АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1999; том 45, № 4, с. 529–537

УДК 534.26

КОГЕРЕНТНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ ОТ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ЛЕДОВОГО ПОКРОВА

© 1999 г. В. М. Кудряшов

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника, 4
E-mail: bvp@akin.ru

Поступила в редакцию 30.12.97 г.

Рассматривается коэффициент когерентного отражения плоской волны, падающей на ледовый покров из однородного жидкого полупространства. Используется модель многокомпонентного льда, плавающего в воде. Получено выражение для коэффициента отражения, пригодное для произвольных высот неровностей. Условие пологости неровностей обязательно. Приведены результаты расчетов модуля когерентного коэффициента отражения. Показано, что этот коэффициент может отличаться от коэффициента отражения от однокомпонентного льда и от свободной поверхности, имеющей аналогичные параметры неровностей.

Затухание звука в глубоководных районах Северного ледовитого океана определяется в основном ледовым покровом вплоть до килогерцевого диапазона частот. За последние 40 лет в нашей стране и за рубежом накоплен обширный материал о структуре ледового покрова, распределении в нем продольных и сдвиговых волн по толщине льда, плотности льда, степени насыщенности льда водно-солевым раствором, макро- и микропространственной изменчивости формы границ ледяного слоя, сезонной и годовой глобальной изменчивости параметров ледового покрова. К числу относительно недавних публикаций относятся монография Богородского [1] и серия статей Александрова [2, 3].

Не останавливаясь на многочисленных аспектах проблемы ледового покрова, рассмотрим важный с практической точки зрения вопрос о коэффициенте когерентного отражения звука (термин употребляется в работах [2, 4]) от ледовой поверхности. Этот коэффициент соответствует зеркальному отражению падающей на лед плоской волны относительно плоской поверхности, совпадающей со статистически средним заглублением ледяного покрова. Коэффициент когерентного отражения характеризует когерентную (т.е. статистически среднюю) составляющую звукового давления отраженной от льда звуковой монохроматической волны. Несмотря на то, что вопрос этот неоднократно обсуждался в литературе [4–11], он сохраняет свою актуальность.

Приоритет в развитии теории о когерентном отражении и стохастическом рассеянии плоской волны от ледяной пластины с шероховатыми границами принадлежит Лапину А.Д. [9]. Ранее господствовала теория Марша, рассматривающая когерентное отражение от льда как от свободной поверхности воды [10, 11].

Работы Лапина А.Д. явились принципиальным шагом вперед в теории рассеяния и отражения звука ледовым покровом. Недостатком работы [9] и аналогичных работ других авторов было предположение, что рассеяние падающей на лед плоской волны происходит только в волны сплошного спектра, уходящие от ледового покрова. Лишь относительно недавно [12] обратили внимание, что рассеянное звуковое поле может возбуждать волны дискретного спектра (например, изгибную волну) в ледовом слое, нагруженном на воду. В волноводе, где все звуковое поле описывается дискретным спектром мод волновода, этот эффект теория учитывает автоматически, так как обусловленный рассеянием теоретический коэффициент затухания моды включает сумму коэффициентов преобразования всех мод [13].

Работы Лапина А.Д., как и другие работы (см., например, [5–7, 13]) позволили удовлетворительно описывать эффекты, связанные с отражением и рассеянием звука от гладкого льда, т.е. льда с невысокими в масштабе длины волны звука, пологими, стохастически однородными и изотропными неровностями, функция плотности распределения осадки которых описывается нормальным законом.

Для ледового покрова с пологими неровностями и произвольными величинами дисперсии осадки льда теория когерентного отражения и стохастического рассеяния плоской монохроматической звуковой волны, падающей на ледяную поверхность из изоскоростного водного полупространства, приведена в работе [14].

Когерентный коэффициент отражения звука от торосистого льда теоретически исследовался в работах Тверского [15]. Торосы аппроксимировались идентичными телами правильной формы (полусферы, полуэллипсы, трапеции и т.д.), рассеяние звука от которых можно рассчитать аналитически. Затем предполагалось, что торосы случайным образом разбросаны на поверхности свободной воды или тонкого льда. Найденные в результате таких расчетов выражения для коэффициента когерентного отражения использовались рядом зарубежных авторов, например, Орестом Дьячком, для расчета когерентной компоненты звукового поля в Арктическом волноводе [16]. Расчеты плохо согласовывались с экспериментом, равно как и теория Тверского. Эта теория давала для невысоких неровностей правильную зависимость коэффициента отражения от угла (пропорциональность $\sin\chi$, где χ – угол скольжения льда относительно средней границы раздела лед–вода), но несуразную зависимость от частоты звука f (пропорциональную f^3) и от осадки торосов. Работа [16] интересна данными о размерах торосов, соотношении высот надводной и подводной частей тороса, числом торосов на 1 км в различных районах Арктического бассейна.

Арктический лед можно рассматривать как твердое тело, характеризуемое скоростью продольных волн C_l, скоростью сдвиговых волн C_t, коэффициентами потерь, обусловленных поглощением звука во льду η_l и η_t, плотностью μ относительно плотности воды. В комплексной форме скорости звука и потери во льду можно описать выражениями $C_l(1 - i\eta_l)$ и $C_t(1 - i\eta_t)$. Измерения показали, что значения C_l лежат в интервале 3000–4200 м/с, значения C_t меняются от 1500 м/с до 1860 м/с, μ приблизительно равно 0.9–0.92. Выяснено, что потери в сдвиговых волнах примерно вдвое больше, чем у продольных волн, а так как потери определяются волновыми числами $k_l = \omega/C_l$ и $k_t = \omega/C_t$, где $\omega = 2\pi f$, f – частота звука, то η_l и η_t примерно равны, так как C_l примерно в 2 раза больше C_t. Причем потери, определяемые величинами $\mathrm{Re}(k_l\eta_l)$ и $\mathrm{Re}(k_t\eta_t)$, имеют линейную зависимость от f в широком диапазоне частот, вследствие чего η_l и η_t можно считать почти постоянными величинами для данного типа льда. Обычно полагают η_l и η_t лежащими в интервале 0.02–0.08 на частотах ниже 1 кГц.

Граница ледяного слоя – статистически неровная. У гладких льдов средняя толщина h_1 достигает значений 2–4 м. Лед плавает в воде и, по закону Архимеда, подводная часть льда имеет среднюю осадку μh_1 относительно уровня свободной воды. Осадку обозначим функцией $z = \xi(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r} = \{x, y\}$ – горизонтальная координата. Вертикальную координату z направим вниз, совместив плоскость $z = 0$ с уровнем свободной (не взволнованной) воды. У гладких льдов дисперсию неровностей верхней границы обозначим как $\tilde{\sigma}_1^2$, дисперсию неровностей нижней (лед–вода) границы обозначим как σ_1^2. Экспериментально установлено, что $\sigma_1/\tilde{\sigma}_1 \approx 4$. Эмпирически найдена связь σ_1 и h_1: $\sigma_1 \approx 0.6h_1$. Неровности гладкого льда сглаженные и очень пологие. Они образованы, как правило, либо сглаженными торосами, либо возникли в результате термодинамических процессов локального таяния или нарастания льда. Неровности верхней и нижних границ гладкого льда частично коррелированы, причем коэффициент взаимной корреляции приблизительно описывается соотношением: $K_1 \approx \exp(-0.12h_1)$. Функция корреляции $R_1(\rho)$ неровностей гладкого льда описывается формулой: $R_1(\rho) = \exp(-\rho^2/\rho_1^2)$, где ρ_1 – горизонтальный масштаб корреляции неровностей. Величины ρ_1 обычно более 100 м, хотя встречаются $\rho_1 \approx 75$ м, ρ – смещение точек наблюдения по горизонтали.

Торосистые льды имеют бóльшую, чем у гладких льдов, среднюю толщину h_2, обычно $h_2 \gtrsim 6$ м. Соответственно $\sigma_2 \approx 0.5h_2$ и $\sigma_2/\tilde{\sigma}_2 \approx 4$, обычно σ_2 равно 3–4 м. Неровности, возникшие в результате торошения, обусловленного сдавливанием льдов при их подвижке, имеют нормированную функцию корреляции $R_2(\rho)$, удовлетворительно описываемую формулой $R_2(\rho) = \exp(-|\rho|/\rho_2)$, где ρ_2 меняется в интервале 30–50 м. Гряды торошения обычно пространственно анизотропны, но на большой площади неровности обеих типов льдов можно считать изотропными вследствие вращения льдин и неравномерного изменения направления их подвижек. Наличие тонкого слоя снега на верхней поверхности льда обычно не влияет на отражающие свойства льда на углах скольжения звуковой волны до значений $\chi \lesssim 30°$. У торосов коэффициент взаимной корреляции $K_2 \lesssim 1$, так как вершина и подводная часть тороса – концы одного и того же обломка льдины.

Ледовый покров представляет собой спаи льдин разных типов. Согласно результатам эхопрофилирования нижней поверхности льда, гладкий лед занимает до 80% трассы наблюдения. Соотношение разных типов льдов характеризуют раздробленностью по десятибалльной шкале на 100 км трассы. В приполярных и притихоокеанских районах раздробленность зимой составляет 1–5 баллов, летом 4–5 баллов. Профили осадки льда, снятые на протяженных трассах, обычно подвергаются статистической обработке (усреднению по 50 км участкам) и составляются гистограммы, описывающие плотность вероятности $W(\xi)$ появления значений заглубления ξ в м, буду-

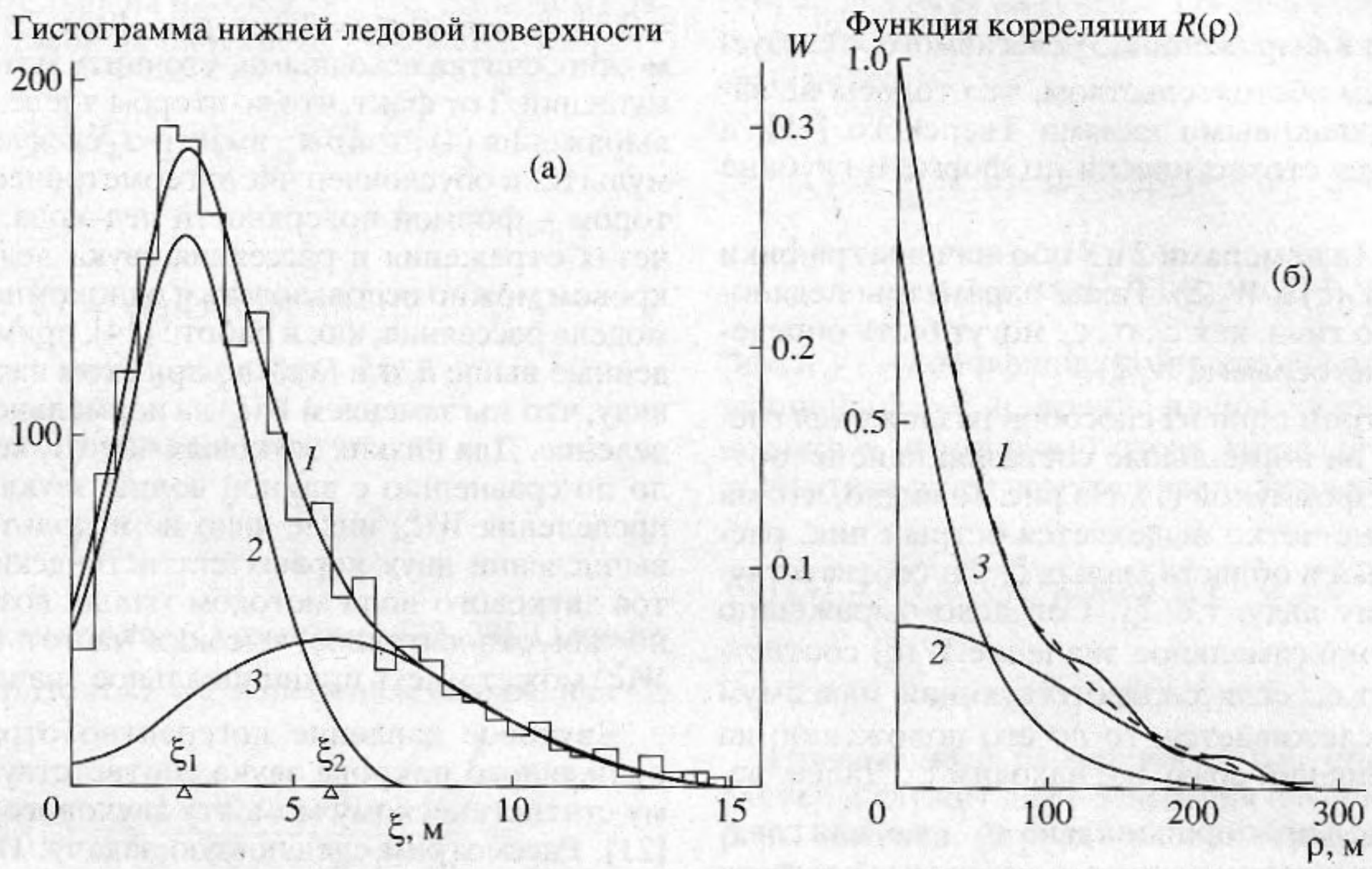

Рис. 1. Гистограмма и $W(\xi)$ (а) и функция корреляции неровностей льда (б). *1* – результирующая кривая (эксперимент), *2* – для гладкого льда, *3* – для торосистого льда.

чи аппроксимированы гладкой кривой и нормированные условием

$$\langle W(\xi)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} W(\xi)d\xi = 1.$$

Пример такой функции для глубоководного района центральной части Арктического бассейна представлен на рис. 1а. Результат получен при обработке профиля $\xi(\mathbf{r})$, предоставленного американскими коллегами в ходе подготовки американо-российского эксперимента 1994 г. [17]. График $W(\xi)$ описывается кривой *1*. Нетрудно видеть, что он не соответствует нормальному распределению или какому-нибудь симметричному относительно максимума закону. Не подходят и асимметрические законы типа реллеевского или нормального логарифмического [18]. Другой пример $W(\xi)$ приведен в работах [13, 19]. У автора возникла идея описать $W(\xi)$ составной функцией, представляющей сумму нормальных распределений $W_j(\xi)$ с коэффициентами ε_j, характеризующими степень представительности статистически однородных полей, которым присвоен j-й номер [20]. Наиболее часто встречается двухкомпонентный случай ледяного поля, состоящего из гладкого льда ($j = 1$) и торосистого льда ($j = 2$). В этом случае

$$W(\xi) = \sum_{j=1}^{2} \varepsilon_j W_j(\xi), \qquad (1)$$

где

$$W_j(\xi) = \exp[-(\xi-\xi_j)^2/(2\sigma_j^2)]/(\sigma_j\sqrt{2\pi}).$$

Здесь $\xi_j = \langle\xi\rangle_j = \int_{-\infty}^{\infty} \xi\, W_j(\xi)d\xi$ – средняя осадка ледовых полей j-го типа. Согласно закону Архимеда, средняя толщина льдов j-го типа равна $h_j = \xi_j/\mu$. Из выражения (1) непосредственно следует, что $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$, так как величина $\langle\xi^n\rangle_j = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^n W_j(\xi)d\xi$ равна 1 при $n = 0$. Соответственно $\bar{\xi} = \langle\xi\rangle = \varepsilon_1\xi_1 + \varepsilon_2\xi_2$. Дисперсия неровностей нижней поверхности льда определяется выражением:

$$\sigma^2 = \langle(\xi-\bar{\xi})^2\rangle = \varepsilon_1\sigma_1^2 + \varepsilon_2\sigma_2^2 + \varepsilon_1\varepsilon_2(\xi_2-\xi_1)^2, \qquad (2)$$

где

$$\sigma_j^2 = \langle(\xi-\xi_j)^2\rangle_j.$$

Величина $(\xi_2 - \xi_1)$ характеризует среднее возвышение тороса над нижней средней граничной плоскостью гладкого льда. Эта величина у Тверского фигурирует в роли осадки тороса. Поэтому можно ввести эффективную дисперсию торосистых участков ледяного покрова относительно плоскости $z = \bar{\xi}$ в виде:

$$\sigma_э^2 = \sigma_2^2 + \varepsilon_1(\xi_2-\xi_1)^2. \qquad (3)$$

Появление в выражении (3) слагаемого σ_2^2 обусловлено тем обстоятельством, что торосы не являются одинаковыми килями Тверского [15], а различаются стохастически по форме и глубине осадки.

На рис. 1а номерами *2* и *3* обозначены графики функций $W_1(\xi)$ и $W_2(\xi)$. Такие параметры ледяного поля j-го типа, как ξ_j, σ_j, ε_j, могут быть определены по гистограмме $W_j(\xi)$.

Рассмотрим один из способов разложения гистограммы на нормальные составляющие в соответствии с формулой (1). Из рис. 1а видно, что на гистограмме четко выделяется острый пик, расположенный в области малых ξ. Он соответствует гладкому льду, т.е. ξ_1. Согласно выражению для $W_j(\xi)$, максимальное значение $W_j(\xi)$ соответствует ξ_j, т.е., если соответствующий максимум четко прослеживается, то по его положению на шкале смещений сразу же находим ξ_j. Далее, величина $W_j(\xi_j)$ пропорциональна σ_j^{-1}, т.е. для гладкого льда с $\sigma_1 \ll \sigma_2$ и $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ максимум $W_1(\xi_1)$ обычно прослеживается четко и почти без искажений, так как $\varepsilon_1 W_1(\xi_1) \gg \varepsilon_2 W_2(\xi_2)$. Поскольку ξ_2 обычно в 2–3 раза больше ξ_1, то пик $W_2(\xi_2)$ расположен на шкале смещений справа от ξ_1 и гораздо ниже $W_1(\xi_1)$. Поэтому торосистая составляющая почти не влияет на график $W_1(\xi)$ при $\xi < \xi_1$. Исходя из выражения для $W_1(\xi)$, имеем, что при $|\xi - \xi_1| = \sigma_1$, т.е. $\xi = \xi_1 - \sigma_1$, значение $W_1(\xi)$ меньше $W_1(\xi_1)$ в exp(–0.5) раз, откуда легко найти σ_1. Затем строится график $W_1(\xi)$, обозначенный цифрой *2*, и ординаты графиков $W(\xi)$ и $W_1(\xi)$ вычитаются, в результате чего получаем график $W_2(\xi)$, который на рис. 1 слева обозначен цифрой *3*. По положению максимума $W_2(\xi)$ находим ξ_2, а по уровню exp(–0.5) от максимального определяем σ_2. Далее заметим, что значения $x_j = \varepsilon_j W_j(\xi_j)$ соотносятся как $x_1/x_2 = (\varepsilon_1\sigma_2)/(\varepsilon_2\sigma_1)$. Учитывая, что $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1$, получаем, что $\varepsilon_1 = x_1\sigma_1/(x_1\sigma_1 + x_2\sigma_2)$.

На рис. 1б приведен график нормированной функции корреляции $R(\rho)$ неровностей. Он обозначен цифрой *1*. Выяснено, что для данной модели $W(\xi)$ имеем:

$$R(\rho) = [\varepsilon_1\sigma_1^2 R_1(\rho) + \varepsilon_2\sigma_э^2 R_2(\rho)]/\sigma^2, \qquad (4)$$

где σ и $\sigma_э$ находим согласно формулам (2) и (3). Вначале находим начальные точки отсчета для $\varepsilon_1\sigma_1^2$ и $\varepsilon_2\sigma_э^2$ на шкале ординат при $\rho = 0$. Далее строим графики так, чтобы в сумме (4) они давали график *1*. На рис. 1б R_1 и R_2 обозначены как *2* и *3*.

Из графиков рис. 1 следует,что для данной трассы $\varepsilon_1 = 0.66$, $\xi_1 = 2.6$ м, $\sigma_1 = 1.6$ м, $\rho_1 = 150$ м для гладкого льда. Для торосистого льда имеем: $\varepsilon_2 = 0.34$, $\xi_2 = 6$ м, $\sigma_2 = 3.2$ м, $\rho_2 = 40$ м. Эти данные можно, считая исходными, уточнить методом возмущений. Тот факт, что во втором члене в скобках выражения (4) стоит $\sigma_э$, вместо σ_2 следует из формулы (2) и обусловлен чисто геометрическим фактором – формой поверхности лед–вода. При расчетах отражения и рассеяния звука ледовым покровом можно использовать и однокомпонентную модель рассеяния, как в работе [14], применяя найденные выше h, σ и $R(\rho)$, но при этом надо иметь в виду, что мы заменяем $W(\xi)$ на нормальное распределение. Для низких звуковых частот, когда σ мало по сравнению с длиной волны звука, вид распределения $W(\xi)$ нигде явно не используется при вычислении двух первых статистических моментов звукового поля методом малых возмущений, но для относительно высоких частот звука вид $W(\xi)$ может иметь принципиальное значение.

Звуковое давление когерентно отраженного от ледяного покрова звука соответствует первому статистическому моменту звукового давления [21]. Рассмотрим следующую задачу. Из изоскоростного водного полупространства на ледовый покров падает плоская монохроматическая волна. Звуковое давление когерентной компоненты может быть записано в виде

$$\begin{aligned}\langle p(\mathbf{r}, z, t)\rangle = \exp[i(\boldsymbol{\zeta}\mathbf{r} - \omega t)][\exp[-i\beta(z - \bar{\xi})] + \\ + \langle V(\zeta)\rangle \exp(i\beta(z - \bar{\xi}))],\end{aligned} \qquad (5)$$

где первый член суммы (5) соответствует падающей плоской волне, второй – когерентно отраженной волне. Угловые скобки означают операцию стохастического усреднения, ζ и β – компоненты волнового вектора в воде $\mathbf{k}$, $k^2 = \zeta^2 + \beta^2$, $k = \omega/c$, $\zeta = k\cos(\chi)$, где χ – угол скольжения волны относительно средней плоскости $z = \bar{\xi}$, t – время, c – скорость звука в воде, $\langle V(\zeta)\rangle$ – коэффициент когерентного отражения плоской звуковой волны [2].

Для получения выражения для $\langle V(\zeta)\rangle$ используем феноменологический подход, хотя и не строгий, но удобный для физической интерпретации.

Зеркально отраженное относительно плоскости $z = \bar{\xi}$ звуковое поле можно записать в виде

$$p_з(\mathbf{r}, z, t) = V(\zeta)\exp[i\boldsymbol{\zeta}\mathbf{r} + i\beta(z - \bar{\xi}) - i\omega t],$$

где $V(\zeta)$ соответствует зеркальному отражению волны. Очевидно, что при таком подходе пологость поверхности льда обязательна. Здесь

$$V(\zeta) = \hat{V}(\zeta)\exp[-i2\beta(\xi - \bar{\xi})], \qquad (6)$$

где экспоненциальный множитель описывает набег фазы в воде [21] относительно плоскости $z = \bar{\xi}$. $\hat{V}(\zeta)$ характеризует локальный коэффициент от-

ражения от льда на плоскости $z = \xi$. Запишем граничное условие на плоскости $z = \xi$ в виде [22]

$$Z(\xi, \zeta) = \gamma(\zeta)\frac{d}{dz}Z(\xi, \zeta)|_{z=\xi},$$

где

$$Z(z, \zeta) = \exp(i\boldsymbol{\zeta}\mathbf{r})[\exp(-i\beta(z-\xi) + \hat{V}(\zeta)\exp(i\beta(z-\xi))].$$

Из граничного условия следует, что

$$\hat{V}(\zeta) = -\frac{1 + i\beta\gamma(\zeta)}{1 - i\beta\gamma(\zeta)}, \tag{7}$$

где выражение для $\gamma(\zeta)$ имеется в [22, 23]. Относительно горизонта $z = \bar{\xi}$ перепишем выражение (7) в виде

$$\hat{V}(\zeta) = -\frac{1 + i\beta\gamma_0 + i\beta(\gamma - \gamma_0)}{1 - i\beta\gamma_0 - i\beta(\gamma - \gamma_0)} =$$

$$= -\frac{1 + i\beta\gamma_0}{1 - i\beta\gamma_0}\frac{1 + i\beta\dfrac{\gamma - \gamma_0}{1 + i\beta\gamma_0}}{1 - i\beta\dfrac{\gamma - \gamma_0}{1 - i\beta\gamma_0}},$$

где $\gamma_0(\zeta)$ есть $\gamma(\zeta)$ при $z = \bar{\xi}$. Величина $\bar{V}(\zeta) = -(1 + i\beta\gamma_0)/(1 - i\beta\gamma_0)$ – коэффициент отражения от плоского ледяного слоя толщины $h = \bar{\xi}/\mu$ [22]. Запишем:

$$\frac{1 + i\beta\dfrac{\gamma - \gamma_0}{1 + i\beta\gamma_0}}{1 - i\beta\dfrac{\gamma - \gamma_0}{1 - i\beta\gamma_0}} = 1 + i\beta(\gamma - \gamma_0)\left[\frac{1}{1 + i\beta\gamma_0} + \frac{1}{1 - i\beta\gamma_0}\right] =$$

$$= 1 + i2\beta(\gamma - \gamma_0)/(1 + \beta^2\gamma_0^2) =$$

$$= \exp\{i2\beta\alpha[(\xi - \bar{\xi}) - s]\}.$$

Выражение верно с точностью до квадратичных членов разложения в степенной ряд. Здесь $(\xi - \bar{\xi})$ – смещение относительно границы $z = \bar{\xi}$ на нижней границе льда, а s – центрированное смещение верхней границы льда,

$$\alpha = \mathrm{Re}[d\gamma/dz/(1 + \beta^2\gamma_0^2)]$$

для льда толщины h. Тогда выражение (7) преобразуется к виду:

$$\hat{V}(\zeta) = \bar{V}(\zeta)\exp[i2\beta\alpha((\xi - \bar{\xi}) - s)].$$

Эти выражения получены для однокомпонентного льда. Считая, что $W(\xi)$ описывается выражением (1), имеем

$$V(\zeta) = \sum_{j=1}^{2}\varepsilon_j\bar{V}_j\exp[-i2\beta((1 - \alpha_j)(\xi - \xi_j) + \alpha_j s_j)]\exp[-i2\beta(\xi_j - \bar{\xi})]. \tag{8}$$

Здесь $\bar{V}_j$ – коэффициент отражения от слоя льда толщины $h_j = \xi_j/\mu$, прочие члены с индексом j относятся к этому (j-му) слою. Проведя операцию статистического усреднения, получим из (8):

$$\langle V(\zeta)\rangle = \sum_{j=1}^{2}\varepsilon_j\bar{V}_j\exp\{-2\beta^2[(1 - \alpha_j)^2\sigma_j^2 + \alpha_j^2\tilde{\sigma}_j^2 + 2K_j(1 - \alpha_j)\alpha_j\sigma_j\tilde{\sigma}_j] - i2\beta(\xi_2 - \xi_1)_{3-j}(-1)^j\}. \tag{9}$$

Приведенный расчет носит качественный характер и служит для прояснения физической природы явления. Строгий расчет, опирающийся на граничные условия, заданные на реальной поверхности с переменными наклонами, зависящими от $\mathbf{r}$, приводит к выражению, подобному приведенному в работе [14] для поверхности с нормальным распределением стохастических смещений точек границ ледового покрова:

$$\langle V(\zeta)\rangle = \sum_{j=1}^{2}\varepsilon_j\bar{V}_j\exp\{-2\beta\mathrm{Re}\sqrt{\beta^2 + a_j\zeta/\rho_j}\times [(1 - \alpha_j)^2\sigma_j^2 + \alpha_j^2\tilde{\sigma}_j^2 + 2K_j(1 - \alpha_j)\alpha_j\sigma_j\tilde{\sigma}_j]\}\times \exp[-i2\beta(\xi_2 - \xi_1)_{3-j}(-1)^j], \tag{10}$$

где, в соответствии с выражениями для $R_j(\rho)$, имеем $a_1 = 1$, $a_2 = 2$. Следуя работе [23], обозначим коэффициент потерь при отражении от льда величиной

$$\nu(\zeta) = -\ln|\langle V(\zeta)\rangle|. \tag{11}$$

Феноменологический подход позволяет определить ту часть $\nu(\zeta)$, которая соответствует рассеянию в волны сплошного спектра, у которых $\zeta < k$. Но падающая волна возбуждает волны [14, 24, 25] дискретного спектра, соответствующие собственным колебаниям ледяного слоя, нагруженного на воду. К их числу относится изгибная волна – основная волна этого вида, если $kh \ll 1$. У этих волн продольные волновые числа $\zeta_n > k$, причем нередко ζ_n больше k в несколько раз. Как показано в работах [14, 25] эти волны возбуждаются только при широких энергетических спектрах неровностей, т.е. на очень низких частотах звука, когда коэффициент когерентного отражения удовлетворительно вычисляется в рамках ММВ в приближении Бурре. Поэтому учет добавки, обусловленный рассея-

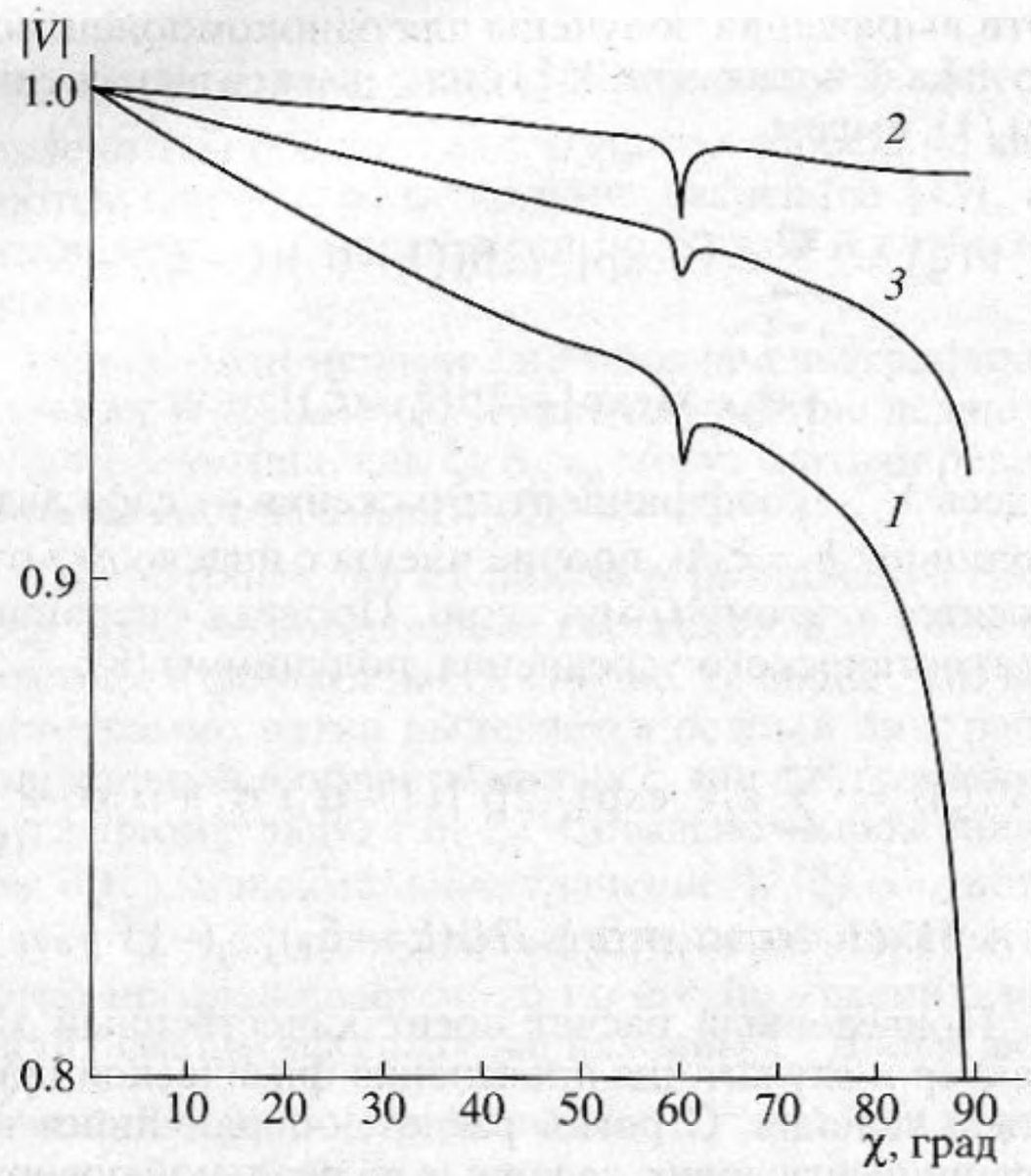

Рис. 2. Коэффициент когерентного отражения на частоте 20 Гц.

нием в волны дискретного спектра можно осуществить согласно выражению

$$\nu(\zeta) = -\ln|\langle V(\zeta)\rangle| + 0.5\sum_{n=1}^{N} B_n(\zeta), \qquad (12)$$

в котором выражения для B_n приведены в работе [14], а $\langle V\rangle$ описывается (10). Работа [14] рассматривает однокомпонентную модель льда, но на низких частотах результат примерно тот же, если использовать в качестве h, σ и $R(\rho)$ выражения, приведенные в начале этой работы. Можно, также, использовать результаты работы [13], поскольку коэффициент затухания моды в приближении ВКБ описывается выражением

$$\mathrm{Im}\zeta_m = \nu(\zeta_m)/R_m,$$

где R_m – бриллюэновская длина цикла для моды номера m. Известно [5–8, 13], что

$$\mathrm{Im}\zeta_m = \mathrm{Im}\zeta_m^0 + 0.5\sum_{n=1}^{M} B_{nm},$$

где $\mathrm{Im}\zeta_m^0$ определяется поглощением звука во льду, т.е. $\overline{V}$, а коэффициенты $B_{nm} = B_n(\zeta_m)/R_m$ описывают эффект затухания моды когерентного поля из-за рассеяния в моды стохастической составляющей звукового поля.

Окончательно определим $|\langle V(\zeta)\rangle|$, в соответствии с (12), выражением

$$|\langle V(\zeta)\rangle| = \exp[-\nu(\zeta)]. \qquad (13)$$

Рассмотрим примеры. Исходные данные: скорость звука в воде равна 1436 м/с. Лед имеет параметры: скорость продольных волн 3000(1 – – i0.02) м/с, скорость поперечных волн 1800(1 – – i0.02) м/с, μ= 0.91. Лед считаем двухмасштабным. Полагаем, $\varepsilon_1 = \varepsilon = 0.7$, $h_1 = 2.6$ м, $h_2 = 7$ м, $\sigma_1 = 1.6$ м, $\sigma_2 = 3.6$ м, $\tilde{\sigma}_1 = 0.4$ м, $\tilde{\sigma}_2 = 0.9$ м, $K_1 = 0.73$, $K_2 = 1$, $\rho_1 = 120$ м, $\rho_2 = 44$ м.

На рис. 2 приведена зависимость модуля коэффициента отражения $|\langle V(\zeta)\rangle|$ от угла скольжения χ на частоте 20 Гц (кривая *1*). Цифрой *2* обозначен результат расчета для той же модели льда с исключением рассеяния в волны дискретного спектра. Для сравнения был проведен расчет $|\langle V\rangle|$ для однокомпонентного льда с гауссовым законом распределения неровностей и тех же средних значений h, σ, $\tilde{\sigma}$, K (цифра *3*), т.е. $h = 3.92$ м, $\sigma = 3.008$ м, $\tilde{\sigma} = 0.6$ м, $K = 0.8$, $\varepsilon = 0$. Из рис. 2 видим, что при увеличении угла скольжения значение $|\langle V\rangle|$ монотонно убывает всюду, кроме окрестности угла полного внутреннего отражения ($\chi \approx 60°$), где имеется локальное уменьшение $|\langle V\rangle|$, обусловленное особенностями отражения ледовой пластины без неровностей. Пренебрежение рассеянием в изгибную волну (единственную на этой частоте волну дискретного спектра) существенно увеличивает $|\langle V\rangle|$, т.е. уменьшает затухание звука при отражении от льда. Пренебрежение локальными отражающими свойствами компонент льда приводит к заметному увеличению $|\langle V\rangle|$, т.е. уменьшению почти вдвое затухания звука, обусловленного отражением от ледового покрова. Заметим, что при таком расчете мы фактически заменяем истинную плотность распределения вероятности неровностей на нормальное распределение с тем же σ и средним значением (максимумом) $W(\xi)$, равным $\bar{\xi}$.

Графики рис. 2 подтверждают сделанный в работе [14] вывод о том, что $|\langle V\rangle|$ на сверхнизких частотах звука (от единиц до десятков Гц) определяется в первую очередь рассеянием в волны дискретного спектра по ζ.

На рис. 3 приведены результаты аналогичных расчетов на частоте 100 Гц. Кривая *1* соответствует двухкомпонентной модели ледового покрова с теми же значениями параметров, что при расчетах на частоте 20 Гц (кривая *1* на рис. 1). Для сравнения, кривой *2* изображены результаты расчетов $|\langle V\rangle|$ как функции χ при $\varepsilon = 0$ и значениях параметров льда, соответствующих средним значениям параметров ледового покрова ($h = 3.92$ м, $\sigma = 3.008$ м, $\hat{\sigma} = 0.6$ м, $K = 0.8$). Кривая *3* соответствует расчету для свободной поверхности воды, с теми же значениями параметров неровностей, что и для

нижней границы ледового покрова при расчете кривой *2*. Из рис. 3 видим, что на частоте 100 Гц в области скользящих углов (до 15°) результаты расчета почти одинаковы для всех трех случаев. Таким образом, на скользящих углах и частоте 100 Гц лед рассеивает как акустически мягкая поверхность, имеющая параметры неровностей, соответствующие нижней границе ледового покрова. При дальнейшем увеличении χ начинаются расхождения. Для акустически мягкой поверхности (кривая *3*) $|\langle V\rangle| = \exp[-2k^2\sigma^2\sin^2(\chi)]$ при больших χ, где k – волновое число в воде. Для ледового слоя с увеличением χ усиливается прохождение звукового поля через слой, в результате чего снижается вклад неровностей границы лед–вода и усиливается вклад рассеяния от верхней границы льда, где высоты неровности в четыре раза меньше, чем у нижней границы. Так как график *2* соответствует однокомпонентному льду, то спадание $|\langle V\rangle|$ с ростом χ происходит монотонно всюду, кроме окрестности угла полного внутреннего отражения ($\chi \approx 60°$), где наблюдается локальный провал $|\langle V\rangle|$.

Заметим, что на частоте 100 Гц превалирует рассеяние в водные волны сплошного спектра. Вклад рассеяния в моды собственных колебаний ледового покрова незначителен.

Двухкомпонентный лед ведет себя более сложным образом. На скользящих углах, как и на частоте 20 Гц, наблюдается некоторое увеличение потерь на отражение звука по сравнению с однокомпонентной моделью. На больших углах скольжения ($\chi > 28°$) коэффициент отражения от двухкомпонентного льда больше по модулю, чем у акустической мягкой границы и однокомпонентного льда, причем спад $|\langle V\rangle|$ происходит не монотонно с ростом χ. Эффект окрестности $\chi \approx 60°$ проявляется слабее, чем у однокомпонентного льда. Колебания модуля коэффициента отражения связаны с фазовыми эффектами при отражении волн от ледового покрова, включающего разные типы льда.

С точки зрения расчета звукового поля в условиях волноводного распространения, нас интересует область малых углов скольжения (примерно, до 24°). Для диапазона углов от 0° до 24° на рис. 4 построена зависимость коэффициента потерь $\nu(\zeta)$, где $\zeta = k\cos(\chi)$, от угла скольжения χ для частоты 100 Гц. Эта величина характеризует затухание волн при отражении от ледового покрова. Кривая *1* на рис. 4 соответствует двухкомпонентному ледовому покрову, параметры которого описаны выше. Кривые *2* и *3* соответствуют однокомпонентной модели ледового покрова с $\varepsilon = 0$ и значениями h и σ, равными средним значениям параметров двухкомпонентной модели, но различаются величиной $\tilde{\sigma}$ ($\tilde{\sigma} = 0.8$ м для кривой *2* и $\tilde{\sigma} = 0$ для кривой *3*). Сравнивая эти графики, видим, что при $\chi \le 10°$ кривые *2* и *3* практически не отличаются друг от друга. Следовательно, на скользящих углах и частоте звука 100 Гц ледовый слой практически полностью экранирует верхнюю поверхность льда и высота ее неровностей не имеет значения. При увеличении χ прозрачность ледового покрова растет и при $\chi \sim 20°$ затухание при $\tilde{\sigma} = 0.8$ м существенно выше, чем для ровной поверхности льда. Многокомпонентный лед при тех же средних параметрах неровностей на скользящих углах ослабляет звуковое поле сильнее, чем однокомпонентный. Поэтому детализованная модель ледового покрова, приближенная к реаль-

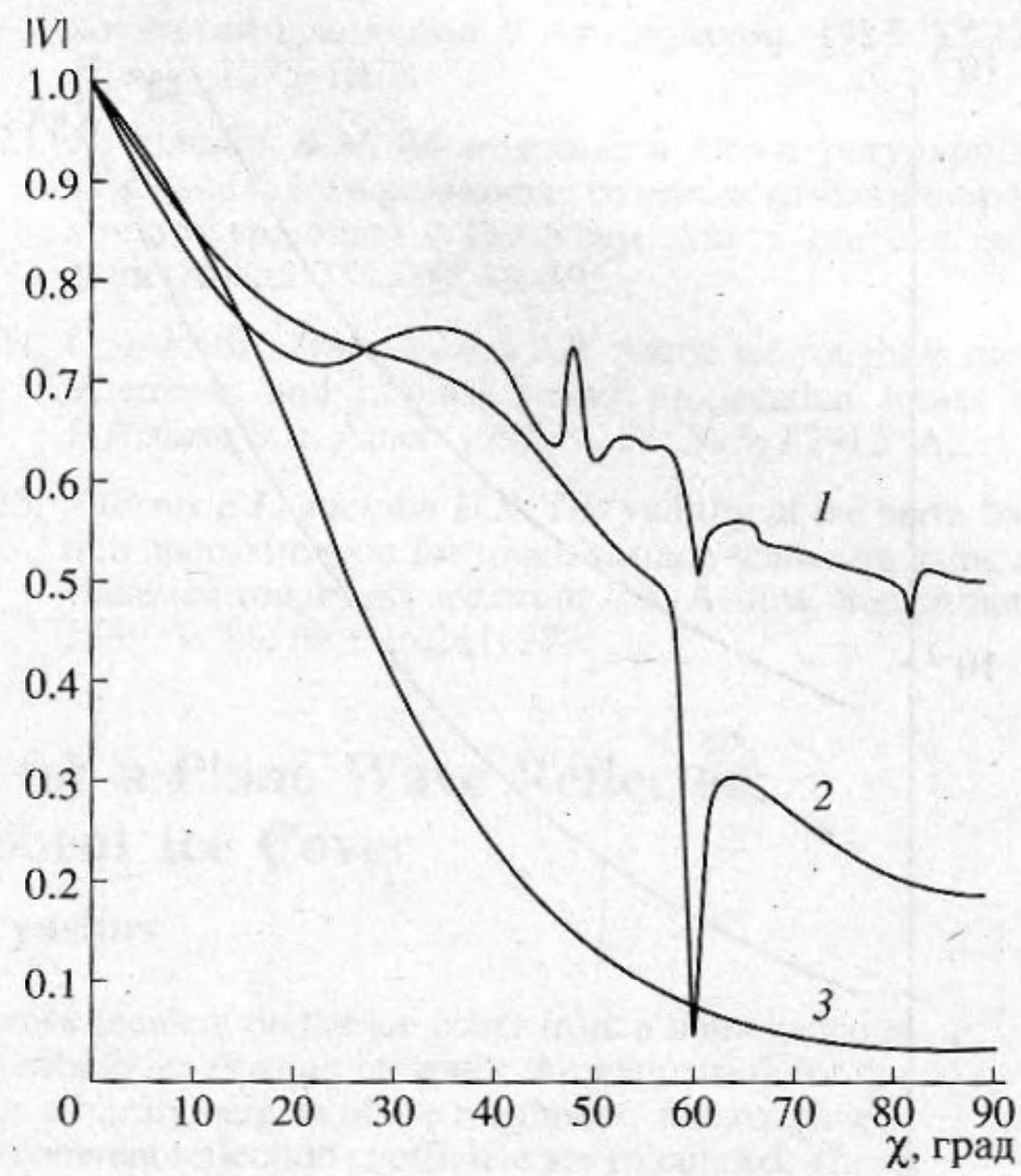

Рис. 3. Коэффициент когерентного отражения на частоте 100 Гц.

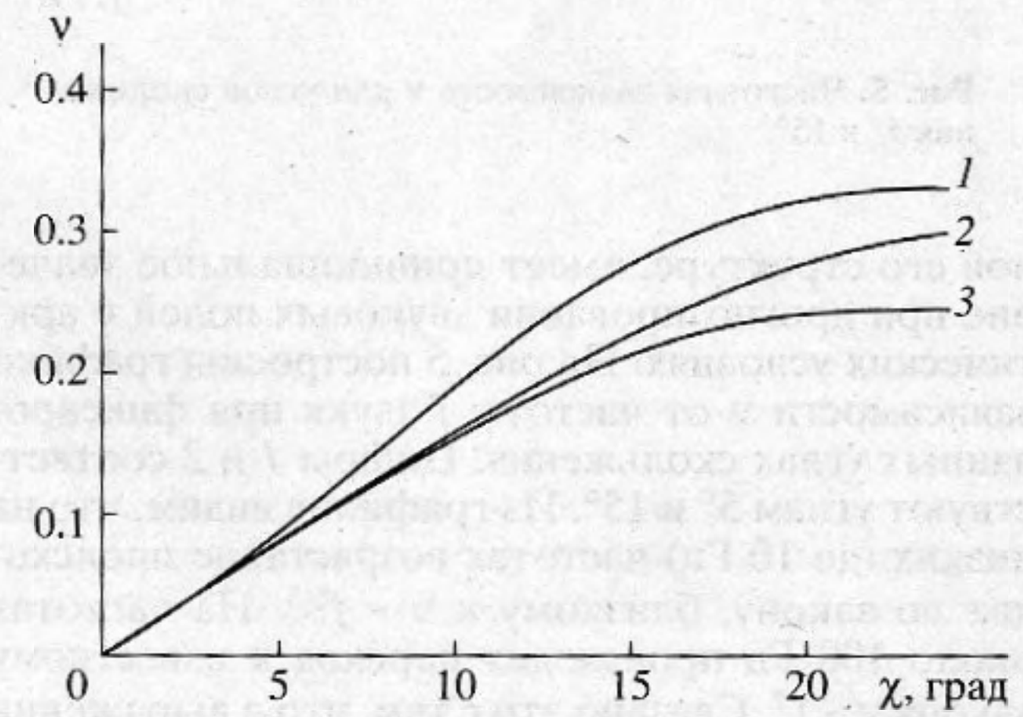

Рис. 4. Зависимость коэффициента ν от угла скольжения χ.

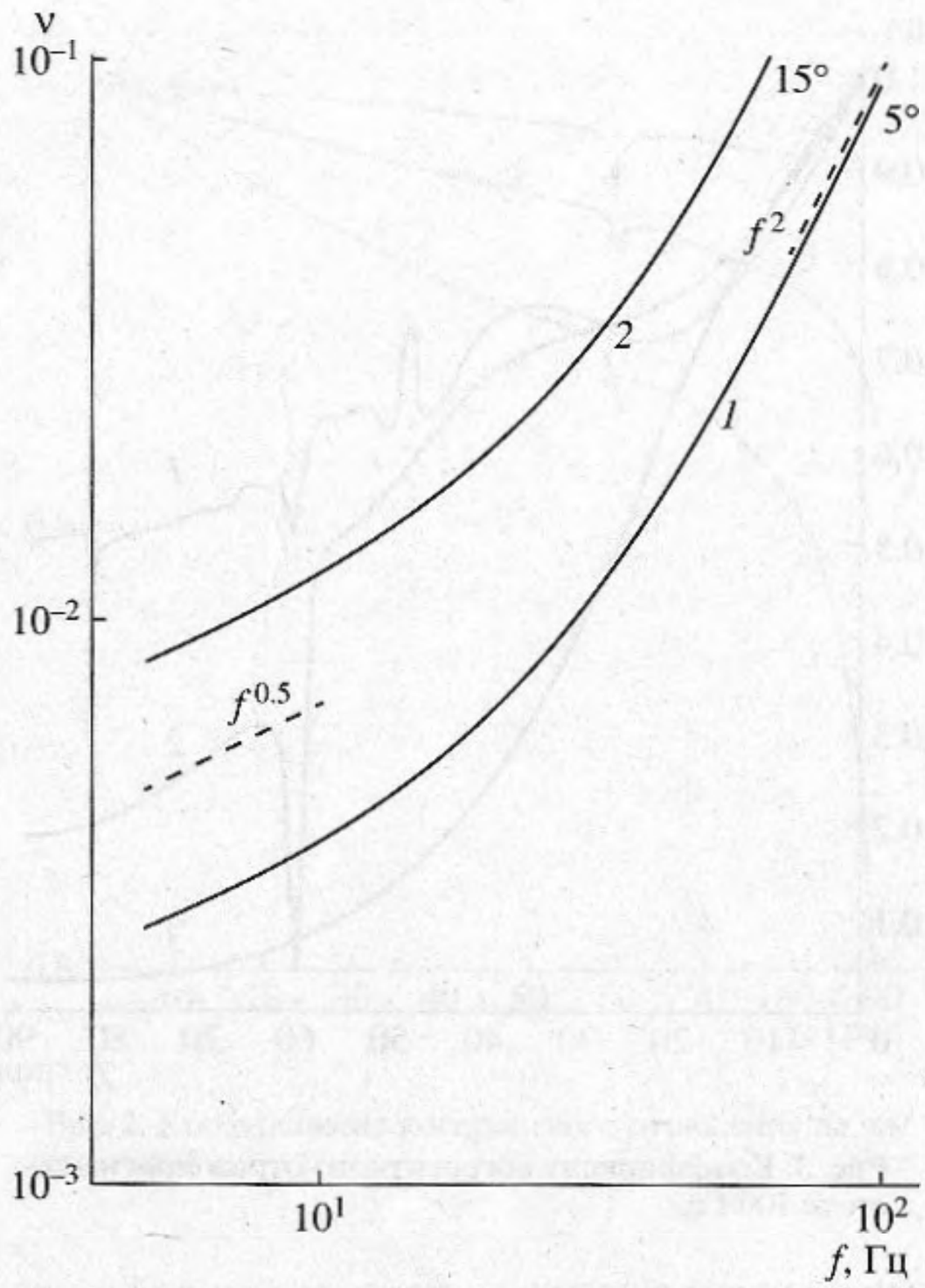

Рис. 5. Частотная зависимость ν для углов скольжения 5° и 15°.

ной его структуре, имеет принципиальное значение при прогнозировании звуковых полей в арктических условиях. На рис. 5 построены графики зависимости ν от частоты f звука при фиксированных углах скольжения. Цифры *1* и *2* соответствуют углам 5° и 15°. Из графиков видим, что на низких (до 10 Гц) частотах возрастание происходит по закону, близкому к $\nu \sim f^{0.5}$. На частотах около 100 Гц происходит переход к известному закону $\nu \sim f^2$. Связано это с тем, что в выражении для ν содержатся частотно зависящие составляющие, определяемые прозрачностью ледового слоя, соотношением высот верхней и нижней границ льда, степенью их корреляции и др. Но главное – рассеяние в волны дискретного спектра, волновые числа которых сильно зависят от параметра fh. Этот вид рассеяния превалирует на низких частотах.

В заключение приведем основные выводы работы. Рассмотрена модель двухкомпонентного плавающего льда, более адекватная реальному ледовому покрову, чем ранее использованные. Для этой модели предложено выражение для когерентного коэффициента отражения $\langle V \rangle$, позволяющее более точно вычислить потери в звуковом поле при отражении звука от ледяного покрова. Проведено сравнение с расчетами для однокомпонентной модели льда и свободной поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Богородский В.В., Гаврило В.П.* Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии. М.: Гидрометеоиздат, 1980.
2. *Александров И.А.* Классификация морских льдов по характеру рельефа нижней поверхности и отражения звука от различных типов негладких льдов // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 5. С. 738–742.
3. *Александров И.А.* Пространственная и акустическая модели ледовой поверхности // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 1. С. 13–18.
4. *Urik R.J.* Principles of Uderwater Sound for Engineers. N.Y.: McGraw-Hill, 1967.
5. *Кудряшов В.М.* Влияние рассеяния на шероховатой статистически однородной границе на звуковое поле при наличии волноводного распространения // Акуст. журн. 1971. Т. 17. № 4. С. 582–587.
6. *Кряжев Ф.И., Кудряшов В.М.* Пространственная и временная корреляционные функции звукового поля в волноводе с неровными границами // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 2. С. 209–215.
7. *Кряжев Ф.И., Кудряшов В.М., Петров Н.А.* Дальнее распространение звука в приповерхностном волноводе со статистически неровной поверхностью // Морское приборостроение, Сер. Акустика. 1972. № 2. С. 56–73.
8. *Кряжев Ф.И., Кудряшов В.М.* Антенна в волноводе со статистически шероховатой границей // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 6. С. 790–796.
9. *Лапин А.Д.* Рассеяние звуковых волн на шероховатой границе между жидкостью и твердым телом // Тр. АКИН. 1969. В. 5. С. 5–151.
10. *Marsh H.W., Shulkin M., Kneal S.Q.* Scattering of underwater sound by the sea surface // J. Acoust. Soc. Amer. 1961. V. 33. P. 334–340.
11. *Marsh H.W.* Sound reflection and scattering from the sea surface // J. Acoust. Soc. Amer. 1963. V. 35. P. 240–244.
12. *Kuperman W.A., Schmidt H.* Self-consistent perturbation approach to rough surface scattering in stratified elastic media // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 86. № 4. P. 1511–1512.
13. *Кудряшов В.М.* Расчет звукового поля в арктическом волноводе // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 3. С. 438–442.
14. *Кудряшов В.М.* Отражение звука от ледового покрова // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 2. С. 247–253.
15. *Burke J.E., Twersky V.* On scattering and reflection by elleptically straited surfaces // J. Acoust. Soc. Amer. 1966. V. 40. P. 883–895.
16. *Diachok O.I.* Effect of sea ice ridge characteristics on under-ice reflection loss // J. Acoust. Soc. Amer. 1974. V. 55. P. 418–419.
17. *Mikhalevsky P.N., Baggeroer A.B., Gavrilov A., Slavinsky M.* Experiment test use of acoustics to monitor temperature and ice in Arctic ocean // Eos. Trans. Am. Geoph. Un. 1995. V. 76. № 27. P. 265, 268–269.

18. *Абезгаус Г.Г., Тронь А.П., Копенкин Ю.Н., Коровина И.А.* Справочник по вероятностным расчетам. М.: Воен. изд. Мин. обор. СССР, 1966. 408 с.
19. *Laible H.A., Rajan S.D.* Temporal evolution of under ice reflectivity // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 99. № 2. P. 851–865.
20. *Кудряшов В.М.* Расчет монохроматического звукового поля в волноводе // Судостроительная промышленность. Сер. Акуст. 1989. № 4. С. 99–106.
21. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
22. *Кудряшов В.М.* Влияние сдвиговой упругости на рассеяние звука пластиной со статистически шероховатыми границами // Акуст. журн. 1987. Т. 32. № 3. С. 1075–1078.
23. *Кудряшов В.М.* Монохроматическое регулярное звуковое поле в волноводе со статистически шероховатой границей // Тез. 5 сем. Акуст. статист. модели океана. 1985. С. 16–19.
24. *Ozard J.M., Todoeschuch J.P.* Arctic ice roughess mea surements and implied sound propagation losses // J. Acoust. Soc. Amer. 1995. V. 98. № 5. P2912 (A).
25. *Thorsos E.I., Jackson D.R.* The validity of the perturbation approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 86. № 1. P. 261–277.

Coherent Reflection Coefficient for a Plane Wave Reflected from a Multicomponent Ice Cover

V. M. Kudryashov

Coherent reflection coefficient is considered for a plane wave incident on the ice cover from a homogeneous water halfspace. A multicomponent model is used for describing ice floating on water. An expression for the reflection coefficient is derived; the expression is valid for arbitrary heights of ice roughness. The roughness slopes are assumed to be small. The absolute values of the coherent reflection coefficient are calculated. These values are found to differ from those calculated for single-component ice and for a free water surface with the same roughness parameters.