R_{\max}$.

В этом случае для поля давления, формируемого рефрагированным $1 \leq l \leq L_r$ и взаимодейст-

вующими с поверхностью океана $L_r + 1 \le l \le L$ модами, с использованием ВКБ приближения получим выражение [7, 8]

$$p' = 4p_0R_0\sqrt{\frac{2\pi i}{kr}}\exp(-i\omega t)\times$$
$$\times\sum_{l=1}^{L(\omega)}\frac{\sqrt{\beta_l}\exp(ikr\beta_l)}{D_l\sqrt{\gamma_l(z_s)\gamma_l(z)}}\sin[\varphi_l(z_s)]\sin[\varphi_l(z)], \tag{23}$$

где

$$\gamma_l(z) = \sqrt{n^2(z)-\beta_l^2}, \tag{24}$$

$$\varphi_l(z) = \begin{cases} k\int\limits_{z_{l\text{в}}}^{z}\gamma_l(z)dz + \pi/4 = F_l(z), \ 1 \le l \le L_r \\ (n(0) \le \beta_l \le n(z_s)), \\ k\int\limits_{0}^{z}\gamma_l(z)dz = \Phi_l(z), \ L_r + 1 \le l \le L \\ (n(H) \le \beta_l \le n(0)), \end{cases} \tag{25}$$

t – время. Число L_r рефрагированных и всех L возбуждаемых мод определим из дисперсионного уравнения (11) при соответствующих значениях $z_{l\text{в}} = 0$, $\beta_l = n(0)$ и $z_{l\text{н}} = H$, $\beta_l = n(H)$:

$$L_r = \frac{k}{\pi}\int\limits_0^{H_r}\sqrt{n^2(z)-n^2(0)}dz + \frac{1}{2},$$
$$L = \frac{k}{\pi}\int\limits_0^{H}\sqrt{n^2(z)-n^2(H)}dz + \frac{1}{4}, \tag{26}$$

где H_r – характерная ширина подводного звукового канала, определяемая из уравнения $n(0) = n(H_r)$.

Как отмечалось в [4, 10, 11], поле в волноводе при многомодовом режиме распространения и достаточном удалении корреспондирующих точек от границ раздела имеет пучковую структуру, определяемую осцилляционной зависимостью модуля коэффициента возбуждения мод от их номера. Каждому такому модовому пучку соответствует определенное значение номера $l_{\max}(q) = l_{r\max}(q_r)$ рефрагированной или взаимодействующей с поверхностью океана $l_{\max}(q) = l_{s\max}(q_s)$ моды, при котором достигается максимум модуля ее амплитуды $|A_l|$ на глубине источника $z = z_s$. Поэтому уравнения для определения $l_{\max}(q)$ следуют из равенства $\sin^2[\varphi_l(z_s)] = 1$ [10] и имеют простой вид:

$$F_l(z_s)\big|_{l = l_{r\max}} = \frac{\pi}{2}(2q_r - 1), \tag{27}$$

$$\Phi_l(z_s)\big|_{l = l_{s\max}} = \frac{\pi}{2}(2q_s - 1). \tag{28}$$

Здесь $q_r = [1, Q_r]$ и $q_s = [Q_r + 1, Q]$ – соответствующие номера рефрагированных и взаимодействующих с поверхностью океана модовых пучков, Q_r – количество рефрагированных модовых пучков, Q – количество всех модовых пучков, $q = [1, Q]$.

Следует иметь в виду, что при возбуждении достаточно большого числа рефрагированных мод $L_r \gg 1$ интервал глубин $\Delta z_{l\text{в}} = z_{l+1\text{в}} - z_{l\text{в}}$ между горизонтами поворота соседних мод становиться достаточно малым, и всегда найдется горизонт $z_{l\text{в}}$, весьма близкий к z_s. При этом номер моды $l_r = l_{r\max}$ (1), соответствующей первому рефрагированному модовому пучку, будет определяться уже не из уравнения (27), а из дисперсионного уравнения (11) при условии совпадения соответствующих горизонтов $z_{l\text{в}} = z_s$:

$$l_r = \frac{k}{\pi}\int\limits_{z_s}^{z_*}\sqrt{n^2(z)-n^2(z_s)}dz + \frac{1}{2}, \tag{29}$$

где z_* – сопряженная источнику глубина, определяемая из равенства $n(z_s) = n(z_*)$. Естественно, что решения уравнений (27), (28) должны удовлетворять определенным условиям:

$$l_r \le l_{r\max}(q_r) \le L_r,$$
$$L_r + 1 \le l_{s\max}(q_s) \le L. \tag{30}$$

Каждый такой модовый пучок формируется определенной группой мод

$$L_q = L_{1q} + L_{2q} - 1;$$
$$L_{1q} = l_{\max}(q) - l_{\min}(q-1), \tag{31}$$
$$L_{2q} = l_{\min}(q) - l_{\max}(q).$$

В каждой такой группе значения номеров мод $l_{\min}(q) = l_{r\min}(q_r)$ и $l_{\min}(q) = l_{s\min}(q_s)$, отвечают следующим соответственно за $l_{\max}(q) = l_{r\max}(q_r)$ и $l_{\max}(q) = l_{s\max}(q_s)$ положениям минимумов в $|A_l|$ и находятся из уравнений:

$$F_l(z_s)\big|_{l = l_{r\min}} = \pi q_r, \tag{32}$$

$$\Phi_l(z_s)\big|_{l = l_{s\min}} = \pi q_s, \tag{33}$$

где $q_r = [0, Q_r]$ и $q_s = [Q_r, Q]$. Уравнения же (32), (33) следуют из достаточно очевидного равенства

$\sin[\varphi_l(z_s) = 0$, а их решения должны удовлетворять аналогичным (30) условиям:

$$1 \le l_{r\min}(q_r) \le L_r,$$
$$L_r + 1 \le l_{s\min}(q_s) \le L. \tag{34}$$

С учетом сказанного выражение для поля давления (23) представим в виде суммы соответствующих модовых пучков

$$p' = p_0 R_0 \sqrt{\frac{2\pi i}{kr}} \exp(-i\omega t) \times$$
$$\times \sum_{q=1}^{Q} \sum_{j=1}^{4} \exp[i\pi(1 + \mu_j - \chi_j)] \Pi_{jq}, \tag{35}$$

где

$$\Pi_{jq} = \sum_{l = l_{\min}(q-1)}^{l = l_{\min}(q)} \frac{\sqrt{\beta_l} \exp(i\Psi_{jl})}{D_l \sqrt{\gamma_l(z_s)\gamma_l(z)}}, \tag{36}$$

$$\Psi_{jl} = k\beta_l r + \mu_j \varphi_l(z_s) + \chi_j \varphi_l(z), \tag{37}$$

$$\mu_j, \chi_j = \begin{cases} 1,\ 1;\ j = 1 \\ 1,\ -1;\ j = 2 \\ -1\ \ 1;\ j = 3 \\ -1,\ -1;\ j = 4 \end{cases}. \tag{38}$$

В предположении многомодового режима распространения воспользуемся разложением функции Ψ_{jl} (37) в ряд по l вблизи $l = l_{\max}(q)$ с точностью до членов третьего порядка по $\Delta l/L = [l - l_{\max}(q)]/L$:

$$\Psi_{jl} \approx \Psi_{jl_{\max}(q)} + \left(\frac{\partial \Psi_{jl}}{\partial l}\right)\Bigg|_{l = l_{\max}(q)} \Delta l +$$
$$+ \frac{1}{2!}\left(\frac{\partial^2 \Psi_{jl}}{\partial l^2}\right)\Bigg|_{l = l_{\max}(q)} (\Delta l)^2 + \frac{1}{3!}\left(\frac{\partial^3 \Psi_{jl}}{\partial l^3}\right)\Bigg|_{l = l_{\max}(q)} (\Delta l)^3. \tag{39}$$

Тогда, с использованием дифференциального соотношения (13) и приближенного равенства (39), запишем выражение для поля давления (35) в виде

$$p' = p_0 R_0 \sqrt{\frac{2\pi i}{kr}} \times$$
$$\times \sum_{q=1}^{Q} \sum_{j=1}^{4} \frac{\sqrt{\beta_l} \exp[i(\Psi_{jl_{\max}(q)} - \omega t + \pi(1 + \mu_j - \chi_j))]}{(D_l \sqrt{\gamma_l(z_s)\gamma_l(z)})\big|_{l = l_{\max}(q)}} P_{jq}, \tag{40}$$

где

$$P_{jq} =$$
$$= \sum_{\Delta l = -L_{1q}+1}^{\Delta l = L_{2q}-1} \exp[-i(\zeta_1 \Delta l + \zeta_2 (\Delta l)^2 + \zeta_3 (\Delta l)^3)]; \tag{41}$$

$$\zeta_1 = 2\pi \left(\frac{r_{jl}}{D_l}\right)\Bigg|_{l = l_{\max}(q)},$$
$$r_{jl} = r + \mu_j D_l(z_s) + \chi_j D_l(z), \quad D_l(z) = \beta_l \int_{z_1}^{z} \frac{dz}{\gamma_l(z)}; \tag{42}$$

$$\zeta_2 = \frac{2\pi^2}{k}\left[\frac{r_{jl}}{D_l^3}\left[\frac{dD_l}{d\beta_l} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{D_l}{r_{jl}}\left(\mu_j \frac{dD_l(z_s)}{d\beta_l} + \chi_j \frac{dD_l(z)}{d\beta_l}\right)\right]\right]\Bigg|_{l = l_{\max}(q)}; \tag{43}$$

$$\zeta_3 = \frac{4\pi^3}{3k^2}\left[\frac{r_{jl}}{D_l^4}\left[\left[\frac{d^2 D_l}{d\beta_l^2} - \frac{3}{D_l}\left(\frac{dD_l}{d\beta_l}\right)^2\right] + \right.\right.$$
$$+ \frac{3}{r_{jl}} \frac{dD_l}{d\beta_l}\left(\mu_j \frac{dD_l(z_s)}{d\beta_l} + \chi_j \frac{dD_l(z)}{d\beta_l}\right) - \tag{44}$$
$$\left.\left. - \frac{D_l}{r_{jl}}\left(\mu_j \frac{d^2 D_l(z_s)}{d\beta_l^2} + \chi_j \frac{d^2 D_l(z)}{d\beta_l^2}\right)\right]\right]\Bigg|_{l = l_{\max}(q)}.$$

Если в показателе экспоненты выражения (41) учитывать лишь пропорциональное ζ_1 слагаемое (см. [11]), то с использованием формулы для геометрической прогрессии можно выполнить элементарное суммирование. При этом получим, что каждый модовый пучок формируется около двух опорных бриллюэновских лучей, с противоположными по знаку углами скольжения на горизонте источника, и распространяется без дифракционных искажений. Уравнения для траекторий этих лучей

$$r = R_{jm}^{(1)} = m_1 D_{l_{\max}(q)} - \mu_j D_{l_{\max}(q)}(z_s) - \chi_j D_{l_{\max}(q)}(z) \tag{45}$$

находятся из равенства

$$\zeta_1 = 2\pi m_1 \quad (m_1 = 1, 2, \ldots), \tag{46}$$

означающего синфазное сложение формирующей данный пучок группы мод вдоль соответствующих бриллюэновских лучей (45).

Как отмечалось в [4], учет второго – пропорционального ζ_2 – слагаемого в показателе экспоненты выражения (41) приводит к расфазировке мод, формирующих соответствующий пучок, т.е. к его дифракционному расплыванию по трассе распространения. Однако, как следует из (41),

(43), на расстояниях $r = R_{jm}^{(2)}$, определяемых выражением

$$R_{jm}^{(2)} = \left[\frac{k}{2\pi}\frac{D_l^3}{\left|\frac{dD_l}{d\beta_l}\right|}\times\right.$$

$$\times\left[m_2 + \frac{2\pi}{kD_l^2}\left(\mu_j\frac{dD_l(z_s)}{d\beta_l} + \chi_j\frac{dD_l(z)}{d\beta_l}\right)\right] - \quad (47)$$

$$\left.\left.-\mu_j D_l(z_s) - \chi_j D_l(z)\right]\right|_{l = l_{\max}(q)},$$

следующим из равенства

$$|\zeta_2| = \pi m_2, \quad (m_2 = 1, 2, \ldots), \quad (48)$$

будет наблюдаться дифракционная фокусировка соответствующего модового пучка. При этом для нечетных L_q и m_2 пучок будет фокусироваться в фазе при нечетных L_{1q} и L_{2q} и в противофазе при четных L_{1q} и L_{2q}, а для четных m_2 – всегда в фазе, независимо от L_{1q} и L_{2q}. Лишь только у пучка, сформированного четным числом мод, при нечетных значениях m_2 будет наблюдаться существенная расфокусировка.

Предполагая выполнение условий $kD_l \gg 1$ и (18), из (47) находим приближенное выражение

$$R_{jm}^{(2)} \approx m_2 R_g(l_{\max}(q)), \quad (49)$$

в котором величина

$$R_g(l_{\max}(q)) = \frac{kH_g^2}{2\pi}\left[\overline{D}_l^3 / \left|\frac{d\overline{D}_l}{d\beta_l}\right|\right]\Bigg|_{l = l_{\max}(q)} \quad (50)$$

является пространственным периодом дифракционной фокусировки соответствующего модового пучка. Из всех возможных при $q = [1, Q]$ значений величины $R_g(l_{\max}(q))$ всегда можно найти соответствующие минимальное $R_{\min}$ и максимальное $R_{\max}$ значения пространственного периода дифракционной фокусировки поля:

$$R_{\min} = \frac{kH_g^2}{2\pi}\min\left[\left[\overline{D}_l^3 / \left|\frac{d\overline{D}_l}{d\beta_l}\right|\right]\Bigg|_{l = l_{\max}(q)}\right], \quad (51)$$

$$R_{\max} = \frac{kH_g^2}{2\pi}\max\left[\left[\overline{D}_l^3 / \left|\frac{d\overline{D}_l}{d\beta_l}\right|\right]\Bigg|_{l = l_{\max}(q)}\right]. \quad (52)$$

Как видно из (51), (52), соответствующие значения определяются из выражений, аналогичных выражениям для минимального $R_{\min}$ (19) и максимального $R_{\max}$ (20) пространственных периодов переформирования интерференционной структуры поля в океаническом волноводе.

Следовательно, пространственное переформирование интерференционной структуры акустического поля в океанических волноводах обуславливает дифракционную его фокусировку с соответствующими пространственными периодами.

Здесь следует отметить, что в [12] из принципиально отличающегося от (48) равенства

$$|\zeta_2|(\Delta l)^2 = \pi \quad (53)$$

было получено выражение для оценки предельно допустимого числа мод

$$\Delta l = \sqrt{R_g(l_{\max}(q))/r}, \quad (54)$$

складывающихся в фазе и формирующих модовый пучок, где $R_g(l_{\max}(q))$ определяется по формуле (50). Поэтому в [12] из (54) был сделан принципиально неверный физический вывод о том, что на расстояниях $r \geq R_g(l_{\max}(q))$ все моды перестают конструктивно интерферировать вдоль опорных бриллюэновских лучей, и формируемый ими первоначальной узкий пучок полностью расплывается. В самом деле, из всего сказанного выше относительно дифракционной фокусировки пучков видно, что в [12] не был учтен весьма простой факт. А именно: хотя различные моды ($-L_{1q} + 1 \leq \Delta l \leq L_{2q} - 1$) и расфазируются на различных расстояниях $r = R_g(l_{\max}(q))/(\Delta l)^2$, однако ввиду целочисленных значений величины $(\Delta l)^2$ они вновь будут определенным образом фазироваться на расстояниях $R_{jm}^{(2)}$ (49) с характерным для них пространственным периодом $R_g(l_{\max}(q))$ (50).

Обсуждаемая пространственная периодичность дифракционной фокусировки поля в океанических волноводах не означает точного повторения его значений в соответствующих фокальных областях, поскольку этому препятствует влияние последующего – пропорционального ζ_3 – слагаемого в показателе экспоненты выражения (41). Это слагаемое играет определяющую роль при дифракционном расплывании и фокусировке слаборасходящихся акустических пучков [8–10]. Действительно, если при определенном значении $l = l_{\max}(q) = l_c = l(\beta_c)$ выполняется равенство (21), т.е. $\zeta_2 = 0$, то теперь уже́ из уравнения

$$|\zeta_3| = \pi m_3 \quad (m_3 = 1, 2, \ldots) \quad (55)$$

находим для определения расстояний $r = R_{jm}^{(3)}$, на которых будет наблюдаться дифракционная фо-

кусировка слаборасходящегося модового пучка, другое выражение:

$$R_{jm}^{(3)} = \left[\frac{3k^2D_l^4}{4\pi^2\left|\frac{d^2D_l}{d\beta_l^2}\right|}\times\right.$$

$$\times\left[m_3+\frac{4\pi^2}{3k^2D_l^3}\left(\mu_j\frac{d^2D_l(z_s)}{d\beta_l^2}+\chi_j\frac{d^2D_l(z)}{d\beta_l^2}\right)\right]- \quad (56)$$

$$\left.\left.-\mu_jD_l(z_s)-\chi_jD_l(z)\right]\right|_{l=l_c}.$$

При $kD_l \gg 1$ из (56) получаем простое выражение

$$R_{jm}^{(3)} \approx m_3R_g(l_c), \quad (57)$$

в котором величина

$$R_g(l_c) = \frac{3k^2H_g^3}{4\pi^2}\left[\overline{D}_l^4\Big/\left|\frac{d^2\overline{D}_l}{d\beta_l^2}\right|\right]\Bigg|_{l=l_c} \quad (58)$$

является пространственным периодом дифракционной фокусировки слаборасходящегося модового пучка. Причем фокусировка каждого такого пучка в фазе или противофазе зависит от выполнения тех же условий для m_3, L_q, l_{1q} и L_{2q}, которые сформулированы выше при учете лишь двух слагаемых в показателе экспоненты выражения (41), пропорциональных ζ_1 и ζ_2 соответственно.

Сравнение зависимости для $R_{\max}$ (22) с аналогичной для $R_g(l_c)$ (58) показывает, что они отличаются всего лишь целочисленным коэффициентом $R_g(l_c)/R_{\max} = 3$. Последнее означает, что подход, основанный на анализе пучковой структуры акустического поля в океаническом волноводе, приводит к выводу о проявлении дифракционной фокусировки слаборасходящихся акустических пучков лишь через каждые три пространственных периода переформирования его интерференционной структуры. Однако это не исключает того, что с пространственным периодом $R_{\max}$ (22) будет наблюдаться частичная дифракционная фокусировка поля. Последнее объясняется тем, что выводы относительно дифракционной фокусировки акустического поля, основанные на анализе явления пространственного переформирования его интерференционной структуры в океанических волноводах, являются более общими. Это следует хотя бы из того факта, что их корректность не зависит от условий выполнения или невыполнения равенства $l_{\max}(q) = l_c$, характерного для слаборасходящихся акустических пучков.

В заключение сформулируем полученные в настоящей работе основные результаты, которые, по-видимому, представляют интерес для корректного описания сверхдальнего распространения акустических сигналов в океане [13, 14].

Во-первых, показано, что периодическое по трассе океанического волновода переформирование пространственной интерференционной структуры акустического поля сопровождается его дифракционной фокусировкой с соответствующим пространственным периодом.

Во-вторых, установлено, что для океанических волноводов с монотонной угловой зависимостью длины цикла бриллюэновских лучей от их лучевого параметра пространственный период дифракционной фокусировки акустического поля пропорционален квадрату характерного вертикального масштаба соответствующего волновода и обратно пропорционален длине волны излучения.

В-третьих, выяснено, что для океанических волноводов с немонотонной зависимостью длины цикла бриллюэновских лучей от их лучевого параметра, имеющей экстремумы, пространственный период дифракционной фокусировки акустического поля пропорционален кубу характерного вертикального масштаба соответствующего волновода и обратно пропорционален квадрату длины волны излучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 96-02-16116-а, 98-02-16402) и КЦФЕ № 97-8.2-78.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wood A.B.* Model experiments on propagation in shallow seas // J. Acoust. Soc. Amer. 1959. V. 31. № 9. P. 1213–1235.
2. *Вуд А.Б.* Модельные исследования распространения звука в мелком море. Метод визуализации звуковых полей малой интенсивности // Подводная акустика / Под ред. Л.М. Бреховских. М.: Мир, 1965. С. 195–240.
3. *Weston D.E.* A moire fringe analog of sound propagation in shallow water // J. Acoust. Soc. Amer. 1960. V. 32. № 6. P. 647–654.
4. *Weston D.E.* Sound focusing and beaming in the interference field due to several shallow-water modes // J. Acoust. Soc. Amer. 1968. V. 44. № 6. P. 1706–1712.
5. *Абросимов Д.И., Петухов Ю.В.* Особенности пространственной интерференционной структуры акустического поля в мелком море // Препринт № 466. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1998. 11 с.
6. *Петухов Ю.В.* Периодическое пространственное переформирование интерференционной структуры и дифракционная фокусировка акустических

полей в океанических волноводах // Препринт № 443. Н. Новгород: НИРФИ, 1998. 37 с.

7. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с.
8. *Петухов Ю.В.* Квазиоптическая теория эффекта периодического пространственного переформирования дальних зон акустической освещенности в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 5. С. 688–695.
9. *Петухов Ю.В.* Формирование преобладающих по интенсивности узких звуковых пучков в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 807–813.
10. *Абросимов Д.И., Петухов Ю.В.* Влияние дифракционных эффектов на формирование слаборасходящихся акустических пучков в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 4. С. 437–447.
11. *Кулаков В.Н., Мальцев Н.Е., Чупров С.Д.* О возбуждении групп мод в слоистом океане // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 1. С. 74–79.
12. *Вировлянский А.Л., Кирилов С.А., Шерешевский И.А.* О структуре поля группы мод в многомодовом волноводе // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 31. С. 726–763.
13. *Prada K., Spiesberger J.L., Terray E.* Successful ray modelling of acoustic multipaths over a 3000 km section in the Pacific // J. Acoust. Soc. Amer. 1994. V. 95. № 6. P. 3654–3657.
14. *Norris D.E., Merdes D.W., Spiesberger J.L.* Comparison of basin-scale acoustic transmissions with rays and further evidence for a structured thermal field in the northeast Pasific // J. Acoust. Soc. Amer. 1998. V. 103. № 1. P. 182–194.

Periodic Spatial Rearrangement of Interference Structure and the Diffraction Focusing of Acoustic Fields in Oceanic Waveguides

Yu. V. Petukhov

It is demonstrated that the periodic (along the path) rearrangement of the spatial (in depth and horizontal distance) interference structure of the acoustic field generated in an oceanic waveguide by a CW point source is accompanied by a diffraction focusing of the field with the corresponding spatial period. It is found that, in an oceanic waveguide with a monotone angular dependence of the Brillouin ray cycle, the spatial period of both the rearrangement of the interference structure and the diffraction focusing of the field is directly proportional to the square of the characteristic vertical scale of the waveguide and inversely proportional to the wavelength; in a waveguide with a nonmonotone dependence, the corresponding spatial period is directly proportional to the cube of the aforementioned waveguide scale and inversely proportional to the square of the wavelength.