АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1995, том 41, № 3, с. 427 - 431

УДК 534+534.231.2

# КОЭФФИЦИЕНТ КОНЦЕНТРАЦИИ ПЛОСКОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ АНТЕННЫ В ВОЛНОВОДЕ

© 1995 г. В. А. Елисеевнин

*Акустический институт им. Н.Н. Андреева РАН*
*117036 Москва, ул. Шверника, 4*

Поступила в редакцию 31.08.94 г.

Получено выражение для коэффициента концентрации плоской прямоугольной вертикальной излучающей антенны в однородном водном слое. Приводятся результаты расчетов этого коэффициента концентрации при различных параметрах антенны и волновода. Излучаемое антенной звуковое поле представляется в виде дискретного спектра нормальных волн.

Коэффициент концентрации гидроакустических антенн различных конструкций в однородном неограниченном пространстве достаточно подробно исследован в монографии [1]. В работе [2] получено выражение и приводятся результаты расчетов коэффициента концентрации горизонтальной линейной антенны в однородном волноводе. Обратимся теперь к случаю, когда в волноводе излучает плоская прямоугольная вертикальная антенна, и определим ее коэффициент концентрации.

Пусть в однородном водном слое толщиной $H$ с мягкой поверхностью и жестким дном располагается плоская прямоугольная вертикальная антенна с центром в точке ($R = 0$, $Z_0$), излучающая монохроматический сигнал частоты $\omega$. (Центром антенны будем считать точку пересечения диагоналей прямоугольника.) $c$ – скорость звука в водной толще и $\rho$ – плотность. $L_\Gamma$ – горизонтальная апертура антенны, $L_В$ – вертикальная. Антенна снабжена электронным компенсатором, позволяющим сканировать ее диаграммой направленности в горизонтальной плоскости на угол $\beta$ и в вертикальной плоскости на угол $\gamma$.

Звуковой потенциал поля, создаваемого компенсированной на углы $\beta$ и $\gamma$ антенной, в точке волновода ($R$, $Z$) будет пропорционален величине

$$U_a(R, Z) = \int\limits_{-L_\Gamma/2}^{+L_\Gamma/2} \int\limits_{Z_0-L_В/2}^{Z_0+L_В/2} U(R, Z, x, z) \exp\,[-jk \times \times (x\cos\gamma\sin\beta + (z - Z_0)\sin\gamma) - j\omega t\,]\,dxdz. \quad (1)$$

Здесь $x$ и $z$ – горизонтальная и вертикальная координаты в плоскости антенны ($x = 0$ в центре антенны, $z = 0$ на дне волновода); $U(R, Z, x, z)$ – звуковой потенциал поля в точке ($R$, $Z$) волновода, создаваемый элементом антенны, расположенным в точке ($x$, $z$) в ее плоскости; $k = \omega/c$ – волновое число, $t$ – текущее время. На больших расстояниях звуковое поле в волноводе может быть представлено в виде суммы конечного числа $m$ нормальных волн [3]

$$U(R, Z, x, z) = \frac{A}{\sqrt{R}} \sum_{l=1}^{m} \frac{1}{\sqrt{\xi_l}} \cos(b_l z)\cos(b_l Z) \times \times \exp\,[j\xi_l(R + x\sin\alpha)]\,. \quad (2)$$

$A$ – некоторая комплексная постоянная, $R$ – расстояние по горизонтали между центром антенны и точкой ($R$, $Z$); $\alpha$ – угол в горизонтальной плоскости, отсчитываемый от нормали к антенне до направления в точку ($R$, $Z$); $\xi_l$ и $b_l$ – горизонтальная и вертикальная компоненты волнового вектора $l$-й нормальной волны. Предполагается, что точка ($R$, $Z$) находится в дальней зоне антенны. Подставляя (2) в (1) и выполняя необходимые преобразования, получаем

$$U_a(R, Z) = \frac{AL_\Gamma L_В}{2\sqrt{R}} \sum_{l=1}^{m} \frac{1}{\sqrt{\xi_l}} \cos(b_l Z) \times \times D_l(\alpha, \beta, \gamma)\exp(j\xi_l R - j\omega t), \quad (3)$$

$$D_l(\alpha, \beta, \gamma) = D_l^\Gamma(\alpha, \beta, \gamma) D_l^В(\gamma),$$

$$D_l^\Gamma(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{\sin\frac{L_\Gamma}{2}(\xi_l\sin\alpha - k\cos\gamma\sin\beta)}{\frac{L_\Gamma}{2}(\xi_l\sin\alpha - k\cos\gamma\sin\beta)},$$

$$D_l^В(\gamma) = \exp(jb_l Z_0)S^- + \exp(-jb_l Z_0)S^+,$$

$$S^\mp = \frac{\sin\frac{L_В}{2}(b_l \mp k\sin\gamma)}{\frac{L_В}{2}(b_l \mp k\sin\gamma)}.$$

$D_l(\alpha, \beta, \gamma)$ представляет собой диаграмму направленности антенны при излучении только одной

$l$-й нормальной волны (так называемую парциальную диаграмму направленности). Сомножитель $\cos(b_l Z)/\sqrt{\xi_l}$ характеризует степень возбуждения, а $\exp(j\xi_l R)$ набег фазы при распространении на расстояние $R$ этой нормальной волны. Для общего случая слоистого волновода и некомпенсированной прямоугольной вертикальной антенны выражение, аналогичное (3), получено в работе [4].

Согласно выражениям (3) направленные свойства плоской прямоугольной вертикальной антенны в волноводе являются суперпозицией направленных свойств как горизонтальной, так и вертикальной линейной антенны в волноводе. Величина $D_l^{\Gamma}$ характеризует влияние горизонтальной апертуры $L_{\Gamma}$ антенны на ее парциальную диаграмму и при $\gamma = 0°$ совпадает с выражением для парциальной диаграммы $l$-й нормальной волны, излучаемой горизонтальной линейной антенной. Последняя создает направленность в горизонтальной плоскости в поле каждой излучаемой нормальной волны [4, 5]. Величина $D_l^{\text{В}}$ определяет влияние вертикальной апертуры антенны $L_{\text{В}}$ на ее направленность в вертикальной плоскости и совпадает с соответствующим выражением, характеризующим эту направленность, создаваемую вертикальной линейной антенной [4]. Направленность последней проявляется в степени возбуждения (амплитуде) излучаемых ею нормальных волн различных номеров.

Так же как в работе [2] определим коэффициент осевой концентрации плоской прямоугольной вертикальной антенны в волноводе, как отношение акустических мощностей точечного ненаправленного источника $W_0$ и антенны $W_a$, создающих в некоторой точке волновода $(R, Z)$, расположенной на оси главного максимума диаграммы направленности, одинаковую интенсивность. Предполагается, что ненаправленный источник располагается в центре антенны. Излучаемая антенной мощность равна

$$W_a = \int_0^H \int_0^{2\pi} I_a(R, Z_0, Z, \alpha, \beta, \gamma) R d\alpha dZ, \tag{4}$$

где

$$I_a = \frac{1}{2} Re\,(p_a \vartheta_a^*) = \frac{1}{2} Re\left(-\rho \frac{\partial U_a}{\partial t} \frac{\partial U_a^*}{\partial R}\right) =$$
$$= \frac{\rho\omega L_{\Gamma}^2 L_{\text{В}}^2 AA^*}{8R} \sum_{l=1}^{m} \sum_{q=1}^{m} \sqrt{\frac{\xi_q}{\xi_l}} \cos(b_l Z) \cos(b_q Z) \times \tag{5}$$
$$\times D_l(\alpha, \beta, \gamma) D_q^*(\alpha, \beta, \gamma) \cos\left[(\xi_l - \xi_q) R\right].$$

Здесь $I_a$, $p_a$ и $\vartheta_a$ – интенсивность, давление и колебательная скорость излучаемого антенной звукового поля в волноводе в точке $(R, Z)$. Подставляя (5) в (4) и учитывая условие ортонормированности собственных функций волновода

$$\int_0^H \cos(b_l Z) \cos(b_q Z) dZ = \begin{cases} \dfrac{H}{2} & l = q, \\ 0 & l \neq q, \end{cases} \tag{6}$$

получаем выражение для акустической мощности, излучаемой антенной в волноводе:

$$W_a = \frac{1}{8} \rho\omega L_{\Gamma}^2 L_{\text{В}}^2 HAA^* \times$$
$$\times \sum_{l=1}^{m} \left|D_l^{\text{В}}(\gamma)\right|^2 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \left(D_l^{\Gamma}(\alpha, \beta, \gamma)\right)^2 d\alpha, \tag{7}$$

$$\left|D_l^{\text{В}}(\gamma)\right|^2 = (S^-)^2 + (S^+)^2 + 2(S^-)(S^+)\cos(2b_l Z_0). \tag{8}$$

Мощность, излучаемая точечным ненаправленным источником, расположенным в центре антенны

$$W_0 = \int_0^H \int_0^{2\pi} I_0 R d\alpha dZ = 2\pi R \int_0^H I_0 dZ. \tag{9}$$

Согласно введенному выше определению коэффициента концентрации антенны в волноводе $I_0 = I_a(\alpha = \beta = 0°)$. Поэтому, полагая в (5) $\alpha = \beta = 0°$ и подставляя в (9) $I_a(\alpha = \beta = 0°)$, получаем

$$W_0 = \frac{1}{8} \pi\rho\omega L_{\Gamma}^2 L_{\text{В}}^2 HAA^* \sum_{l=1}^{m} \left|D_l^{\text{В}}(\gamma)\right|^2. \tag{10}$$

Окончательное выражение для коэффициента концентрации плоской прямоугольной вертикальной антенны в волноводе принимает вид

$$K_{\text{В}} = \frac{W_0}{W_a} = \frac{\pi \sum_{l=1}^{m} \left|D_l^{\text{В}}(\gamma)\right|^2}{\sum_{l=1}^{m} \left|D_l^{\text{В}}(\gamma)\right|^2 \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \left(D_l^{\Gamma}(\alpha, \beta, \gamma)\right)^2 d\alpha}. \tag{11}$$

Устремляя в (11) величину $L_{\text{В}}$ к нулю, получаем выражение

$$K_{\text{В}} = \frac{\pi \sum_{l=1}^{m} \cos^2(b_l Z_0)}{\sum_{l=1}^{m} \cos^2(b_l Z_0) \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} D_{\Gamma}^2(\alpha) d\alpha}, \tag{12}$$

представляющее собой коэффициент концентрации горизонтальной линейной антенны в однородном волноводе [2]. Если теперь в (11) устремить к нулю величину $L_{\Gamma}$, то получающийся при

этом коэффициент концентрации вертикальной линейной антенны в однородном волноводе оказывается равным единице. Этот результат физически очевиден. Если горизонтальная линейная антенна в волноводе обладает направленностью в горизонтальной плоскости в каждой излучаемой нормальной волне, то направленные свойства вертикальной линейной антенны проявляются лишь в различной степени возбуждения этих нормальных волн. Таким образом, звуковая энергия, излучаемая как точечным ненаправленным источником, так и вертикальной линейной антенной, распространяется вдоль волновода горизонтально и, естественно, коэффициент концентрации антенны оказывается равным единице.

На высоких частотах, когда в волноводе может распространяться большое число нормальных волн и становится справедливым приближение геометрической акустики, в ряде случаев могут использоваться антенны, малой по сравнению с толщиной волновода апертуры, обладающие при этом достаточно высокой направленностью. Работа таких антенн в волноводе будет подобна их работе в свободном пространстве и возможно использование понятия коэффициента концентрации антенны в свободном пространстве с определенными поправками, например, на эффект рефракции звуковых лучей в вертикальной плоскости в слоистом волноводе. Примером этому служат работы [6, 7].

Коэффициент концентрации плоской прямоугольной антенны в свободном пространстве пропорционален ее площади [1]. Эта пропорциональность нарушается, когда антенна располагается в волноводе вертикально. Каждая нормальная волна в однородном волноводе может быть представлена в виде суперпозиции двух плоских волн, распространяющихся вдоль волновода наклонно под углами скольжения $\gamma_l = \pm\arcsin(b_l/k)$. Совокупность плоских волн, соответствующих распространяющимся в волноводе нормальным волнам, образует угловой дискретный спектр в вертикальной плоскости. Наличие у плоской антенны вертикального размера $L_В$ приводит к избирательности по номерам излучаемых нормальных волн по сравнению с горизонтальной линейной антенной. Если последняя излучает некоторый угловой спектр нормальных волн, то плоская вертикальная антенна излучает группу нормальных волн соседних номеров из этого спектра. Угловой спектр излучаемых антенной нормальных волн оказывается равным спектру, излучаемому горизонтальной линейной антенной апертуры $L_Г$ "взвешенному" двумя диаграммами направленности линейной антенны апертуры $L_В$ в свободном пространстве, сдвинутыми на углы компенсации $\pm\gamma$ в вертикальной плоскости. При этом номера

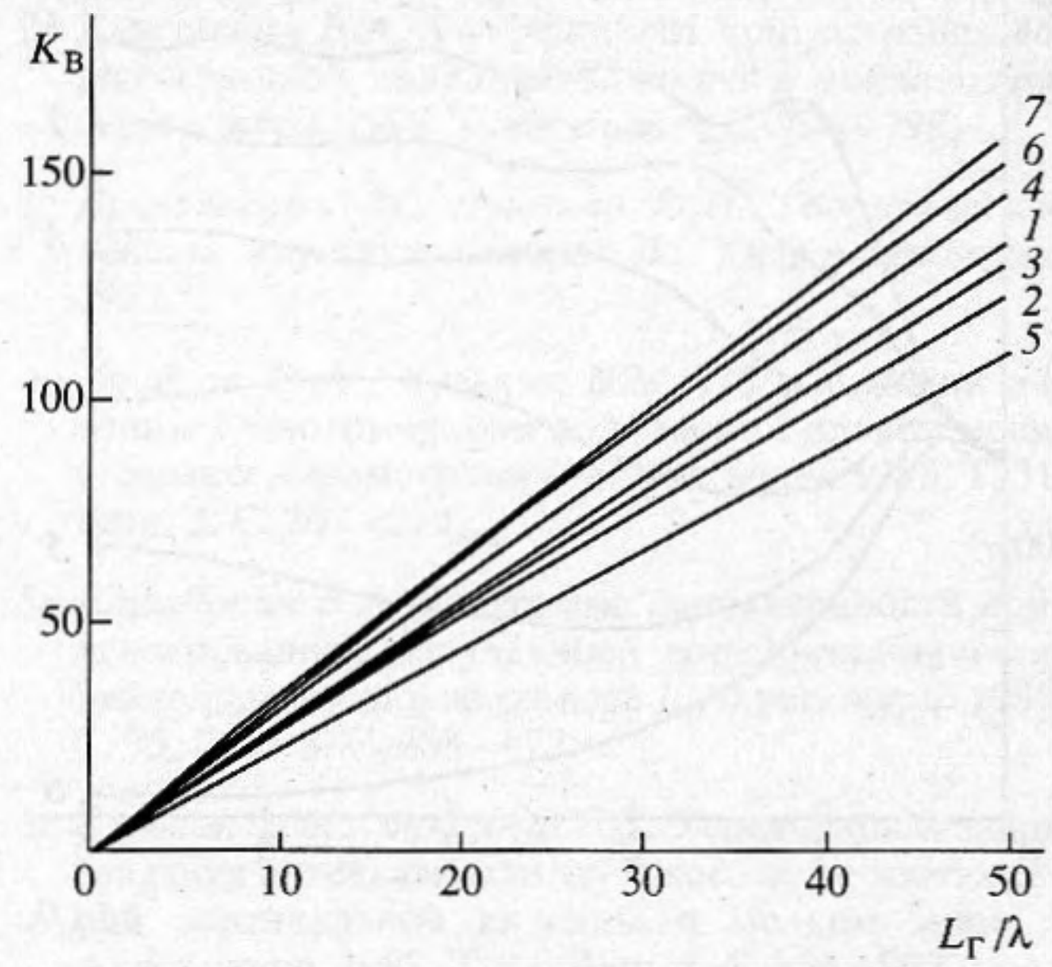


**Рис. 1.** Зависимость коэффициента концентрации $K_В$ от горизонтальных волновых размеров антенны $L_Г/\lambda$. $Z_0 = 0.5\,H$, $\beta = \gamma = 0°$, *1* – $H = 0.5\lambda$, $m = 1$; *2* – $H = \lambda$, $m = 2$, $L_В = 0$; *3* – $H = \lambda$, $m = 2$, $L_В = 0.5\lambda$; *4* – $H = \lambda$, $m = 2$, $L_В = \lambda$; *5* – $H = 5\lambda$, $m = 10$, $L_В = 0$; *6* – $H = 5\lambda$, $m = 10$, $L_В = 2.5\lambda$; *7* – $H = 5\lambda$, $m = 10$, $L_В = 5\lambda$.

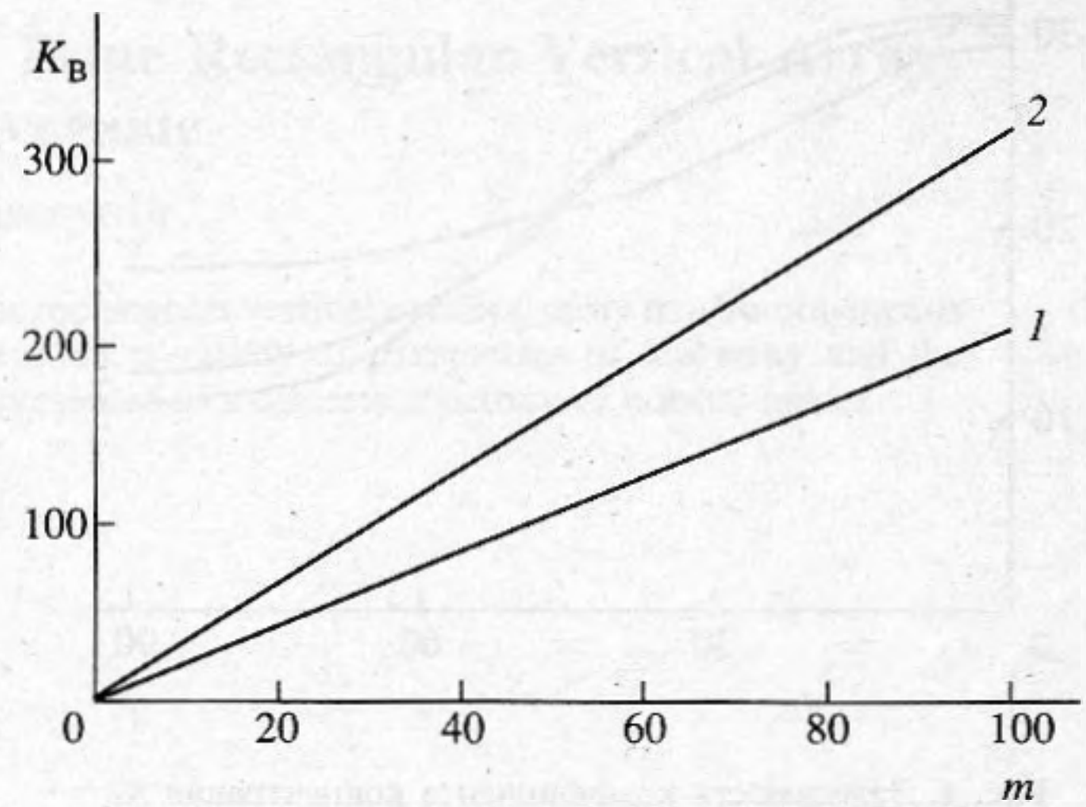


**Рис. 2.** Зависимость коэффициента концентрации $K_В$ от числа нормальных волн $m$. $Z_0 = 0.5H$, $\beta = \gamma = 0°$, $L_Г = 2H$. *1* – $L_В = 0$; *2* – $L_В = H$.

излучаемых нормальных волн возрастают с увеличением угла $\gamma$, а число излучаемых нормальных волн в группе уменьшается с увеличением вертикальной апертуры антенны $L_В$. Поэтому если коэффициент концентрации плоской прямоугольной некомпенсированной антенны в свободном пространстве пропорционален площади антенны – $K = 4\pi L_Г L_В/\lambda^2$ [1], то коэффициент концентрации той же антенны, располагающейся в волноводе вертикально, будет по порядку величины близок к коэффициенту концентрации

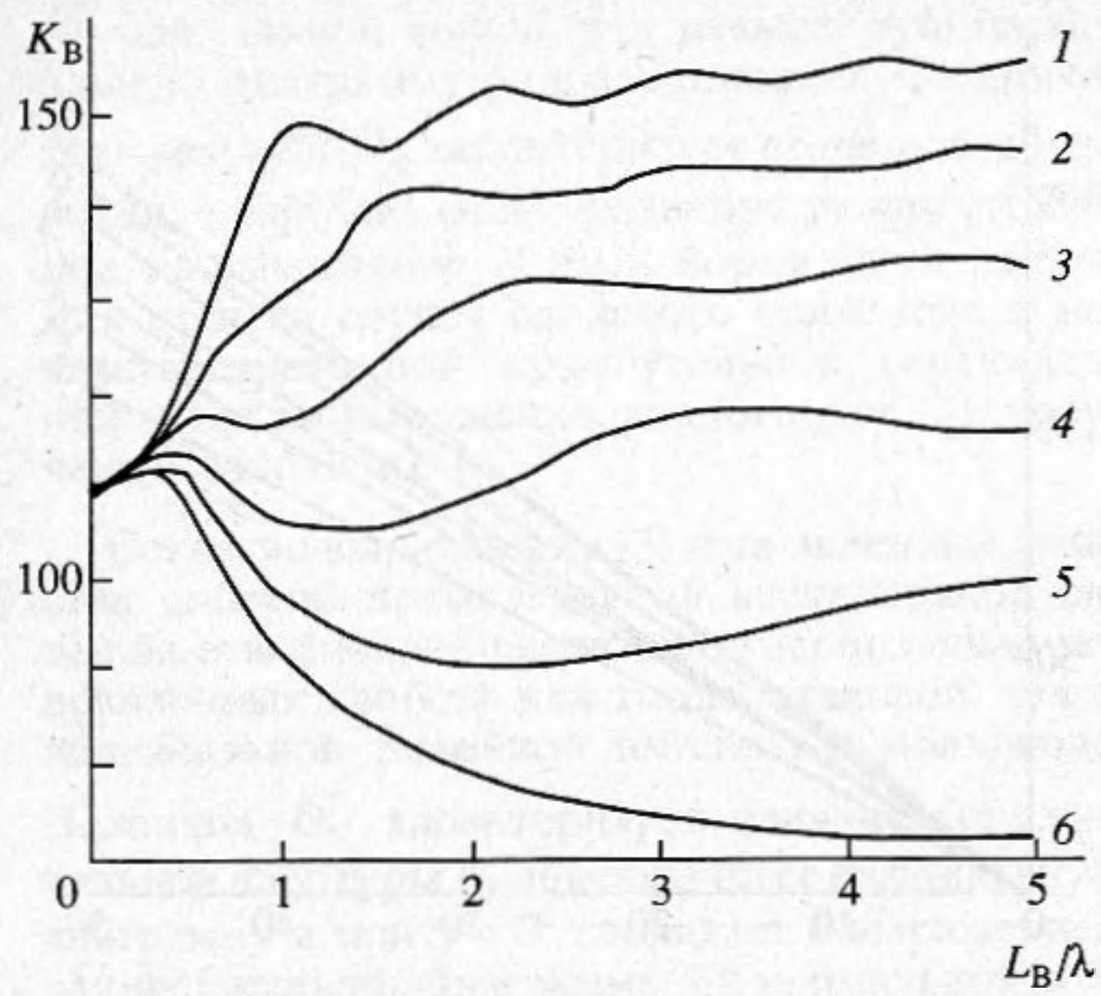


**Рис. 3.** Зависимость коэффициента концентрации $K_B$ от вертикальных волновых размеров антенны $L_B/\lambda$. $Z_0 = 0.5H$, $\beta = 0°$, $L_\Gamma = 50\lambda$, $H = 5\lambda$, $m = 10$. *1* – $\gamma = 0°$, *2* – $\gamma = 20°$, *3* – $\gamma = 30°$, *4* – $\gamma = 40°$, *5* – $\gamma = 50°$, *6* – $\gamma = 60°$.

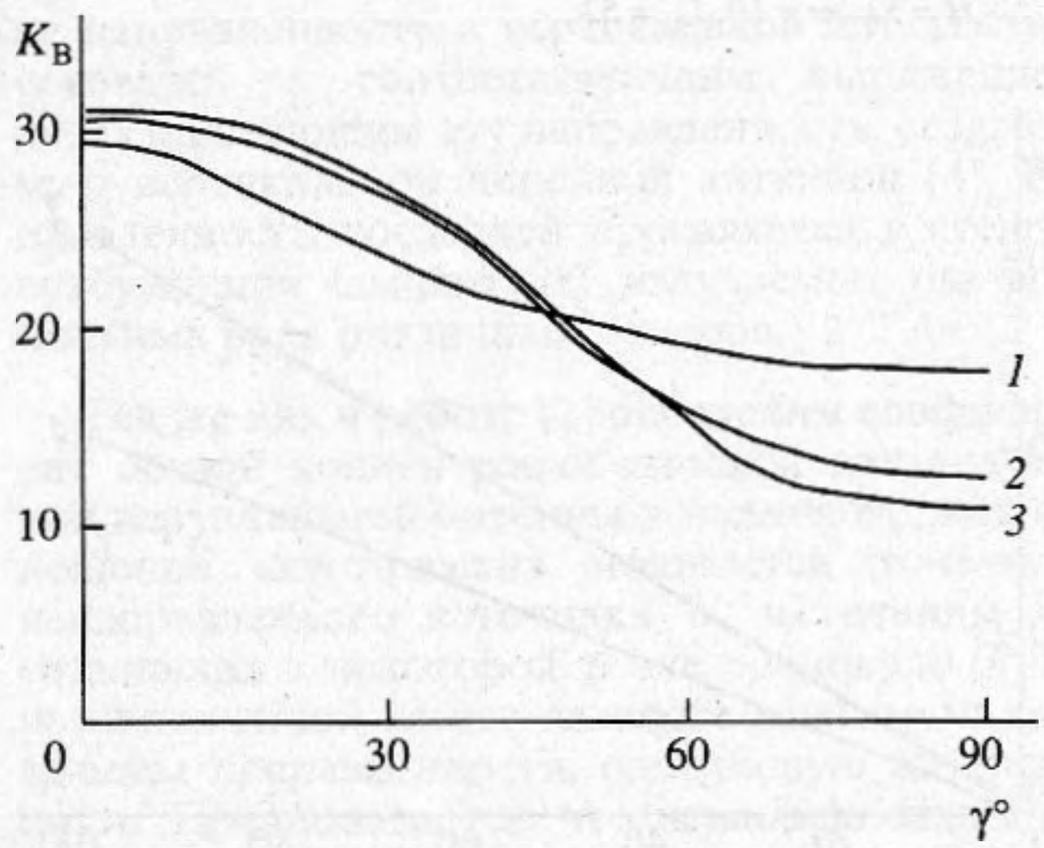


**Рис. 4.** Зависимость коэффициента концентрации $K_B$ от угла компенсации $\gamma$. $Z_0 = 0.5H$, $\beta = 0°$, $L_\Gamma = 10\lambda$, $H = 5\lambda$, $m = 10$, *1* – $L_B = \lambda$; *2* – $L_B = 3\lambda$; *3* – $L_B = 5\lambda$.

горизонтальной линейной антенны апертуры $L_\Gamma$ в этом волноводе, что и подтверждается расчетами по формуле (11).

В однородном волноводе фазовая скорость $l$-й нормальной волны $c_l$ и соответствующая ей длина волны $\lambda_l$ больше фазовой скорости $c$ и длины волны $\lambda$ в свободном пространстве. При этом с ростом номера нормальной волны $l$ $c_l$ и $\lambda_l$ увеличиваются, волновые размеры антенны, например, $L_\Gamma/\lambda_l$ уменьшаются, парциальная диаграмма направленности антенны в горизонтальной плоскости $D_l^\Gamma(\alpha)$ становится шире и соответствующий ей парциальный коэффициент концентрации

$$K_B^l = \frac{\pi}{\int\limits_{-\pi/2}^{+\pi/2} (D_l^\Gamma(\alpha))^2 d\alpha} \qquad (13)$$

уменьшается.

В свободном пространстве увеличение волновых размеров антенны предполагает увеличение отношения $L/\lambda$ независимо от того, изменяется ли апертура антенны $L$ при неизменной длине волны $\lambda$ или, наоборот, уменьшается $\lambda$ (или увеличивается частота $\omega$) при постоянной $L$. В волноводе картина несколько иная. При постоянной частоте $\omega$, а значит и $\lambda_l$, рост $L_\Gamma$ приводит к увеличению волновых размеров антенны $L_\Gamma/\lambda$ при неизменном числе излучаемых нормальных волн $m$. Если частота $\omega$ увеличивается, а значит, $\lambda_l$ уменьшается, но при этом толщина волновода и размеры антенны не меняются, то наряду с увеличением волновых размеров антенны $L_\Gamma/\lambda_l$ увеличивается и число нормальных волн $m$, распространяющихся в волноводе.

Поведение коэффициента концентрации плоской прямоугольной вертикальной антенны в волноводе с изменением волновых размеров горизонтальной апертуры $L_\Gamma/\lambda$ качественно подобно поведению коэффициента концентрации горизонтальной линейной антенны в волноводе. Как показали расчеты, при малых волновых размерах горизонтальной апертуры, когда выполняется условие $L_\Gamma \le 2\lambda$, зависимость $K_B(L_\Gamma/\lambda)$ носит нелинейный характер, а при $L_\Gamma \gg 2\lambda$ эта зависимость становится линейной (рис. 1). (Аналогичная картина имеет место в случае горизонтальной линейной антенны в волноводе и в свободном пространстве.) В случае излучения антенной только одной нормальной волны, как следует из (13), пропадает зависимость коэффициента концентрации от вертикальных размеров антенны $L_B$ (кривая *1* на рис. 1). При углах компенсации $\gamma = \beta = 0°$ с увеличением вертикальной апертуры антенны $L_B$ число излучаемых нормальных волн старших номеров уменьшается и величина $K_B$ возрастает (рис. 1). Увеличение волновых размеров горизонтальной апертуры антенны $L_\Gamma/\lambda$ с ростом числа распространяющихся в волноводе нормальных волн $m$ также характеризуется линейным увеличением коэффициента концентрации антенны $K_B(m)$ (рис. 2).

Рис. 3 иллюстрирует влияние вертикальных размеров антенны $L_B$ на величину ее коэффициента концентрации $K_B$ по сравнению с горизонтальной линейной антенной той же апертуры $L_\Gamma$ в том же волноводе и при различных значениях угла компенсации в вертикальной плоскости $\gamma$. С увеличением последнего номера излучаемых

антенной нормальных волн увеличиваются, соответствующие им парциальные коэффициенты концентрации уменьшаются и полный коэффициент концентрации $K_B$ также уменьшается, как это иллюстрирует рис. 4.

На величину угла компенсации в горизонтальной плоскости $\beta$ накладываются определенные ограничения (так же как и в случае горизонтальной линейной антенны в волноводе [2]). Угол $\beta$ и горизонтальные волновые размеры антенны $L_Г$ должны быть таковы, чтобы парциальные диаграммы направленности антенны, складываясь, давали один главный максимум в суммарной диаграмме направленности. При больших значениях $\beta$ и горизонтальных волновых размерах антенны часть или все парциальные диаграммы могут быть представлены в виде отдельных пиков на кривой суммарной диаграммы направленности [5]. В этом случае определение коэффициента концентрации антенны теряет смысл.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Смарышев М.Д.* Направленность гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1973.
2. *Елисеевнин В.А.* Коэффициент концентрации горизонтальной линейной антенны в волноводе // Акуст. журн. 1994. Т. 40. Вып. 5. С. 794 - 798.
3. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982.
4. *Кравцов Ю.А., Кузькин В.М.* Об излучении антенны в многомодовом волноводе с плавно меняющимися параметрами // Акуст. журн. 1985. Т. 31. Вып. 2. С. 207 - 210.
5. *Елисеевнин В.А.* Диаграмма направленности компенсированной излучающей горизонтальной линейной антенны в волноводе // Акуст. журн. 1989. Т. 35. Вып. 3. С. 468 - 472.
6. *Кузькин В.М., Фролова Т.А.* Усредненный закон спадания интенсивности звукового поля протяженной вертикальной антенны в мелком море // Акуст. журн. 1988. Т. 34. Вып. 5. С. 891 - 897.
7. *Кузькин В.М., Раввин А.В.* Экспериментальное исследование пространственно-угловой структуры коэффициента концентрации линейной вертикальной антенны в мелком море // Акуст. журн. 1991. Т. 37. Вып. 1. С. 134 - 138.

# The Concentration Coefficient of a Plane Rectangular Vertical Array in a Waveguide

**V. A. Eliseevnin**

An expression for the concentration coefficient of a plane rectangular vertical emitting array in a homogeneous water layer is obtained. Calculations of this coefficient for a variety of parameters of the array and the waveguide are presented. The radiated sound field is represented as a discrete spectrum of normal modes.