АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 4, с. 585–587

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.385.833

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА НА РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА ФОТОТЕРМОАКУСТИЧЕСКИХ ЯЧЕЕК

© 1996 г. А. В. Фокин

Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН
117036 Москва, ул. Шверника, 4

Поступила в редакцию 12.04.95 г.

В настоящее время для диагностики конденсированных сред широкое распространение получил газомикрофонный (ГМ) вариант оптико-акустической (ОА) спектроскопии, основанный на использовании фототермоакустического эффекта (ФТА) – генерации акустических волн в окружающей образец среде при поглощении в нем модулированного звуковой частотой или импульсного оптического излучения [1]. Основой аналитического устройства является ФТА ячейка – держатель образца, служащая также для ввода излучения и регистрации звукового отклика [2–6]. С учетом наметившегося в последнее время перехода к количественным измерениям с использованием импульсного режима возбуждения [7] актуальной является задача расчета передаточной функции ячейки.

В настоящей работе получено выражение для передаточной функции трехкамерной ФТА ячейки, обобщающее ранее полученный результат [6] с учетом влияния вязкости и теплопроводности воздуха на значения резонансных частот ячейки.

Трехкамерная ФТА ячейка, подробно описанная в работе [6], состоит из трех камер A, B и C, соединенных идентичными воздушными каналами (рис. 1). В камере A помещается исследуемый образец, а в двух других – микрофоны. Ячейка характеризуется двумя передаточными функциями $F_B(\omega)$ и $F_C(\omega)$, связывающими спектры возбуждаемых в камерах B и C возмущений давления $P_B(\omega)$ и $P_C(\omega)$ со спектром изменения объема воздуха в камере A – $\Delta V(\omega)$:

$$P_B(\omega) = F_B(\omega)\Delta V(\omega), \quad P_C(\omega) = F_C(\omega)\Delta V(\omega). \quad (1)$$

В рамках адиабатического, квазистатического приближения передаточные функции ячейки определяются из следующей системы, связывающей спектр $\Delta V(\omega)$ со спектрами возмущений давления в камерах A, B, C – $P_A(\omega)$, $P_B(\omega)$, $P_C(\omega)$ и смещений воздуха в каналах ячейки – $X_1(\omega)$, $X_2(\omega)$:

$$Z(\omega)i\omega X_1 = P_A - P_B,$$

$$Z(\omega)i\omega X_2 = P_B - P_C,$$

$$P_A = \gamma\frac{P_0}{V}(-\Delta V - X_1 S), \quad (2)$$

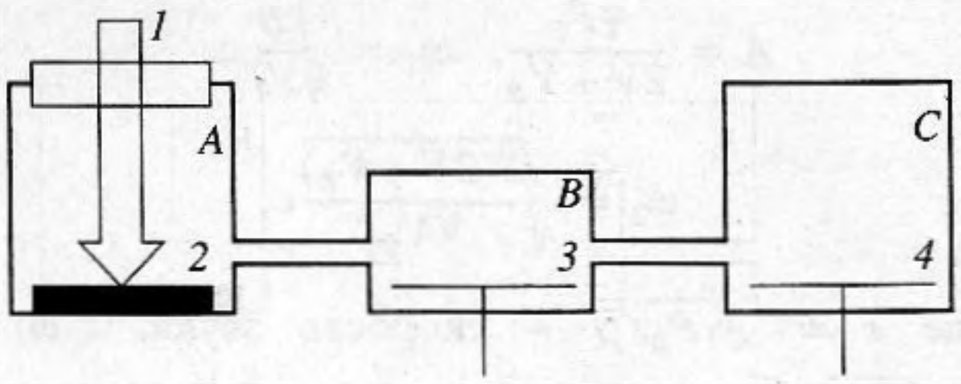
$$P_B = \gamma\frac{P_0}{V_B}(X_1 - X_2)S,$$

$$P_C = \gamma\frac{P_0}{V}X_2 S,$$

где $Z(\omega)$ – акустический импеданс каналов ячейки (отношение спектра разности давлений на концах канала к спектру скорости воздуха в канале, усредненной по его сечению), γ – показатель адиабаты для воздуха, P_0 – равновесное значение давления в ячейке, V_B и V – объемы центральной (B) и боковых (A, C) камер ячейки, S – площадь поперечного сечения каналов.

Если пренебречь вязкостью и теплопроводностью воздуха $Z(\omega) = i\omega\rho l'$, где ρ – плотность воздуха, $l' = (l + 2\Delta l)$, l – длина каналов ячейки (предполагается малой по сравнению с длиной звуковой волны). Концевая поправка Δl учитывает движение воздуха в камере вблизи окончания канала. Для канала круглого сечения радиуса r поправка $\Delta l = 8r/3\pi$ [8].

Движение воздуха в канале с частотой ω сопровождается возбуждением вязких и тепловых волн, сконцентрированных вблизи его стенок в слоях толщиной порядка $\delta_\nu = \sqrt{2\nu/\omega}$ и $\delta_\tau = \sqrt{2\chi/\omega}$, где ν и χ – кинематическая вязкость и температуропроводность воздуха [9]. Рассмотрим случай



Трехкамерная фототермоакустическая ячейка: *1* – оптическое излучение; *2* – исследуемый образец; *3*, *4* – микрофоны.

$\alpha = \delta_{\nu,\tau}/r \ll 1$ (для газа $\delta_\nu \sim \delta_\tau$), соответствующий, как будет показано ниже, случаю высокой добротности ячейки. Ограничимся поправкой первого порядка по малому параметру α, представив $Z(\omega)$ в следующем виде: $Z(\omega) = i\omega\rho l' + a\sqrt{\omega} + ib\sqrt{\omega}$, где коэффициенты a и b не зависят от ω.

Действительная добавка $a\sqrt{\omega}$ описывает вязкие и тепловые потери. Легко показать, что величина $a\sqrt{\omega}/2\rho l'$ является коэффициентом поглощения звука, возбуждаемого в канале. Используя известное соотношение для поглощения звука в круглой трубе [9], получаем, что $a = \rho l'(\sqrt{2\nu} + (\gamma - 1)\sqrt{2\chi})/r$.

Мнимую добавку определим, исходя и общих свойств импеданса $Z(\omega)$, рассматриваемого как функцию комплексного переменного ω (для многозначной функции $\sqrt{\omega}$ выбирается ветвь, принимающая действительные значения для действительных ω). Принцип причинности требует, чтобы функция $Z(\omega)$ была однозначна в области $\mathrm{Im}(\omega) < 0$. Таким образом, разрез, позволяющий выделить однозначные ветви $\sqrt{\omega}$, необходимо располагать в области $\mathrm{Im}(\omega) \geq 0$. Проведя для определенности разрез вдоль мнимой оси, получаем для комплексных ω: $Z(\omega) = i\omega\rho l' + (a + ib)\sqrt{|\omega|}\, e^{(i\arg\omega)/2}$, $-3\pi/2 < \arg\omega < \pi/2$. По определению, $Z(\omega)$ есть отношение спектров действительных функций, поэтому должно выполняться равенство $Z(-\omega) = \bar{Z}(\omega)$ (черта сверху означает комплексное сопряжение), откуда следует, что $b = a$.

Подставив в систему (2) найденное значение импеданса $Z(\omega)$, получаем, согласно определению (1), следующие выражения для передаточных функций ячейки:

$$F_B(\omega) = A\frac{\omega_2^2}{\omega^2 + 2(1-i)\xi(\omega)\omega - \omega_2^2},$$

$$F_C(\omega) = A\{[-\omega_1^2\omega_2^2]/[(\omega^2 + 2(1-i)\xi(\omega)\omega - \omega_1^2)\times \times(\omega^2 + 2(1-i)\xi(\omega)\omega - \omega_2^2)]\},$$

$$A = \frac{\gamma P_0}{2V + V_B}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{S}{Vl'}}c,$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{S(2V + V_B)}{VV_B l'}}c,$$

где $c = \sqrt{\gamma P_0/\rho}$ – скорость звука, $\xi(\omega) = \sqrt{\omega/2}(\sqrt{\nu} + (\gamma - 1)\sqrt{\chi})/r$ – коэффициент поглощения звука, возбуждаемого в канале радиуса r, ω_1 и ω_2 – частоты собственных резонансов ячейки без учета вязкости и теплопроводности (первый резонанс соответствует синфазному смещению воздуха в каналах ячейки, а второй противофазному).

Определим резонансные частоты ячейки. Средняя за период мощность $W(\omega)$, диссипируемая в ячейке при возбуждении колебаний гармоникой частоты $\omega - \Delta V = \mathrm{Re}(\Delta V e^{i\omega t})$, определяется выражением: $W(\omega) = 0.5\,\mathrm{Re}(i\omega\bar{X}_1 S\gamma P_0 \Delta V/V)$, где X_1 – комплексная амплитуда смещений воздуха в первом канале. Определяя X_1 из системы (2), где под X_1, X_2, ΔV, P_A, P_B, P_C понимаются комплексные амплитуды соответствующих величин, получаем:

$$W(\omega) = \frac{\gamma P_0|\Delta V|^2}{2V}\times \times\sum_{i=1}^{2}\frac{\omega_1^2\xi(\omega)\omega^2}{(\omega^2 - \omega_i^2 + 2\omega\xi(\omega))^2 + 4\xi^2(\omega)\omega^2}. \tag{3}$$

Резонансные частоты ω_{r1} и ω_{r2} определяются из условия максимума $W(\omega)$. С точностью до членов первого порядка по α (точнее $\alpha(\omega_{1,2})$) $\omega_{r1} = \omega_1 - \xi(\omega_1)$, $\omega_{r2} = \omega_2 - \xi(\omega_2)$ (в этом приближении частоты ω_{r1} и ω_{r2} определяют положение локальных максимумов $|F_{B,C}(\omega)|$). Таким образом, вязкость и теплопроводность приводят к уменьшению значений резонансных частот ячейки. Следует отметить, что данный эффект не связан с наличием вязких и тепловых потерь, которые приводят к поправкам второго порядка по малому параметру α.

Комбинированный учет вязкости, теплопроводности и концевой поправки Δl позволяет устранить отмеченное в работе [6] (где считалось, что мнимой добавкой к $Z(\omega)$ и концевой поправкой можно пренебречь: $b = \Delta l = 0$) расхождение между рассчитанными и экспериментально измеренными значениями резонансных частот, что иллюстрируют приведенные ниже данные:

Номер резонанса i	1	2
Резонансная частота, эксперимент, Гц [6]	380	630
$\omega_i/2\pi$, Гц [6]	400	680
$\omega_{ri}/2\pi$, Гц	372	638

Добротность резонансов ячейки Q_j (индекс $j = 1, 2$ указывает номер резонанса) определяется соотношением между средней мощностью потерь $W(\omega_{rj})$ и энергией E_j, сосредоточенной в ячейке при возбуждении колебаний на резонансной частоте ω_{rj}: $Q_j = \omega_{rj}E_j/W(\omega_{rj})$. Из системы (2) следует, что в нулевом приближении по α: $X_1(\omega_{rj}) = \pm X_2(\omega_{rj})$ ($X_1 - X_2$ и $X_1 + X_2$ – нормальные координаты колебательной системы (2)). Определяя E_j в момент времени, когда смещение воздуха в каналах ячейки равно нулю, получаем: $E_j =$

$= \rho l S(\omega_{rj}|X_1(\omega_{rj})|)^2$. Решая систему (2) относительно $X_1(\omega_{rj})$ и используя выражение (3), находим $Q_j = \omega_{rj}/2\xi(\omega_{rj})$. Сравнение Q_j и α, с учетом соотношения $\gamma - 1 \sim 1$, показывает, что $\alpha(\omega_{rj}) \sim Q_j^{-1}$. Таким образом, использованное нами приближение ($\alpha \ll 1$) справедливо для ячеек, обладающих высокой добротностью.

В заключение отметим, что полученные результаты легко распространяются на двухкамерные ФТА ячейки [2–5], а также описывают в первом приближении влияние вязкости и теплопроводности на резонансные частоты резонатора Гельмгольца.

Исследования были частично поддержаны Международным научным фондом Сороса в рамках гранта M65000.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алимарин И.М., Дурнев В.Ф., Рунов В.К.* Оптико-акустическая спектроскопия конденсированных сред и ее аналитическое использование // Журн. аналит. химии. 1987. Т. 17. Вып. 1. С. 5–28.
2. *Quimby R.S., Selzer P.M., Yen W.M.* Photoacoustic cell design: resonant enhancement and background signals // Appl. Opt. 1977. V. 16. № 10. P. 2630–2632.
3. *Busse G., Herboeck D.* Differential Helmholtz rezonator as an optoacoustic detector // Appl. Opt. 1979. V. 18. № 23. P. 3959–3961.
4. *Shaw R.W.* Helmholtz resonance cells for pulsed dye laser-excited high resolution optoacoustic spectroscopy // Appl. Phys. Lett. 1979. V. 35. № 13. P. 253–255.
5. *Lee H.S., Lee D.D.* Applicability of the Helmholtz resonator to photoacoustic difference spectroscopy // Appl. Opt. 1988. V. 27. № 1. P. 10–11.
6. *Пашин А.Е., Фокин А.В.* Трехкамерная ячейка для газомикрофонной оптико-акустической спектроскопии // Акуст. журн. 1993. Т. 39. Вып. 4. С. 715–723.
7. *Egerev S.V., Lyamshev L.M., Pashin A.E., Fokin A.V.* New pulsed photoacoustic technique for measuring absolute optical absorption coefficient // J. de Physique IV. 1994. Colloque C7. Suppl. III. V. 4. P. C7-381–C7-384.
8. *Kinsler L.E., Frey A.R.* Fundamentals of acoustics. N.Y.: Wiley, 1962. 524 p.
9. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. 3-е изд. М.: Наука, 1986. 736 с.