АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1996, том 42, № 2, с. 291 - 292

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.21

МОДОВОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОЛЯ НАПРАВЛЕННОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ В ВОЛНОВОДЕ

© 1996 г. А. Н. Степанов

Самарский государственный университет
443014 Самара, ул. акад. Павлова, 1

Поступила в редакцию 15.02.95 г.

Представление поля ненаправленного (монопольного) излучателя находящегося в волноводе в виде суммы нормальных волн изучено достаточно хорошо [1]. В [2] представлена общая теория нормальных волн для произвольного излучателя в плоскопараллельном слоистом волноводе. Потенциал поля направленного излучателя в [2] получен построением функции Грина для уравнения звуковых колебаний с заданными граничными условиями и разложением находящейся в правой части уравнения дельта-функции в ряд Тейлора. Ниже предлагается более удобный для практических применений подход к получению модового представления поля направленного излучателя в волноводе. Этот подход основан на предложенном в [3] разложении потенциала направленного точечного излучателя, находящегося в неограниченном пространстве в совокупность плоских волн.

Пусть в однородном плоскопараллельном волновое толщиной h находится монохроматический направленный излучатель с частотой колебаний ω. Для достаточно низких частот реальный излучатель конечных размеров может быть заменен эквивалентным направленным точечным источником [3]. Функция влияния ψ_0 такого источника в неограниченном пространстве имеет вид

$$\psi_0(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} C_{nm} h_n^{(1)}(kr) \times$$
$$\times P_n^{|m|}(\cos\theta) \exp(im\varphi),$$

где r, θ, φ – сферические координаты точки наблюдения, центр системы координат совмещен с излучателем, C_{nm} – мультипольные моменты, определяющие направленные свойства источника, $h_n^{(1)}$ – сферические функции Бесселя третьего рода порядка n, $k = \omega/c$ – волновое число, c – скорость звука в среде, $P_n^{|m|}$ – присоединенные полиномы Лежандра. Эта функция влияния может быть представлена в виде разложения в совокупность плоских волн, которое справедливо для $kr \gg 1$ [3]:

$$\psi_0(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} D_{nm} \exp(im\varphi) \times$$
$$\times \int_{-\frac{\pi}{2}+i\infty}^{\frac{\pi}{2}-i\infty} H_m^{(1)}(u) P_n^{|m|}(\cos\beta) \exp(b|z|) \sin\beta \, d\beta,$$

где

$$D_{nm} = C_{nm} \exp(i\pi(n-m)/2), \quad u = k\rho\sin\beta,$$
$$\rho = r\sin\theta, \quad b = ik\cos\beta, \quad z = r\cos\theta.$$

Если теперь обозначить через $V_1(\beta)$ и $V_2(\beta)$ коэффициенты отражения от соответственно нижней и верхней границ волновода (β – угол падения плоской волны на границу) и использовать стандартную процедуру метода мнимых источников [1], то можно записать потенциал поля ψ_1 в волноводе в системе координат, связанной с верхней границей волновода и полярной осью направленной к нижней границе в виде:

$$\psi_0(r, \theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} D_{nm} \exp(im\varphi) \times$$
$$\times \int_{-\frac{\pi}{2}+i\infty}^{\frac{\pi}{2}-i\infty} H_m^{(1)}(u) P_n^{|m|}(\cos\beta) F(\beta) \sin\beta \, d\beta \qquad (1)$$

где

$$F(\beta) = \{ (\exp(-b(h-z_0)) + \chi_{nm} V_1(\beta) \times$$
$$\times \exp(b(h-z_0))) \, (\exp(-bz) + \chi_{nm} V_2(\beta) \times$$
$$\times \exp(bz)) \} / \{ \exp(-bh) - V_1(\beta) V_2(\beta) \exp(bh) \},$$
$$0 \le z \le z_0,$$

$$F(\beta) = \{ (\exp(-b(h-z)) + \chi_{nm}V_1(\beta) \times$$
$$\times \exp(b(h-z))) (\exp(-bz_0) + \chi_{nm}V_2(\beta) \times$$
$$\times \exp(bz_0)) \} / \{ \exp(-bh) - V_1(\beta)V_2(\beta)\exp(bh) \},$$
$$z_0 \le z \le h,$$

z_0 – положение излучателя, $\chi_{nm} = (-1)^{n+|m|}$.

Далее, вновь следуя методике, развитой в [1], для волновода с абсолютно жесткими границами $V_1(\beta) = V_2(\beta) = 1$ вычисление интеграла в (1) с помощью вычетов дает модовое представление поля:

$$\psi_1(r, \theta, \varphi) = \frac{\pi}{kh} \times$$
$$\times \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \chi_{nm}(1+\chi_{nm})^2 \exp(im\varphi) P_n^{|m|}(0) H_m^{(1)}(k\rho) + \tag{2}$$
$$+ \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} A_l^{nm} H_m^{(1)}(k\rho \sin\beta_l) \exp(im\varphi)$$

где

$$A_l^{nm} = \chi_{nm} D_{nm} P_n^{|m|}(\cos\beta_l) \cos\alpha_l^{nm} \cos\alpha_{l0}^{nm},$$
$$\cos\beta_l = \pi l/kh, \ \ \alpha_l^{nm} = \pi/4(1-\chi_{nm}) + \pi l z/h,$$
$$\alpha_{l0}^{nm} = \pi/4(1-\chi_{nm}) + \pi l z_0/h.$$

Для волновода Пекериса будем иметь

$$V_1(\beta) = (\tilde{m}\cos\beta - (\tilde{n}^2 - \sin^2\beta)^{1/2}) \times$$
$$\times (\tilde{m}\cos\beta + (\tilde{n}^2 - \sin^2\beta)^{1/2})^{-1}, \quad V_2(\beta) = -1,$$

$\tilde{m} = \tilde{\rho}_1/\rho$, ρ, $\tilde{\rho}_1$ – плотности сред в соответственно волноводе и подстилающем пространстве, $\tilde{n} = c/c_1 = n_0(1+i\tilde{\beta})$, c, c_1 – скорости звука в волноводе и полупространстве, $\mathrm{Re}\,\tilde{n} = n_0 < 1$, $\tilde{\beta}$ – коэффициент поглощения на нижней границе. Из (1) также следует модовое представление потенциала поля:

$$\psi_1(r, \theta, \varphi) =$$
$$= \frac{4\pi}{kh} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} A_l^{nm} H_m^{(1)}(k\rho \sin\beta_l) \exp(im\varphi), \tag{3}$$

где

$$A_l^{nm} = \chi_{nm} D_{nm} \times$$
$$\times \frac{x_l \sin\alpha_l^{nm} \sin\alpha_{l0}^{nm} P_n^{|m|}(\cos\beta_l)}{\sin^2 x_l \operatorname{tg} x_l \tilde{m}^{-2} + \sin x_l \cos x_l - x_l}$$

$x = -ibh$, x_l – корни дисперсного уравнения

$$\operatorname{tg} x + \tilde{m}x / ((kh\nu)^2 - x^2)^{1/2} = 0, \ \ \nu^2 = 1 - n^2,$$
$$\alpha_l^{nm} = \pi/4(1-\chi_{nm}) + x_l z/h,$$
$$\alpha_{l0}^{nm} = \pi/4(1-\chi_{nm}) + x_l z_0/h.$$

Полагая в (2) и (3) $n = 0$, получим совпадение с разложением поля точечного ненаправленного источника по нормальным волнам [1]. Кроме того, сравнивая (2) и (3) с представлением нормальных волн полученным в [2], можно увидеть, что (2) и (3) являются записанными в более удобной для практических применений форме частными случаями общего модового представления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
2. *Hang Anton, Graves Roland D., Uberall H.* Normal-mode theory of under water sound propagation from directional multipole sources // JASA. 1974. V. 56. № 2. С. 387 - 391.
3. *Быковцев Г.И., Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н.* Акустическое поле направленного источника в океанических волноводах // ДАН СССР. 1985. Т. 280. № 1. С. 57 - 59.