АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 4, с. 583–584

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.231

О ЗАТУХАНИИ СИГНАЛОВ НАПРАВЛЕННЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 1996 г. А. Н. Степанов

Самарский государственный университет
443011 Самара, ул. Ак. Павлова, 1

Поступила в редакцию 16.03.95 г.

В работе [1] отмечается, что усредненная по толщине волновода величина квадрата модуля звукового давления $|\overline{\psi}|^2$ для монопольного (ненаправленного) излучателя в модели Пекериса спадает на "средних" расстояниях r по "закону 3/2" – $|\overline{\psi}|^2 \sim r^{-3/2}$. В [2] проводится анализ выражения $|\psi|^2$ (без усреднения по толщине волновода) для различных расположений горизонтов приема и излучения и в некоторых случаях отмечаются существенные отклонения от "закона 3/2". Полезно оценить влияние направленности излучателей на затухание сигналов в волноводе в ситуациях, аналогичных рассмотренным в [2].

Пусть в однородном плоскопараллельном волноводе толщиной h находится точечный монохроматический направленный излучатель с частотой колебаний ω и функцией влияния ψ_0, имеющей в неограниченном пространстве вид [3]:

$$\psi_0(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} c_{nm} h_n^{(1)}(kr) P_n^{|m|}(\cos\theta)\exp(im\varphi),$$

где r, θ, φ – сферические координаты точки наблюдения (центр системы координат совмещен с излучателем), c_{nm} – мультипольные моменты, определяющие направленные свойства излучателя, $h_n^{(1)}$ – сферические функции Бесселя третьего рода порядка n, $k = \omega/c$, c – скорость звука в среде, $P_n^{|m|}$ – присоединенные полиномы Лежандра. Будем считать, что рассматриваемый волновод может быть описан моделью Пекериса. Тогда, используя методику, развитую в [1], и исходя из разложения потенциала ψ_0 в совокупность плоских волн [3], можно получить потенциал поля направленного излучателя в волноводе Пекериса ψ_1 в виде суммы нормальных волн:

$$\psi_1(r, \theta, \varphi) = \frac{4\pi}{kh}\sum_{l=0}\sum_{n=0}\sum_{m=-n}^{n} A_l^{nm} H_m^{(1)}(k\rho\sin\beta_l)\exp(im\varphi),$$

где

$$A_l^{nm} = D_{nm} x_l \sin\alpha_l^{nm} \sin\alpha_{l0}^{nm} P_n^{|m|}(\cos\beta_l) \times \times (\sin^2 x_l \operatorname{tg} x_l \hat{m}^{-2} + \sin x_l \cos x_l - x_l)^{-1},$$

$D_{nm} = \chi_{nm} c_{nm} \exp(i\pi(m-n)/2)/2$, $\chi_{nm} = (-1)^{n+|m|}$, $x_l = kh\cos\beta_l$ – корни дисперсионного уравнения: $\operatorname{tg} x + \hat{m} x ((kh\nu)^2 - x^2)^{-1/2} = 0$,

$$\hat{m} = \rho_1/\rho_0, \quad \hat{n} = c_0/c_1 = n_0(1 + i\hat{\beta}),$$
$$\operatorname{Re}\hat{n} = n_0 < 1, \quad \nu^2 = 1 - n_0^2.$$

ρ_0, ρ_1, c_0, c_1 – плотности и скорости звука в волноводе и подстилающем полупространстве соответственно, $\hat{\beta} > 0$ – коэффициент затухания для волновода, $\alpha_l^{nm} = \pi(1 - \chi_{nm})/4 + x_l z/h$, $\alpha_{l0}^{nm} = \pi(1 - \chi_{nm})/4 + x_l z_0/h$, $z = r\cos\theta$, $\rho = r\sin\theta$, $H_m^{(1)}$ – функции Ханкеля первого рода, z_0 и z – горизонты излучателя и точки приема в системе координат, связанной с поверхностью волновода (полярная ось направлена к его дну).

Если теперь воспользоваться полученной в [1] приближенной оценкой комплексных собственных значений задачи Штурма–Лиувилля и вычислить квадрат модуля потенциала ψ_1, то, оставляя только слагаемые, соответствующие изменению среднего значения $|\psi_1|^2$, получим

$$|\psi_1|^2 = \frac{32\pi}{k^3 h^2 \rho}\sum_{n=0}\sum_{m=-n}^{n}\sum_{\nu=0}\sum_{\mu=-\nu}^{\nu} |d_{nm}||d_{\nu\mu}|\cos\xi_{nm}^{\nu\mu} S_{nm}^{\nu\mu}, \quad (1)$$

где $d_{nm} = -\chi_{nm} D_{nm} P_n^{|m|}(0) = |d_{nm}|\exp(i\delta_{nm})$, $\xi_{nm}^{\nu\mu} = \delta_{nm} - \delta_{\nu\mu} + (m - \mu)(\varphi - \pi/2)$

$$S_{nm}^{\nu\mu} = \sum_{l=0} f_l^{nm} f_l^{\nu\mu} \exp(-\delta\rho l^2),$$

$$f_l^{nm} = \sin\alpha_l^{nm}\sin\alpha_{l0}^{nm}, \quad \alpha_l^{nm} = \pi(1 - \chi_{nm})/4 + \pi l z/H,$$

$$\alpha_{l0}^{nm} = \pi(1-\chi_{nm})/4 + \pi l z_0/H, \quad H = h + \hat{m}/k\nu,$$

$$\delta = 2\hat{\beta}\pi^2 n_0^2 \hat{m}/(\nu^3 k^2 H^3).$$

После вычисления квадрата модуля потенциала монопольного излучателя в [2] рассмотрено несколько частных случаев положения излучателя и приемника, для чего использована формула суммирования Эйлера–Маклорена. Однако для $\delta\rho \geq 1$ пренебрежение в этой формуле остаточным членом приводит к большой погрешности результата. Поэтому предлагается, оставаясь в рамках уже имеющейся погрешности, ограничиться при вычислении $S_{nm}^{\nu\mu}$ одним или двумя слагаемыми. Причем, предлагаемое приближение нельзя использовать только для $\delta\rho \ll 1$. Введем следующие обозначения. Пусть $M1$ – множество четверок индексов (n, m, ν, μ), для которых одновременно $\chi_{nm} = +1$ и $\chi_{\nu\mu} = +1$, $E = \sum_{(n,m,\nu,\mu)\in M1}\sum\sum\sum\sum |d_{nm}||d_{\nu\mu}|\cos\xi_{nm}^{\nu\mu}$ – суммирование выполняется только по индексам $(n, m, \nu, \mu) \in M1$, $M2$ – множество индексов (n, m, ν, μ), для которых одновременно $\chi_{nm} = -1$ и $\chi_{\nu\mu} = -1$, $F = \sum_{(n,m,\nu,\mu)\in M2}\sum\sum\sum\sum |d_{nm}||d_{\nu\mu}|\cos\xi_{nm}^{\nu\mu}$, $M3$ – множество четверок (n, m, ν, μ), для которых $\chi_{nm}\chi_{\nu\mu} = -1$, $Q = \sum_{(n,m,\nu,\mu)\in M3}\sum\sum\sum\sum |d_{nm}||d_{\nu\mu}|\cos\xi_{nm}^{\nu\mu}$. Рассмотрим теперь несколько частных случаев.

1. Пусть $z = z_0 = H/2$. Тогда при $\chi_{nm} = +1$, $f_l^{nm} = \sin^2(\pi l/2)$, а при $\chi_{nm} = -1$, $f_l^{nm} = \cos^2(\pi l/2)$. Разбивая сумму в (1) на три группы слагаемых, соответствующих множествам индексов $M1$, $M2$, $M3$, будем иметь

для $(n, m, \nu, \mu) \in M1$

$$S_{nm}^{\nu\mu} = \sum_{l=0} \sin^4(\pi l/2)\exp(-\delta\rho l^2) \approx \exp(-\delta\rho),$$

для $(n, m, \nu, \mu) \in M2$

$$S_{nm}^{\nu\mu} = \sum_{l=0} \cos^4(\pi l/2)\exp(-\delta\rho l^2) \approx 1,$$

для $(n, m, \nu, \mu) \in M3$,

$$S_{nm}^{\nu\mu} = \sum_{l=0} \sin^2(\pi l/2)\cos^2(\pi l/2)\exp(-\delta\rho l^2) \equiv 0.$$

Таким образом, (1) приобретает вид

$$|\bar{\psi}_1|^2 = \frac{32\pi}{k^3 H^2}(E\exp(-\delta\rho) + F)/\rho.$$

2. Пусть теперь $z_0 \ll z = H/2$– источник размещен вблизи поверхности, а приемник – на середине эффективной ширины волновода. Рассуждая аналогичным образом и полагая $\sin(\pi l z_0/H) \approx \approx \pi l z_0/H$, $\cos(\pi l z_0/H) \approx 1$, получим

$$|\hat{\psi}_1|^2 = \frac{32\pi}{k^3 H^2}(E\pi^2 z_0^2/H^2\exp(-\delta\rho) + F)/\rho.$$

3. Для близкорасположенных к поверхности источников и приемника $z \ll H/2$ и $z_0 \ll H/2$ получим

$$|\hat{\psi}_1|^2 = \frac{32\pi}{k^3 H^2}(E\pi^4 z^2 z_0^2/H^4 + F(1+\exp(\delta\rho)) + $$
$$+ Q\pi^2 z z_0/H^2)\exp(-\delta\rho)/\rho.$$

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующий вывод: во всех рассмотренных частных случаях при $F \neq 0$, т.е. при наличии в составе ψ_0 мультиполей с $\chi_{nm} = -1$ (вертикального диполя или смешанных квадруполей с z-составляющей) спадание поля на расстояниях $\delta\rho \geq 1$ пропорционально ρ^{-1}. При отсутствии или слабости таких составляющих поле спадает как $\exp(-\delta\rho)/\rho$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1972. 343 с.

2. *Грачев Г.А.* Особенности затухания сигналов в мелком море // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 2. С. 275–277.

3. *Быковцев П.И., Кузнецов П.И., Степанов А.Н.* Акустическое поле направленного источника в океанических волноводах // ДАН СССР. 1985. Т. 280. № 1. С. 57–59.