АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1997, том 43, № 1, с. 73–77

УДК 534.22

ГЛУБИННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ИНТЕНСИВНОСТИ ЗВУКА В МЕЛКОМ МОРЕ СО СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

© 1997 г. Б. Г. Кацнельсон, С. А. Переселков

Воронежский государственный университет
394693 Воронеж, Университетская площадь, 1

Поступила в редакцию 14.04.95 г.

В рамках диффузионной модели для рассеяния звука на случайных неоднородностях в волноводе, рассмотрено изменение вертикального распределения интенсивности звука, распространяющегося от источника. Представлены результаты численных расчетов и оценки, рассмотрены предельные случаи.

При распространении звука в подводном звуковом канале из-за нерегулярности, всегда имеющей место в реальных волноводах, происходит перераспределение интенсивности излучения по модам, что в свою очередь меняет пространственную структуру поля. Вопрос о трансформации мод вследствие детерминированных или случайных неоднородностей волновода изучался многими авторами. Для учета влияния случайных неоднородностей плодотворным представляется статистический подход, связанный с диффузионным приближением [1], в рамках которого перераспределение излучения по модам описывается как диффузия и функция распределения определяется диффузионным уравнением. Коэффициент диффузии зависит от статистических свойств случайно-неоднородной среды и определяет в свою очередь характеристики излучения, проходящего через волновод.

В рамках такого подхода рассмотрены, в частности, усредненный закон спадания в волноводах с постоянной средней скоростью звука [2], вертикальная направленность шума в таких же волноводах [3], поперечная корреляционная функция поля [4], характеристики звукового поля в глубоком океане [5], изменение модального распределения интенсивности по мере распространения в придонном звуковом канале [6]. Такой подход имеет еще один аспект, связанный с восстановлением характеристик канала по данным зондирования в рамках MFP-приближения [7, 8]. Именно коэффициент диффузии является естественным параметром, описывающим процессы рассеяния в канале, который может быть определен при минимизации невязки между экспериментально наблюдаемым и теоретически рассчитанным распределением поля, например, на вертикальной антенне в рамках MFP, подобно тому как в [7] предполагается определять параметры внутренней волны.

Изменение характеристик звукового поля, проходящего подводный звуковой канал со случайными неоднородностями различной природы связано с работой нескольких конкурирующих механизмов: зависящие от номера моды поглощение в дне и рассеяние на неоднородностях. Взаимодействие этих механизмов и определяет в конечном счете структуру звукового поля.

Интересен также, по нашему мнению, вопрос о величине расстояния от источника, на котором вертикальная интерференционная структура поля является устойчивой, неразрушенной вследствие рассеяния на нерегулярностях волновода (продольный масштаб когерентности R_{cog}). Устойчивая квазистационарная вертикальная интерференционная картина наблюдалась экспериментально в работе [8]. Расчеты структуры звукового поля без учета факторов рассеяния дают хорошее согласие с экспериментом на тех сравнительно небольших расстояниях (15 км), на которых проводился эксперимент [8], что свидетельствует о малой роли нерегулярностей в этой ситуации. Понятно, что на достаточно больших расстояниях от источника ($r > R_{cog}$) в результате многократного рассеяния вертикальная структура поля становится некогерентной, в большей степени определяемой статистическими характеристиками случайно-неоднородной среды помимо геометрии волновода.

В данной работе в рамках описанного выше подхода теоретически рассматривается изменение вертикального распределения средней интенсивности звукового поля, распространяющегося от источника. Рассеяние на случайных неоднородностях мы описываем одним параметром – коэффициентом диффузии – независимо от природы рассеивателей. Полученные аналитические соотношения и проведенные численные расчеты модельных ситуаций имеют, таким образом, достаточно универсальный характер, в частности скорость изменения средней интенсивности звука в вертикальном направлении. Проанализирован предельный случай больших расстояний от источника.

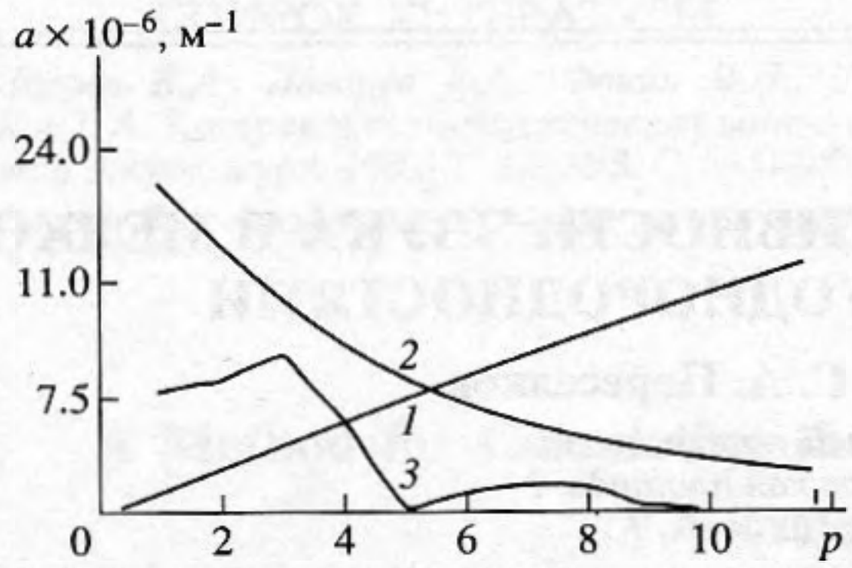

Рис. 1. Зависимость коэффициента диффузии от номера моды для различных механизмов рассеяния: кривая *1* – рассеяние на неровностях дна, *2* – рассеяние на анизотропных неоднородностях, *3* – рассеяние на внутренней волне.

Рассмотрим следующую модель волновода. Рассмотрим слой жидкости глубины H (скорость звука c, плотность ρ, верхняя граница $z = 0$, нижняя – $z = H$), лежащий на однородном жидком поглощающем полупространстве c_1, ρ_1. Показатель преломления n и глубина волновода H в соответствии с нашими предположениями являются случайными функциями:

$$H = H(r) + h(r), \tag{1}$$

$$n^2 = n^2(r, z) + \mu(r, z), \tag{2}$$

где $H(r)$, $n^2(r, z)$ – детерминированные (средние) части соответственно глубины волновода и квадрата показателя преломления, h и μ – их случайные части.

Поле точечного источника звука частоты f в точке наблюдения определяется суммой по адиабатическим нормальным модам, являющимся решением задачи Штурма–Лиувилля со средними значениями показателя преломления и глубины волновода:

$$\psi(r, z) = \sum_p \frac{c_p(r)}{\sqrt{\beta_p r}} \varphi_p(z) \exp(-i\beta_p r), \tag{3}$$

где φ_p и $\xi_p = \beta_p - i\gamma_p/2$ – собственные функции и собственные значения задачи Штурма–Лиувилля:

$$\frac{d^2\varphi_p}{dz^2} + k^2 n^2(r, z)\varphi_p = \xi_p^2 \varphi_p, \tag{4}$$

$$\varphi_p(0) = 0,$$

$$\frac{d\varphi_p(H)}{dz} + g_p \varphi_p(H) = 0,$$

где g_p – комплексный импенданс дна, в частности для однородного жидкого поглощающего дна $g_p = m/\sqrt{\xi_p^2 - k_1^2}$, $m = \rho/\rho_1$, $k = 2\pi f/c$, $k_1 = 2\pi f/c_1$, $c_p(r)$ – случайные функции.

Вследствие поглощения, собственные значения задачи являются комплексными и зависящими от номера моды. Зависимость от номера моды p определяется видом $n(z)$ и может иметь различный в том числе и немонотонный характер (для мнимой части собственных значений). Это обстоятельство отмечалось при численных расчетах в работе [9] и рассматривалось в рамках упрощенной теории в работе [10]. В частности, возможна ситуация, когда имеется группа мод, имеющих наименьшее по сравнению с другими затухание.

Известным образом для величин $W_p(r) = \langle |c_p(r)|^2 \rangle$ получаются уравнения переноса ($\langle\ \rangle$ означает усреднение по ансамблю), из которых в высокочастотном пределе получается уравнение диффузии. В этом приближении переменная p, соответствующая номеру моды, пробегает непрерывный ряд значений. В нашем случае уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial W_p(r)}{\partial r} = -\gamma_p W_p(r) + \frac{\partial}{\partial p}\left(a_p \frac{\partial W_p(p)}{\partial p}\right) \tag{5}$$

с соответствующими "начальными" и "граничными" условиями для $W_p(0)$, $W_0(r)$, а также для $W_{p_{\max}}$ ($p_{\max}$ – максимальный номер моды, распространяющейся в канале: $0 \le p \le p_{\max}$), γ_p – коэффициент затухания моды с номером p; a_p – коэффициент диффузии, который может быть вычислен, если знать статистические свойства случайных функций $h(r)$ и $\mu(r)$ [1].

Будем считать, что эффекты трансформации волн обусловлены тремя причинами: неровностями дна, случайными неоднородностями в толще воды и внутренними волнами. На рис. 1 показаны результаты расчетов коэффициента диффузии, как функции параметра p, для этих трех механизмов порознь.

1. Анизотропные неоднородности в толще воды. По данным литературы [11], характерный радиус корреляций для таких неоднородностей составляет в вертикальном направлении 4–6 м, в горизонтальном направлении – 10^2–10^3 м. Дисперсия флуктуаций скорости звука изменяется в пределах 10^{-3}–10^{-1} м^2/с^2. Численные расчеты коэффициента диффузии дают значения порядка $\approx 10^{-5}$–10^{-8} м$^{-1}$. Кривая *2* на рис. 1 соответствует интервалу корреляции в горизонтальном направлении 200 м, в вертикальном – 5 м, дисперсии флуктуаций 10^{-2} м^2/с^2, здесь и далее при расчетах $H = 100$ м.

2. Внутренние волны. Для шельфовой зоны модель спектра Гаррета–Манка, вообще говоря, неприменима, поэтому оценку коэффициента диффузии проведем в рамках модели, аналогичной [7]. Будем считать, что водный слой имеет скачок

плотности на глубине h_w: $c_в$, $\rho_в$ при $z < h_w + w(r)$ и c_H, ρ_H при $z > h_w + w(r)$, где $w(r)$ – случайное смещение, обусловленное внутренней волной. При расчетах полагалось, что $h_w = 20$ м, $c_в - c_H \sim 5$ м/с, $\rho_в/\rho_H \sim 1$, $\langle w^2 \rangle = 1$ м^2, радиус корреляции случайных смещений порядка 10^2 м. Расчет коэффициента диффузии дает значения в пределах 10^{-6}–10^{-9} м$^{-1}$. (Фиг. 1 кривая *3*.)

3. Неровности дна рассматривались в работах [6]. Для оценки коэффициента диффузии можно воспользоваться аналогичным подходом. Характерные масштабы мезорельефа составляют по вертикали 1–10 м, по горизонтали 10–100 м. Значения коэффициента диффузии лежат в пределах 10^{-4}–10^{-7} м$^{-1}$. Кривая *1* на фиг. 1 соответствует дисперсии вертикальных отклонений 1 м^2 интервалу корреляции в горизонтальном направлении 50 м, скорости звука у дна 1500 м/с, в дне 1600 м/с.

Граничные и начальные условия для уравнения (5) определяются типом источника и свойствами канала. Например, для точечного источника в предположении о большом числе распространяющихся мод они имеют вид:

$$a_p \frac{\partial W_p}{\partial p}\bigg|_{p=0} = 0, \quad \gamma_p W_p + a_p \frac{\partial W_p}{\partial p}\bigg|_{p=p_{\max}} = 0, \quad (6)$$

$$W_p(0) = 4\pi\alpha_p^{-1}(z) D_p, \quad (7)$$

$$\alpha_p(z) = \sqrt{k^2 n^2(z) - \beta_p^2}, \quad D_p = 2\beta_p \int_z^{\bar z} \alpha_p^{-1}(z) dz.$$

Здесь $\bar z$ и z – точки поворота моды с номером p в канале, D_p – цикл луча (моды) с номером p. Характеристики звукового поля в волноводе выражаются через величины $W_p(r)$, в частности, интересующее нас распределение интенсивности поля по глубине на расстоянии r от источника $\bar I(r, z)$ определяется выражением:

$$\bar I(r, z) = \frac{1}{2\pi\rho c r} \int_0^{p_{\max}} dp \frac{W_p(r)}{\alpha_p(z) D_p}. \quad (8)$$

Решение уравнения (5) определяется видом g_p и a_p, которые в свою очередь определяются конкретным видом канала, точнее характером зависимости показателя преломления в водном слое. В частности, если скорость звука убывает по направлению к дну, имеется группа мод (в случае непрерывного p область значений p), для которых коэффициент поглощения g_p имеет немонотонный характер, например может иметь минимум в окрестности некоторого значения p_0. Это значит, что в процессе распространения звука в канале энергия будет сосредотачиваться в этих модах, что скажется и на пространственном распределении.

Решение задачи (5), как правило, возможно только численно, раскладывая решение по собственным функциям задачи Штурма, получим:

$$W_p(r) = \sum_n P_n(p) \exp(-\lambda_n r), \quad (9)$$

где зависимость $P_n(p)$ и λ_n определяется уравнением:

$$\frac{d}{dp}\left(a_p \frac{dP_n}{dp}\right) + (\lambda_n - \gamma_p) P_p = 0 \quad (10)$$

с граничными условиями $P_n'(0) = P_n(p_{\max}) = 0$.

Для коэффициента поглощения в ВКБ-приближении имеется следующее выражение:

$$\gamma_p = \frac{s\left[\dfrac{d\varphi_p(H)}{dz}\right]^2}{2k\beta_p} = \frac{2s\alpha_p(H)}{kD_p[1 + \alpha_p^2(H) g_p^2]}, \quad (11)$$

где $s = -2k\mathrm{Im}(g_p)$ – параметр, определяющий поглощение звука в дне. Для модели Пекериса ($c =$ const, $H =$ const), $g_p \sim p^2$. Этот случай рассматривался в работах [2, 3, 6]. В этом случае в процессе распространения звука в волноводе функция распределения по модам изменяется, стремясь к некоторой характерной для данного волновода при $r \longrightarrow \infty$ [2, 6], однако из-за того, что все моды в волноводе Пекериса имеют постоянное по глубине распределение средней интенсивности, суммарное распределение интенсивности звука по глубине остается постоянным.

Видно, что при увеличении r в сумме (9) остается только один член – соответствующий наименьшему значению параметра λ. Назовем это асимптотическим решением (в [6] аналогичный предел назван автомодельным). В соответствии с этим распределение интенсивности поля по глубине также стремится к некоторому "асимптотическому пределу":

$$\bar I^*(r, z) = \frac{\exp(-\lambda^* r)}{2\pi\rho c r} \int_0^{p_{\max}} dp \frac{P^*(p)}{\alpha_p(z) D_p}, \quad (12)$$

где λ^* – минимальное из собственных значений, $P^*(r)$ – соответствующая ему собственная функция.

Рассмотрим в качестве примера волновод с профилем скорости звука в водном слое, линейно зависящим от глубины:

$$c(z) = c_0(1 - \varepsilon z/2),$$

где c_0 – скорость звука у поверхности. В этом случае коэффициент поглощения зависит от p, как показано на рис. 2. Это значит, что имеется груп-

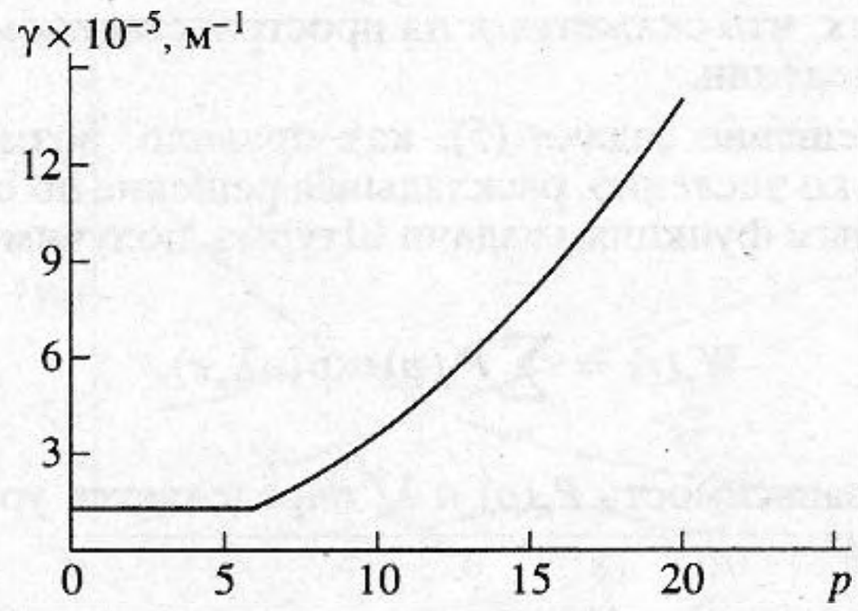

Рис. 2. Зависимость коэффициента поглощения от номера моды в канале с линейным профилем скорости звука: $c(z) = c_0(1 - \varepsilon z/2)$ для значений параметров волновода $H = 100$ м, $s = 0.1$, $\varepsilon = 2.5 \times 10^{-4}$ м$^{-1}$ на частоте $f = 300$ Гц.

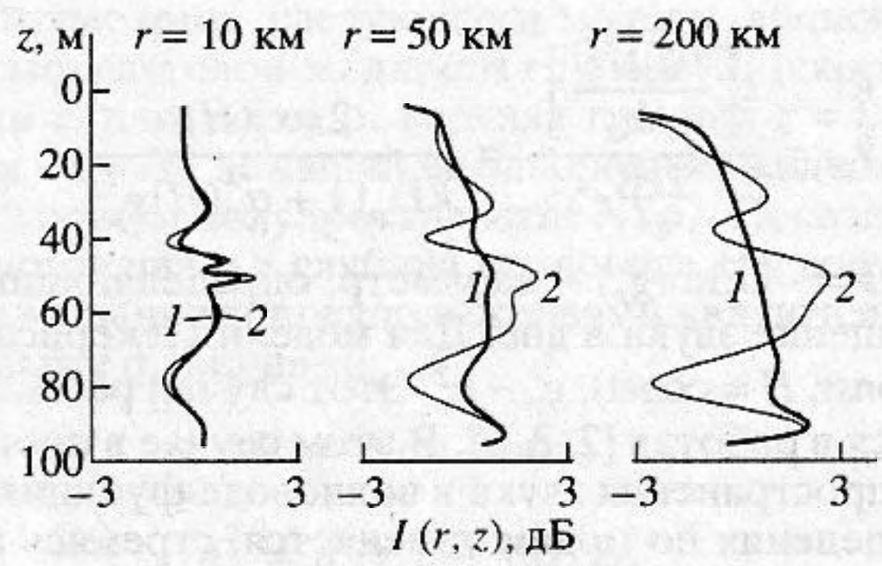

Рис. 3. Глубинная зависимость интенсивности звука в волноводе на различных расстояниях от точечного источника, помещенного на глубине $H/2$ для значений параметров волновода как и рис. 2. Коэффициент диффузии $a_p = 10^{-5}$ м$^{-1}$. Значения расстояния до источника указаны на рисунках, кривые *2* соответствуют распределению интенсивности без учета случайных неоднородностей, кривые *1* – с учетом рассеяния. Кривая *1* на последнем рисунке практически совпадает с предельной зависимостью.

па мод (придонных), затухание которых меньше остальных.

Результаты расчетов вертикального распределения интенсивности звукового поля точечного источника, расположенного на глубине $H/2$ в соответствии с изложенной выше теорией показаны на рис. 3. При расчетах предполагалось, что в волноводе обе границы мягкие. Расчет проведен для следующих значений $f = 300$ Гц, $H = 100$ м, $s = 0.1$, $a_p = 10^{-5}$ м$^{-1}$, $\varepsilon = 0.00025$ м$^{-1}$, $c_0 = 1500$ м/с. Характер рассчитанной зависимости интенсивности звука от глубины понятен – из-за рассеяния на неоднородностях энергия излучения сосредотачивается в модах с наименьшим затуханием – в данном случае это придонные моды. Вследствие этого график интенсивности поля становится более гладким, а как результат перераспределения интенсивности по модам, бóльшая часть энергии излучения концентрируется на глубинах с меньшей скоростью звука. Более существенным обстоятельством является разрушение интерференционной структуры. Видно, что на сравнительно небольших расстояниях интерференционная вертикальная структура поля мало нарушается, влияние рассеяния на неоднородностях мало, тогда как на больших расстояниях, для наших значений >100 км она практически смазывается.

Для оценки расстояния, на котором имеет место асимптотический режим (иначе продольного масштаба когерентности R_{cog}) можно использовать следующее соотношение: $\min(\lambda_n - \lambda_m) > 1$ при $n > 1$; в частности, для волновода Пекериса:

$$r > R_{\text{cog}} = \frac{kH}{4\pi}\sqrt{\frac{H}{a_p s}}. \tag{13}$$

Для случая волновода с отрицательным градиентом скорости звука оценка несколько иная. Учитывая на больших расстояниях главным образом только "донные" моды, т.е. считая $16a/(sc^2H^3k^2) \ll 1$, что хорошо выполняется для типичных условий $s = 0.1$, $\varepsilon \geq 0.00015$ м$^{-1}$, $f = 300$ Гц, $H = 100$ м при $a_p \leq 10^{-5}$ м$^{-1}$, мы можем оценить интеграл (12). В этом случае для оценки расстояний асимптотического режима и распределения интенсивности получаем простые выражения:

$$r > R_{\text{cog}} = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon k^2 H^3}{\pi^4 a_p},$$

$$\bar{I}^*(r, z) = \frac{I_0 \exp(-\lambda_1 r)}{2\pi\rho c r}\frac{Hn(H)\sqrt{\varepsilon}}{2\pi\sqrt{H - z}}\arccos\left(\sqrt{\frac{H - z}{H}}\right), \tag{14}$$

где I_0 – константа, определяемая начальными условиями.

Как и следовало ожидать, скорость спадания интенсивности определяется величиной градиента показателя преломления, причем продольный масштаб когерентности растет с увеличением градиента скорости звука. Это обстоятельство связано с тем, что при большем значении ε уменьшается количество перемешиваемых мод. Отметим, что в силу необходимости выполнения написанного выше неравенства, предельный переход от формулы (14) к формуле (13) не имеет места. Для типичных условий мелкого моря (перепад скорости звука у дна и поверхности $\gtrsim 10$ м/сек) величина $R_{\text{cog}} \gtrsim 70$ км.

Отметим, что смысл предельного режима состоит в том, что на больших r устанавливается некоторое равновесие $W_p(r)$ интенсивности излучения по модам: "вымирание" высших мод за счет большего по сравнению с низшими поглощения компенсируется переходом в них энергии из-за рассеяния на случайных неоднородностях. В ре-

зультате вид глубинной зависимости интенсивности излучения становится неизменным с расстоянием. На фиг. 3 кривая *1* для расстояния 200 км уже соответствует предельному распределению (для выбранных значений параметров величина продольного масштаба когерентности примерно равна 170 км). Следует заметить, что в отличие от небольших расстояний от источника, где имеется постоянная интерференционная картина, на расстояниях предельного режима это постоянное интерференционное поле уже не существует, поэтому для этих расстояний интенсивность поля (и его корреляционные характеристики) представляется наиболее существенной величиной, при определении параметров волновода методом MFP.

Работа выполнена при поддержке РФФИ. Грант 94-05-17259а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колер В., Папаниколау Дж.* Распространение волн в случайнонеоднородном океане // В кн.: Распространение волн и подводная акустика / Под ред. Келлера Дж. Б. и Пападакиса Дж. С., М.: Мир, 1980. С. 126–178.
2. *Кацнельсон Б.Г., Сиденко А.В.* Спадание интенсивности излучения в многомодовом волноводе со случайными неоднородностями и поглощающей границей // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. С. 433–438.
3. *Деревягина Е.И., Кацнельсон Б.Г.* Влияние случайных неоднородностей на вертикальную направленность поверхностного шума в мелком море // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 2. С. 240–244.
4. *Katsnelson B.G.* Average decay low of sound intensity and surface noise vertical angular distribution in waveguide with random inhomogenities // Proc. of Conference "Ocean's 94" Paris, 1994. V. 2. P. 201–205.
5. *Горская Н.С., Раевский М.А.* О влиянии случайного поля внутренних волн на распространение звука в океане // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 2. С. 183–190.
6. *Горская Н.С., Раевский М.А., Старобинец И.М.* Влияние рассеяния на неровном дне на трансформацию модового спектра низкочастотной звуковой волны в придонных океанических волноводах // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 4. С. 678–682.
7. *Daugherty J.R., Lynch J.F.* Surface wave, internal wave, and source motion effects on matched field processing in a shallow water waveguide // J. Acoust. Soc. Amer. V. 87 (6), June 1990. P. 503–525.
8. *Кацнельсон Б.Г., Кулапин Л.Г., Мигулин А.А., Петников В.Г.* Влияние гидродинамической изменчивости на вертикальную интерференционную структуру звукового поля в волноводе // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 2. С. 308–316.
9. *Крупин В.Д.* Об одном явлении в волноводе с отрицательным градиентом скорости звука // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 4. С. 556–564.
10. *Кацнельсон Б.Г., Кравцов Ю.А., Кузькин И.М., Кулапин Л.Г., Петников В.Г.* Упрощенная теория распространения звука в мелком море // Труды ФИАН. 1983. Т. 156. Исследования по гидрофизике. С. 41–54.
11. *Бабий В.Б.* Мелкомасштабная структура поля скорости звука в океане / Под ред. В.В. Богородского. Л: Гидрометеоиздат, 1983. 200 с.
12. *Weston D.E.* Acoustic flux formulas for range-dependent ocean ducts // J. Acoust. Soc. Amer. V. 68. 1980. P. 269–281.

Depth Dependence of the Sound Intensity in a Shallow Sea with Random Inhomogeneities

B. G. Katsnel'son and S. A. Pereselkov

The vertical distribution of a sound field propagating from a source is analyzed in the framework of a diffusion model of sound scattered by random inhomogeneities. Numerical calculations and estimates are given, and some limiting cases are considered.