АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 3, с. 446–447

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.231

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ЗАТУХАНИЯ СИГНАЛОВ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 1996 г. А. Н. Степанов

Самарский государственный университет
443011 г. Самара, ул. академика Павлова, 1

Поступила в редакцию 16.03.95 г.

В работе [1] отмечется, что усредненная по толщине волновода величина квадрата модуля звукового давления $|\psi|^2$ для ненаправленного (монопольного) излучателя в модели Пекериса спадает на "средних" расстояниях ρ по "закону 3/2" – $|\psi|^2 \sim \rho^{-3/2}$. В [2] анализируется выражение $|\psi|^2$ для некоторых частных случаев расположения горизонтов приема и излучения. Основой проведенного анализа является вычисление сумм вида $\sum_{l=0} g(l)\exp(-al^2)$, $a > 0$ с помощью формулы суммирования Эйлера–Маклорена.

$$\sum_{l=0}^{n} f_l = \int_0^n f(l)dl + \frac{1}{2}[f(0) + f(n)] + \sum_{l=1}^{m} \frac{B_{2l}}{(2l)!} \times \\ \times [f(n)^{(2l-1)} - f(0)^{(2l-1)}] + \frac{nB_{2m+2}}{(2m+2)!} f(\theta n)^{(2m+2)}, \quad (1)$$

где $m, n = 1, 2, \ldots, 0 < \theta < 1$, B_{2l}, B_{2m+2} — числа Бернулли.

В [2] в формуле суммирования (1) удерживалось только первое слагаемое $\int_0^n f(l)dl$ и таким образом были получены следующие приближения:

$$\sum_{l=0}^{\infty} e^{-a(2l+1)^2} \approx \frac{1}{4}\left(\frac{\pi}{a}\right)^{1/2}, \quad \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{-a(2l+1)^2} \approx \\ \approx \frac{1}{8a}\left(\frac{\pi}{a}\right)^{1/2}, \quad \sum_{l=0}^{\infty} l^4 e^{-al^2} \approx \frac{3}{16a^2}\left(\frac{\pi}{a}\right)^{1/2},$$

отмечается, что сделанные приближения справедливы только для $a \ll 1$.

В самом деле, подробный анализ особенностей поведения остаточного члена позволяет утверждать, что у рассматриваемых сумм для значений параметра $a \geq 1$ относительная погрешность δ_1 приближения велика и быстро увеличивается по мере роста значений параметра a. В табл. 1 приведены данные, иллюстрирующие порядок роста относительной погрешности для приближения

$$\sum_{l=0}^{\infty} \exp(-a(2l+1)^2) \approx 1/4(\pi/a)^{1/2}.$$

Вместе с тем, быстрое уменьшение величины слагаемых в рассматриваемых суммах при $a \geq 1$, например, суммы

$$\sum_{l=0}^{\infty} e^{-a(2l+1)^2} = e^{-a} + e^{-9a} + e^{-25a} + \ldots$$

позволяет ограничиться в этих суммах одним или двумя слагаемыми и получить при этом невысокую погрешность результата в широком диапазоне значений параметра a. В третьей графе табл. 1 приведены значения относительной погрешности замены суммы $\sum_{l=0}^{\infty} \exp(-a(2l+1)^2)$ ее первым слагаемым $\exp(-a)$. Видно, что предлагаемое приближение дает приемлемую погрешность $\delta_2 \approx 8\%$ начиная со значения параметра $a = 0.3$. Аналогичные результаты получены и для других рассматривавшихся в [2] сумм. Таким образом, предлагается при вычислении сумм типа $\sum_{l=0} g(l)\exp(-al^2)$, $a > 0$ ограничиваться в результате одним–двумя слагаемыми, это приближение не применимо только для $a \ll 1$. В остальных случаях получаемая от замены погрешность невысока и быстро убывает с ростом значения параметра a.

Применим предложенную замену к рассмотренному в [2] выражению для квадрата модуля звуко-

Таблица 1

a	δ_1 (%)	δ_2 (%)
0.1	0.001	35.4
0.2	0.005	17.4
0.3	0.05	8.38
0.4	0.42	3.92
0.8	10.1	0.17
1.0	20.4	0.03
2.0	132	<0.01
3.0	414	<0.01

вого потенциала монополя в модели Пекериса:

$$|\psi|^2 = \frac{8\pi}{h^2 k\rho}\left[\sum_{l=0} p_l^2 \exp(-\delta\rho l^2) + \right. \tag{2}$$

$$\left. + \sum_{l \neq m}\sum p_l p_m \exp(-\delta\rho(l^2+m^2))\cos\Delta k_{lm}\right],$$

где $k = \omega/c$, ω – частота излучателя, c – скорость звука в волноводе, $p_l = \sin(\pi l z/H)\sin(\pi l z_0/H)$, z и z_0 соответственно вертикальные координаты приемника и источника, ρ – горизонтальное расстояние до точки приема, $H = h + m/k\nu$, h – глубина волновода, $m = \rho_1/\rho$, $n = n_0(1 + i\beta)$, $n_0 = \mathrm{Re}(c/c_1) < 1$, $\beta \geq 0$, $\nu^2 = 1 - n_0^2$, $\delta = 2\pi^2\beta n_0^2 m/k^3H^3\nu^3$ первое слагаемое описывает средний уровень звукового поля, второе – осцилляции около среднего уровня. Оставляя в (2) только первое слагаемое, получим

$$|\psi|^2 \approx \frac{8\pi}{h^2 k\rho}\sin^2(\pi z/H)\sin^2(\pi z_0/H)\exp(-\delta\rho).$$

Таким образом, выводы о спадании поля по законам $\rho^{-3/2}$, $\rho^{-5/7}$ и $\rho^{-7/2}$, полученные в [2] для разных горизонтов излучения и приема, справедливы только для узкого диапазона $\pi^2k^2H^2 \ll \delta\rho \ll 1$. Вне этого интервала для $\delta\rho \geq 1$ (начиная с $\delta\rho \sim 0.5$) закон спадания для всех рассмотренных частных случаев переходит в $|\psi|^2 \sim \exp(-\delta\rho)/\rho$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1972. 343 с.
2. *Грачев Г.А.* Особенности затухания сигналов в мелком море // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 2. С. 275–277.