АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1994, том 40, № 6, с. 903 - 908

УДК 532.526+534.23;534.4

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЗВУКА УПРУГОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНОЙ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

© 1994 г. А. А. Борисюк

Институт гидромеханики АН Украины

252057 Киев, ул. Желябова, 8/4

Поступила в редакцию 18.11.93 г.

Показаны различия в характеристиках звуковых полей, создаваемых упругими прямоугольными пластинами как в воздухе, так и в воде. Они обусловлены различиями в модельных представлениях поля пульсаций давления в турбулентном погранслое. Установлено, что вклад конвективных составляющих поля пульсаций давления в колебательные и звуковые поля обтекаемых упругих конструкций является существенным.

Представляет интерес изучение шума, возникающего при движении деформируемых объектов в жидкостях и газах, т.е. задача излучения звука при вынужденных колебаниях элементов обтекаемых конструкций в акустической среде. Однако, при моделировании различных практически важных ситуаций есть значительные трудности, связанные с отсутствием достаточно хорошо обоснованных моделей вынуждающих сил – турбулентных пульсаций давления на стенке. Появление первой работы [1] в этом направлении стимулировало интерес к проблеме их адекватного описания. На сегодня предложено несколько новых моделей [2 - 4], призванных более правильно отразить структуру поля пульсаций давления на стенке в области относительно малых волновых чисел $\omega/c_0 < k_1 \ll \omega/U_c$ (здесь ω – частота, c_0 – скорость звука в акустической среде, U_c – конвективная скорость, k_1 – волновое число в направлении набегающего потока), играющей основную роль в процессе переизлучения энергии пристеночной турбулентности упругими телами в потоке. Но в постановке эксперимента, позволяющего определить параметры той или иной модели, существуют принципиальные трудности. Прямое измерение частотно-волнового спектра невозможно, и все имеющиеся оценки получены косвенным образом при наблюдении за движением колеблющегося тела [5]. Если речь идет о низковолновой части спектра, то существенную информацию о его структуре можно получить при изучении дальнего звукового поля, энергии излучения на различных частотах. Цель настоящей работы – показать различия в характеристиках звуковых полей, излучаемых колеблющейся под действием турбулентного потока пластиной. Упомянутые различия обусловлены различиями в моделях частотно-волнового спектра поля пульсаций давления.

Рассматривается следующая акустическая задача. Имеется прямоугольная шарнирно опертая упругая пластина со сторонами l_1 и l_2, помещенная в бесконечный жесткий экран, контактирующая с одной стороны с акустической средой. Ее колебания возбуждаются турбулентными пульсациями давления $p(x_1, x_2, \omega)$ на стенке. Поле p считается статистически стационарным во времени и однородным в пространстве. Искомой величиной является полная излучаемая энергия.

Рассматривая постановку задачи о возбуждении колебаний турбулентным пограничным слоем, следует обратить внимание на следующее предположение. В реальных ситуациях характеристики турбулентного пограничного слоя меняются вдоль обтекаемой поверхности. В связи с этим при постановке задачи об излучении звука пластинкой в бесконечном экране по сути делается предположение о том, что в различных сечениях потока развитый турбулентный пограничный слой отличается только интенсивностью пульсаций давления (спектром мощности). Пространственное же распределение поля пульсаций является инвариантным.

Существо принимаемой модели явления отражено в следующем уравнении колебаний пластины, записанном для поперечной скорости точек срединной поверхности $v(x_1, x_2, \omega)$ при соответствующих граничных условиях:

$$D_s\Delta\Delta v - m_s\omega^2 v - i\omega C_d v = i\omega\,(p + p_a|_{x_3=0}),$$
$$v|_{x_1=0,\,l_1} = v|_{x_2=0,\,l_2} = 0,$$
$$\left.\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2}\right|_{x_1=0,\,l_1} = \left.\frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2}\right|_{x_2=0,\,l_2} = 0. \qquad (1)$$

Здесь D_s, m_s, C_d – изгибная жесткость, поверхностная масса и коэффициент демпфирования материала пластины соответственно; ρ_0 – плотность акустической среды и p_a – акустическое давление. В рамках классической модели идеальной сжимаемой среды $p_a(x_1, x_2, x_3, \omega)$ удовлетворяет

уравнению Гельмгольца и соответствующим граничным условиям:

$$(\Delta + k_0^2)\, p_a = 0, \quad x_3 > 0,$$

$$\left.\frac{\partial p_a}{\partial x_3}\right|_{x_3=0} = i\rho_0\omega v, \quad 0 < x_1 < l_1, \quad 0 < x_2 < l_2, \tag{2}$$

$$v = 0, \quad x_1 \notin (0, l_1), \quad x_2 \notin (0, l_2), \quad k_0 = \omega / c_0.$$

Задача (1), (2) решается посредством разложения скорости в бесконечный ряд по собственным формам колебаний пластины в вакууме:

$$\Psi_{mn}(x_1, x_2) = \sin k_m x_1 \sin k_n x_2, \quad k_m = m\pi / l_1, \quad k_n = n\pi / l_2. \tag{3}$$

Ее решение имеет вид:

$$v(x_1, x_2, \omega) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} v_{mn}(\omega)\Psi_{mn}(x_1, x_2),$$

$$p_a(x_1, x_2, x_3, \omega) = \frac{\rho_0 c_0}{(2\pi)^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} v_{mn}(\omega) \times \tag{4}$$

$$\times \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{A_m(k_1)A_n(k_2)\exp\left[i\left(k_1x_1 + k_2x_2 + (k_0^2 - k_1^2 - k_2^2)^{1/2}x_3\right)\right]}{(1 - (k_1^2 + k_2^2)/k_0^2)^{1/2}}\, dk_1 dk_2.$$

Здесь

$$v_{mn}(\omega) = \frac{i\omega}{a_{mn}(\omega)}\frac{4}{l_1 l_2}\int_0^{l_1}\int_0^{l_2} p(x_1, x_2, \omega)\Psi_{mn}(x_1, x_2)\, dx_1 dx_2,$$

$$a_{mn}(\omega) = m_s\left[\omega_{mn}^2 - \left(1 + \frac{m_{mn}(\omega)}{m_s}\right)\omega^2 - i\omega\omega_{mn}\left(\eta_s + \frac{\rho_0 c_0 \sigma_{mn}(\omega)}{m_s\omega_{mn}}\right)\right],$$

$\frac{1}{(2\pi)^2}A_m(k_1)A_n(k_2)$ – пространственные Фурье-образы нормальных мод (3), η_s – структурное демпфирование, $\omega_{mn} = (D_s/m_s)^{1/2}(k_m^2 + k_n^2)$ – собственные частоты пластины в вакууме, $\sigma_{mn}(\omega)$ и $m_{mn}(\omega)$ – эффективность излучения и присоединенная масса моды (m, n) соответственно:

$$\rho_0 c_0 \sigma_{mn}(\omega) - i\omega m_{mn}(\omega) = \frac{4}{l_1 l_2}\frac{\rho_0 c_0}{\pi^2}\iint_0^{\infty}\frac{|A_m(k_1)|^2|A_n(k_2)|^2}{(1 - (k_1^2 + k_2^2)/k_0^2)^{1/2}}\, dk_1 dk_2,$$

$$|A_m(k_j)|^2 = A_m(k_j)A_m^*(k_j) = \frac{2k_m^2}{(k_m^2 - k_j^2)^2}\left[1 - (-1)^m \cos k_j l_j\right], \quad j = 1, 2,$$

символ * указывает на комплексное сопряжение.

Спектр мощности $\Pi(\omega)$ излучаемого пластиной звука определяется из соотношения [6]:

$$\Pi(\omega)\delta(\omega - \omega') = \iint_0^{l_1 l_2}\langle p_a^*(x_1, x_2, 0, \omega)\, v(x_1, x_2, \omega)\rangle\, dx_1 dx_2, \tag{5}$$

в котором принимается во внимание только действительная часть интеграла, а угловые скобки означают операцию осреднения по множеству реализаций.

Оставляя в стороне громоздкие выкладки, выпишем окончательное выражение для $\Pi(\omega)$:

$$\Pi(\omega) = \frac{l_1 l_2}{4}\rho_0 c_0 \omega^2 \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sigma_{mn}(\omega)}{|a_{mn}(\omega)|^2}\Phi_{p_{mn}}(\omega). \tag{6}$$

Здесь

$$\Phi_{p_{mn}}(\omega) = \frac{4}{(l_1 l_2)^2}\iint_{-\infty}^{\infty}|A_m(k_1)|^2|A_n(k_2)|^2\Phi_p(k_1, k_2, \omega)\, dk_1 dk_2,$$

$\Phi_p(k_1, k_2, \omega)$ – частотно-волновой спектр пульсаций давления на стенке.

В качестве общей характеристики приведенного решения (6) отметим следующие моменты. Влияние турбулентного погранслоя на величину излучаемой энергии определяется частотно-волновым спектром. Кроме того, представляется очевидным, что связь между указанной спектральной характеристикой и излучаемой мощностью довольно сложна. При качественном анализе выражения (6) можно отметить, что здесь явным образом отражены два физически важных фактора. Как и следовало ожидать, полная мощность, излучаемая пластиной, равна сумме мощностей, излучаемых отдельными модами. Однако эффективность модового излучения обусловлена двумя обстоятельствами. С одной стороны, учитывая вид и физический смысл выражений для $a_{mn}(\omega)$ (4), можно говорить о влиянии резонансных эффектов. Видно, что наименьшее значение величина a_{mn} имеет при совпадении частоты внешних воздействий с собственной частотой пластины, вычисленной с учетом присоединенной массы $m_{mn}(\omega)$.

С другой стороны, эффективность излучения моды определяется степенью изменяемости перемещений в плоскости пластины. Известно, что чем выше степень изменяемости (чем больше число узловых линий) у соответствующей формы колебаний, тем хуже она излучает энергию при прочих равных условиях. Именно это обстоятельство отражено введением коэффициента $\sigma_{mn}(\omega)$, который определен как эффективность излучения.

Все, что касается турбулентных внешних воздействий на пластину, отражено в функции частотно-волнового спектра Φ_p (рис. 1а). Именно с построением явных выражений для этой функции связана работа по построению моделей поля турбулентных пульсаций давления на обтекаемой стенке. Существующие в настоящее время модели для Φ_p [1 - 4] имеют одинаковую, хорошо обоснованную экспериментальными наблюдениями структуру в области, близкой в конвективному волновому числу $k_c = \omega/U_c$. Следует отметить, что диапазон вблизи k_c при практически важных значениях ω и U_c соответствует нагрузке с большой изменяемостью и, следовательно, с низкой эффективностью излучения соответствующих мод. Поэтому для задач гидро- и аэроакустики большой интерес представляет поведение спектра Φ_p в области малых волновых чисел вплоть до $k_1 = k_0$. Однако здесь практически отсутствуют достоверные экспериментальные данные, и представления о структуре Φ_p формируются на базе общих соображений. В результате отличия между предложениями разных авторов достигают десятков децибел. Естественно, что этот факт отразится и в оценках мощности излучения звука пластиной.

Все существующие к настоящему времени исследования переизлученной энергии пристеночной турбулентности упругими телами в потоке [6, 7 - 10 и др.] основаны на использовании модели Коркоса [1]. В ее рамках установлены определенные соотношения между энергетическими уровнями различных компонент поля пульсаций давления. Причем, как показано в работе Мартина и Лихи [5] и др. [4, 6, 11], уровни длинноволновых компонент в ней завышены на 25 - 35 дБ. Это обстоятельство приводит не только к ошибкам при расчетах характеристик колебательных и звуковых полей, но также и к искажению роли различных составляющих поля нагрузки в генерируемых турбулентным потоком полях. В связи с этим, переход к другим моделям [2 - 4] (в рамках которых существенно изменилось соотношение между уровнями конвективных и длинноволновых составляющих) даст возможность с одной стороны получать более достоверные оценки характеристик колебательных и звуковых полей, а с другой – с большей достоверностью определять весомость вклада составляющих турбулентных пульсаций в эти поля.

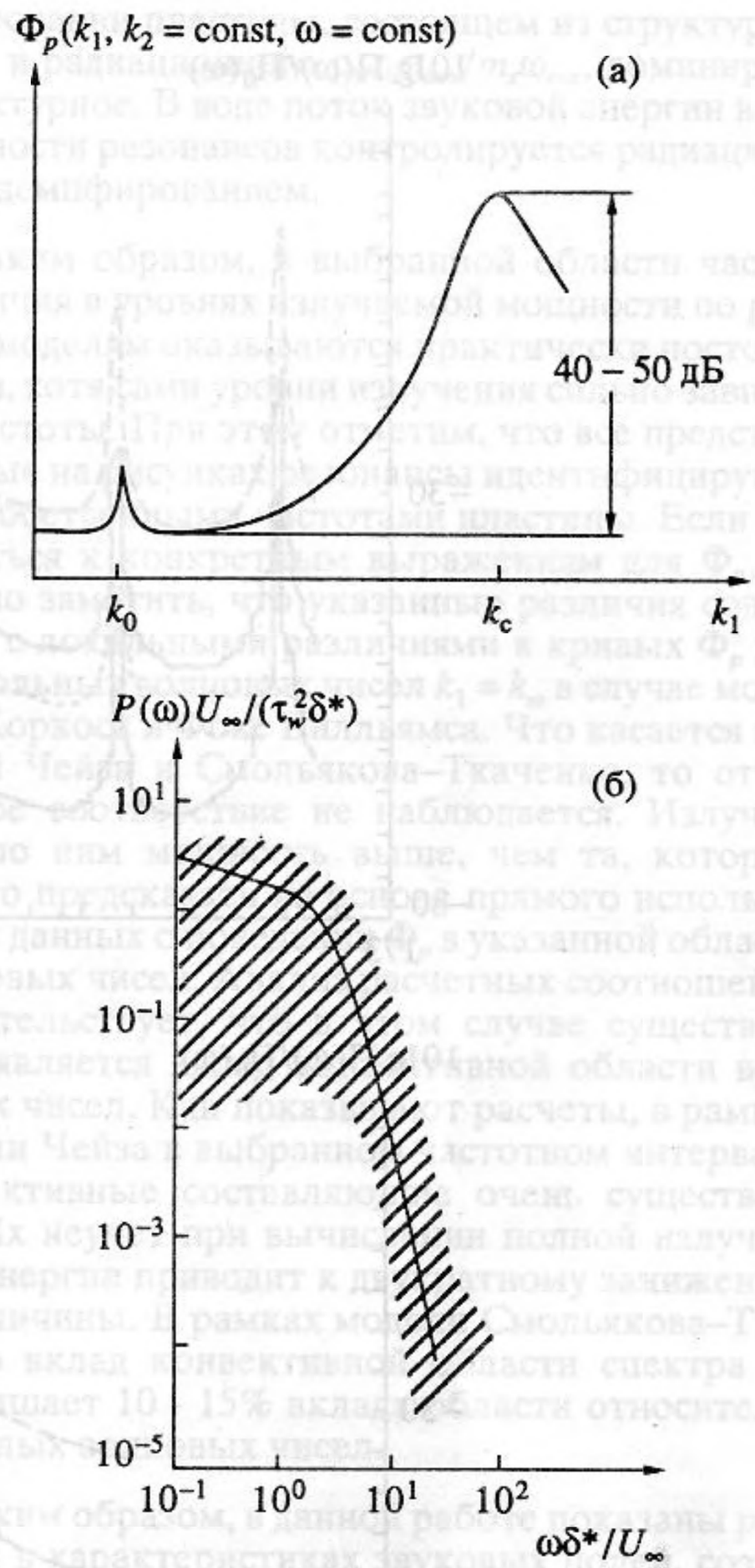

Рис. 1. Общий вид. а – Частотно-волновой спектр $\Phi_p(k_1, k_2, \omega)$ [2, 6]; б – спектр мощности $P(\omega)$ [6, 13 - 16], турбулентных пульсаций давления на стенке (U_∞ – скорость набегающего потока, τ_w – напряжение трения на стенке, δ^* – толщина вытеснения турбулентного погранслоя; заштрихованным выделена область разброса опубликованных экспериментальных данных).

В общем решении (6) действие длинноволновых ($k_1 \ll k_c$) и конвективных ($k_1 \approx k_c$) компонент проявляется следующим образом. Прежде всего, они возбуждают пространственно согласующиеся с ними формы колебаний (назовем их соответственно длинноволновыми $k_m \ll k_c$ и конвективными $k_m \approx k_c$ [12]). Кроме того, длинноволновые составляющие возбуждают также и конвективные моды, а конвективные компоненты, в свою очередь – длинноволновые моды. И те и другие формы колебаний вносят вклад в излучаемый пластиной звук. Однако весомость этого вклада различная. Все здесь определяется выбором частоты внешнего воздействия, ее положением относительно частоты совпадения пластины,

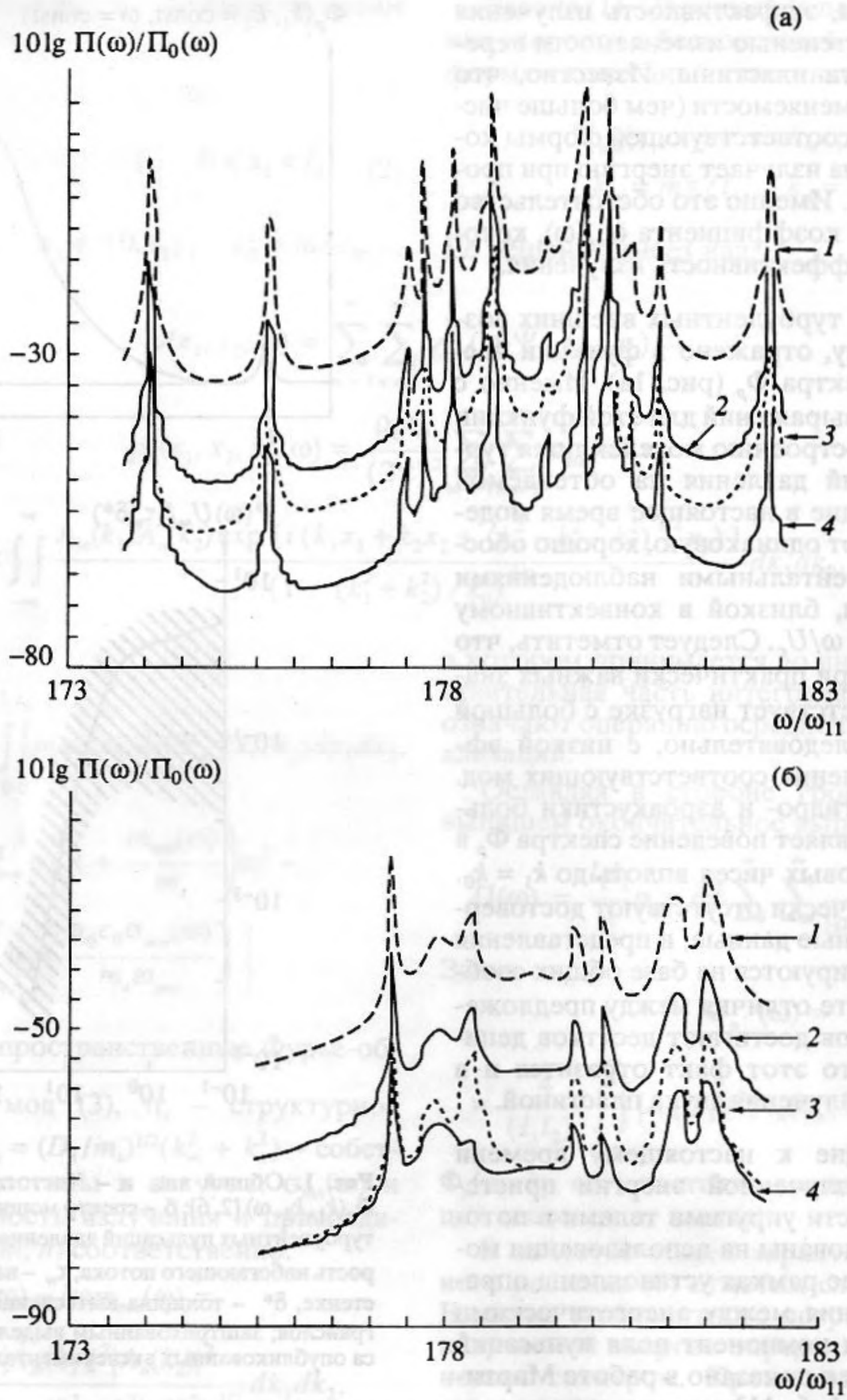

Рис. 2. Спектр мощности излучаемого пластиной звука в легкую (а: воздух, $U_\infty = 40$ м/с) и тяжелую (б: вода, $U_\infty = 10$ м/с) акустическую среду. Расчет по моделям Коркоса (*1*), Фокс Вилльямса (*2*), Смольянова–Ткаченко (*3*) и Чейза (*4*).

выбором величин параметров упругого элемента и турбулентного потока.

Исходя из анализа распределения мощности турбулентных пульсаций по частотам (рис. 1б), целесообразно рассматривать только диапазоны относительно низких частот, которым свойственна большая энергонасыщенность турбулентных флуктуаций (на высоких частотах турбулентные пульсации обладают очень малой мощностью и возбуждаемые ими упругие структуры создают крайне низкие уровни звука, практически не отличающиеся от уровней естественных шумов). При этом для эффективного резонансного возбуждения (а, следовательно, и эффективного излучения) возбуждаемая структура должна быть достаточно упругой, чтобы для частотных U_∞/δ^* масштабов течения в погранслое собственные частоты ω_{mn} ее низших мод (соответствующих длинноволновым модам) попадали в указанные диапазоны ($\omega \approx \omega_{mn}$). Случай, когда низшие частоты выходят за рамки рассматриваемых интервалов ($\omega \ll \omega_{mn}$), по сути соответствует обтеканию

жестких структур, и в данной работе не рассматривается.

В такой ситуации при оценках излучаемой мощности в (6) будут фигурировать только резонансы мод с относительно небольшим числом узловых линий (длинноволновых мод). В работе [12] было показано, что независимо от существенной разницы в уровнях возбуждения, такие моды на своих резонансах генерируют звук значительно большей интенсивности, нежели конвективные моды. Этот факт позволяет пренебречь вкладом последних в переизлучаемую энергию. Следовательно, для практически важных частотных интервалов энергонасыщенных пульсаций длинноволновые и конвективные компоненты флуктуаций давления вносят вклад в излучаемый пластиной звук только через возбуждаемые ими длинноволновые формы колебаний.

Степень их возбуждения, помимо прочих обстоятельств, определяется двойным интегралом в (6). При этом его величина определяется двумя факторами – амплитудой (энергонасыщенностью) составляющих внешнего воздействия и их пространственной согласованностью с (m, n)-й формой колебаний. Если длинноволновые компоненты хорошо согласуются с рассматриваемыми модами, то коротковолновым конвективным присуща куда большая энергонасыщенность. Поскольку пространственная согласованность от выбора модели не зависит, то именно разница в уровнях энергонасыщенности составляющих в рамках существующих моделей [1 - 4] является основным показателем весомости вклада соответствующих областей частотно-волнового спектра в излучаемую пластиной звуковую энергию.

На рис. 2 представлены частотные зависимости излучаемой мощности ($10\lg\Pi(\omega)/\Pi_0(\omega)$, $\Pi_0(\omega) = l_1 l_2 \rho_0 c_0 P(\omega)/4 m_s^2 \omega^2$), рассчитанные по четырем моделям турбулентности. Расчеты проводились ниже частоты совпадения (при этом выбор частотного интервала согласуется с приведенными рассуждениями об относительно невысоких частотах в спектре мощности $P(\omega)$; кроме того, рассматриваемые частоты соответствуют частотному диапазону в [5, 11]). Поэтому, согласно [10], во внимание принимались как резонансные в рассматриваемой полосе частот моды с низкой эффективностью излучения ($\omega \approx \omega_{mn}$, $\sigma_{mn} \ll 1$), так и нерезонансные высокоэффективные моды ($\omega \neq \omega_{mn}$, $\sigma_{mn} \approx 1$). При этом для всех выбранных форм колебаний характерно соотношение $k_m \ll k_c$ (т.е. это длинноволновые моды).

При расчетах геометрические размеры пластины полагались $l_1/l_2 = 1.5$, частоты нормировались к ее низшей собственной частоте ω_{11}. Излучение предполагается в легкую (рис. 3) акустическую среду (рис. 2). В легкой среде пренебрегалось влиянием присоединенной массы на резонансные эффекты, а также считалось, что в полном демпфировании пластины, состоящем из структурного η_s и радиационного $\rho_0 c_0 \sigma_{mn}/m_s \omega_{mn}$, доминирует структурное. В воде поток звуковой энергии в окрестности резонансов контролируется радиационным демпфированием.

Таким образом, в выбранной области частот различия в уровнях излучаемой мощности по разным моделям оказываются практически постоянными, хотя сами уровни излучения сильно зависят от частоты. При этом отметим, что все представленные на рисунках резонансы идентифицируются с собственными частотами пластины. Если обратиться к конкретным выражениям для Φ_p, то можно заметить, что указанные различия совпадают с локальными различиями в кривых Φ_p для продольных волновых чисел $k_1 = k_m$ в случае моделей Коркоса и Фокс Вилльямса. Что касается моделей Чейза и Смольякова–Ткаченко, то отмеченное соответствие не наблюдается. Излучаемая по ним мощность выше, чем та, которую можно предсказать на основе прямого использования данных о поведении Φ_p в указанной области волновых чисел. Анализ расчетных соотношений свидетельствует, что в этом случае существенным является вклад конвективной области волновых чисел. Как показывают расчеты, в рамках модели Чейза в выбранном частотном интервале конвективные составляющие очень существенны. Их неучет при вычислении полной излучаемой энергии приводит к двукратному занижению ее величины. В рамках модели Смольякова–Ткаченко вклад конвективной области спектра не превышает 10 - 15% вклада области относительно малых волновых чисел.

Таким образом, в данной работе показаны различия в характеристиках звуковых полей, создаваемых упругими прямоугольными пластинами в легкой (воздух) и в тяжелой (вода) акустической среде, обусловленные различиями в модельных представлениях поля пульсаций давления в турбулентном погранслое. При этом установлено, что вклад конвективных составляющих поля пульсаций давления в колебательные и звуковые поля обтекаемых упругих конструкций является существенным. Связанные с учетом этих составляющих эффекты трансформации энергии (на структурных неоднородностях – на опертом крае) от коротковолновых к длинноволновым компонентам поля пульсаций давления обуславливают значительное повышение излучаемой энергии.

Работа выполнена по Программе Госкомитета Украины по науке и технологии № 1/873 от 4 июля 1992 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Corcos G.M.* The resolution of pressure in turbulence // J. Acoust. Soc. Amer. 1963. V. 35. № 1. P. 192 - 199.

2. *Chase D.M.* Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure // J. Sound Vibr. 1980. V. 70. № 1. P. 29 - 67.
3. *Ffowcs Williams J.E.* Boundary-layer pressures and the Corcos model: a development to incorporate low-wavenumber constraints // J. Fluid Mech. 1982. V. 125. P. 9 - 25.
4. *Смольяков А.В., Ткаченко В.М.* Модели поля псевдозвуковых турбулентных пристеночных давлений и опытные данные // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 6. С. 1199 - 1207.
5. *Martin N.C., Leehey P.* Low wavenumber wall pressure measurements using a rectangular membrane as a spatial filter // J. Sound Vibr. 1977. V. 52. № 1. P. 95 - 120.
6. *Blake W.K.* Mechanics of Flow-Induced Sound and Vibration. V. 1, 2. N.Y.: Acad. Press Inc., 1986.
7. *Ефимцов Б.М.* Влияние пространственных масштабов корреляции случайных пульсаций давления на акустическое излучение пластины // Акуст. журн. 1980. Т. 26. № 4. С. 560 - 568.
8. *Ефимцов Б.М., Преображенская И.И.* Излучение звука пластиной, возбуждаемой случайными по пространству и времени продольными силами // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 5. С. 616 - 621.
9. *Davies H.G.* Sound from Turbulent-Boundary-Layer-Excited Panels // J. Acoust. Soc. Amer. 1971. V. 49. № 3. (Part 2). P. 878 - 889.
10. *Leppington F.G., Broadbent E.G., Heron K.H., Mead S.M.* Resonant and non-resonant acoustic properties of elastic panels. 1. The radiation problem // Proc. R. Soc. Lond. 1986. Ser. A. V. 406. P. 139 - 171.
11. *Гринченко В.Т., Борисюк А.А.* Сравнительный анализ моделей поля пульсаций давления в турбулентном пограничном слое // Гидромеханика. 1993. Т. 66. С. 24 - 28.
12. *Борисюк А.А.* О роли различных составляющих поля пульсаций давления в переизлучаемой энергии турбулентности упругими телами в потоке // Деп. в ГНТБ Украины 22.04.93. № 835-Ук93.
13. *Смольяков А.В., Ткаченко В.М.* Измерение турбулентных пульсаций. Л.: Энергия, 1980.
14. *Willmarth W.W., Roos F.W.* Resolution and structure of the wall pressure field beneath a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1965. V. 22 (part 1). P. 81 - 94.
15. *Ефимцов Б.М.* Характеристики поля пристеночных турбулентных пульсаций давления при больших числах Рейнольдса // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 4. С. 491 - 497.
16. *Ефимцов Б.М.* Критерии подобия спектров пристеночных пульсаций давления турбулентного пограничного слоя // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 1. С. 58 - 61.

Acoustic Radiation of an Elastic Rectangular Plate Excited by a Turbulent Boundary Layer

A. A. Borisyuk

The characteristics of the acoustic fields produced by elastic rectangular plates in air and in water are examined. It is shown that differences in these characteristics are due to the model representation of the pressure fluctuation field in the turbulent boundary layer. It is shown that the convective fluctuation components make a significant contribution to the vibration and acoustic fields of elastic structures.