АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 1994, том 40, № 2, с. 212 - 214

УДК 534.6

ВЛИЯНИЕ ФОКУСИРОВАНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН НА ДИСПЕРСИЮ ДОПЛЕРОВСКОГО СПЕКТРА

© 1994 г. Е. А. Баранник

Харьковский государственный университет
310077 Харьков, пл. Свободы, 4

Поступила в редакцию 09.09.93 г.

Получено аналитическое выражение для дисперсии спектра доплеровского сигнала, учитывающее дифракцию пучков волн, изменение геометрии пучка и кривизны волновых фронтов в результате статического или динамического фокусирования, и импульсный режим излучения.

Физические механизмы формирования спектральных характеристик доплеровских сигналов, полученных посредством импульсного или непрерывного лоцирования движущихся сред, изучены к настоящему времени достаточно хорошо [1 - 5]. Наибольшее влияние на ширину доплеровского спектра от линии тока оказывает величина измерительного объема, формируемого в исследуемой области ультразвуковым преобразователем, и кривизна волновых фронтов, устанавливающая значение угла θ между локальным направлением волнового вектора **k** и линией тока. В конечном итоге оба эти фактора определяются отношением апертуры преобразователя $D = 2b$ к длине волны λ и, в случае импульсного режима излучения, длительностью зондирующих импульсов. Главная сложность заключается в корректном учете дифракционных эффектов для волновых полей, приводящих к существенным отклонениям от модели плоских волн. В этом смысле чрезвычайно удобным и физически наглядным оказывается применение точных решений параболического уравнения теории дифракции, позволяющих получать [4 - 6] аналитические выражения для спектральных характеристик доплеровского сигнала и дающих ясное представление о степени влияния того или иного фактора. В работе [5], в частности, было показано, что дисперсия спектра мощности доплеровского сигнала, как функция безразмерной переменной ω/ω_0 (ω_0 – центральная частота спектра), при импульсном лоцировании имеет постоянную составляющую, обратно пропорциональную квадрату числа периодов N колебаний несущей частоты в импульсе.

В импульсно-доплеровских системах применяется, как правило, фокусированный ультразвук, поэтому в данной работе результаты [4, 5] обобщаются с учетом возможности статического или динамического фокусирования падающего и отраженного пучков волн с гауссовой аподизацией амплитуды колебаний. В этом случае функцию распределения чувствительности ультразвукового преобразователя по полю с точностью до размерного постоянного множителя можно записать в виде

$$G'_p(\mathbf{r}) = G'(\mathbf{r})b\,(T_0 - 2x'/c)\,, \tag{1}$$

где $G'(\mathbf{r})$ для сферически фокусированных пучков [7] есть

$$G'(\mathbf{r}) = \frac{\exp\left\{-2i\,\mathrm{arctg}\,\dfrac{x' l_д^{-1}}{1-\gamma x' l_д^{-1}}\right\}}{(1-\gamma x' l_д^{-1})^2 + x'^2 l_д^{-2}} \times$$
$$\times \exp\left\{\frac{2l_д^2}{\alpha^2 b^2}\,\frac{y'^2+z'^2}{(l_д-\gamma x' l_д^{-1})^2 + x'^2 l_д^{-2}}\left[-1 + i\left(\frac{x'}{l_д} + \gamma^2\frac{x'}{l_д} - \gamma\right)\right]\right\}. \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{r}' = \mathbf{r}'(x, y, z)$ – координаты точки относительно преобразователя (рисунок), $b(t) = \exp\{-(2ct/N\lambda)^2\}$ – огибающая импульса, T_0 – временная задержка, определяющая глубину лоцирования $l_0 = cT_0/2$, $\gamma = l_д/R_0$ – степень фокусирования, R_0 – радиус кривизны активного элемента преобразователя, $l_д = \pi\alpha^2 b^2/\lambda$ – френелевское расстояние и $2\alpha b$ – ширина гауссовой аподизирующей функции пучков волн.

Следуя [4, 5], спектр мощности доплеровского сигнала от линии тока, полученный в борновском приближении с учетом принципа взаимности, оценим по методу перевала. В этом приближении с точностью до размерного постоянного множителя, определяемого как рассеивающими свойствами среды, так и параметрами падающих и

отраженных пучков волн, для спектральной мощности имеем

$$S(\omega,y,z) = 8V^{-1}(y,z)\frac{|\varphi(w_0)|^2}{\alpha^2 b^2 |f''(w_0)|}\times$$
$$\times\exp\left\{2\frac{l_д^2}{\alpha^2 b^2}\mathrm{Re}f(w_0)\right\}, \qquad (3)$$
$$\varphi(w) = \frac{l_д^2}{[l_д-\gamma x'(w,y)]^2 + x'^2(w,y)},$$

где V – скорость движения вдоль линии тока с координатами y, z. Безразмерное уравнение $f(w_0) = 0$ для точки перевала w_0, в котором за единицу длины принята величина $l_д$, в рассматриваемом случае сферически фокусированных волн (1) - (2) имеет вид

$$\frac{1}{(1-\gamma x')^2 + x'^2}\left\{(y'^2+z'^2)\times\right.$$
$$\left.\times\frac{[x'-\gamma(1-\gamma x')+i]^2}{(1-\gamma x')^2+x'^2}+\alpha^2 b^2\right\}-$$
$$-2y'\frac{x'-\gamma(1-\gamma x')+i}{(1-\gamma x')^2+x'^2}\mathrm{tg}\,\theta+ \qquad (4)$$
$$+i\left(\frac{4}{\pi N\alpha b}\right)^2(l_0-x')+2\Omega=0,$$

где $\Omega = \omega/2kV\cos\theta - 1$. Решая уравнения (4) относительно y' и ограничиваясь линейными по y', y и $z' = z$ членами, находим

$$y' = \left\{i\left(\frac{4}{\pi N\alpha b}\right)^2\frac{y}{\cos\theta}+2\Omega\,\mathrm{tg}\,\theta\right\}\times$$
$$\times\left\{2\frac{l_0-\gamma(1-\gamma l_0)+i}{(1-\gamma l_0)^2+l_0^2}\mathrm{tg}^2\theta+i\left(\frac{4}{\pi N\alpha b}\right)^2\right\}^{-1}. \qquad (5)$$

Отсюда, используя очевидную связь между штрихованными и нештрихованными координатами, получаем выражение для точки перевала

$$w_0 = \frac{1}{\sin\theta}(y'-y\cos\theta). \qquad (6)$$

Согласно (5) пренебречь квадратичными по y' членами в (4) можно при условии малости величин y и Ω, поэтому решение (5) - (6) справедливо, если y, z, $\Omega \ll 1$. Подстановка (5) и (6) в (3) после

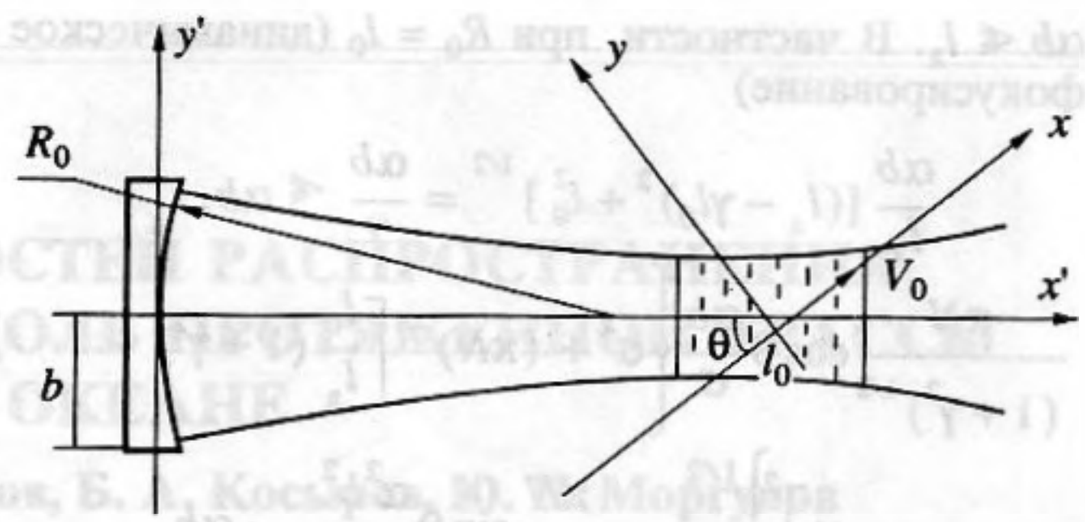

Рис. 1.

громоздких, но несложных преобразований приводит к следующему выражению:

$$S(\omega,y,z) =$$
$$= \frac{(1+\gamma^2)^{1/2}}{V\cos^2\theta\left\{\sigma^4+(\pi N)^{-4}\left[\frac{l_0}{l_д}(1+\gamma^2)-\gamma\right]^2\right\}^{1/2}}\times$$
$$\times\frac{l_д^{3/2}}{[(l_д-\gamma l_0)^2+l_0^2]^{3/2}}\exp\left\{-\frac{\Omega^2}{2\sigma^2}-\right.$$
$$-\frac{4l_д^2}{(l_д-\gamma l_0)^2+l_0^2}\frac{z^2}{\alpha^2 b^2}- \qquad (7)$$
$$-\frac{4(1+\gamma^2)(\pi N)^{-2}\sigma^2}{\sigma^4+(\pi N)^{-4}\left[\frac{l_0}{l_д}(1+\gamma^2)-\gamma\right]^2}\left[\frac{1}{\cos\theta}\frac{y}{\alpha b}-\right.$$
$$\left.\left.-\mathrm{tg}\,\theta\left[\frac{l_0}{l_д}(1+\gamma^2)-\gamma\right]\frac{\alpha b}{8l_д\sigma^2}\Omega\right]^2\right\},$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha^2 b^2}{16 l_д^2}\left[2(1+\gamma^2)\mathrm{tg}^2\theta+\left(\frac{4l_д}{\pi N\alpha b}\right)^2\right], \qquad (8)$$

которое верно для центральной части спектра мощности доплеровского сигнала от линии тока, расположенной на небольшом по сравнению с $l_д$ расстоянии от точки лоцирования l_0. Такой точности достаточно для вычисления полной спектральной мощности при лоцировании с глубины l_0, поскольку из (7) следует, что наибольшее падение экспоненциально убывающей величины $S(\omega, y, z)$ происходит на расстояниях, не превышающих

$\alpha b \ll l_д$. В частности, при $R_0 = l_0$ (динамическое фокусирование)

$$\frac{\alpha b}{l_д}\left[(l_д - \gamma l_0)^2 + l_0^2\right]^{1/2} = \frac{\alpha b}{\gamma} \ll \alpha b,$$

$$\frac{\pi N}{(1+\gamma^2)^{1/2}}\cos\theta\frac{\alpha b}{\sigma}\left\{\sigma^4 + (\pi N)^{-4}\left[\frac{l_0}{l_д}(1+\gamma^2) - \right.\right.$$

$$\left.\left. -\gamma\right]^2\right\}^{1/2} \simeq \frac{\pi N}{2\sqrt{2}}\sin\theta\frac{\alpha^2 b^2}{l_д} \ll \alpha b,$$

если $\gamma \gg 1$. Улучшение разрешающей способности системы позволяет ограничиться при интегрировании по объему линиями тока в непосредственной близости к l_0 и пренебречь крупномасштабными изменениями скорости движения. В результате полный спектр мощности сигнала имеет вид

$$S(\omega) = \frac{\pi^2\alpha^2 b^2}{4\sigma\cos\theta}\frac{N}{V_0}\frac{l_д^2}{(l_д - \gamma l_0)^2 + l_0^2}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\sigma^2\omega_0^2}\right\}, \quad (9)$$

где $\omega_0 = 2kV_0\cos\theta$, V_0 – скорость вдоль линии тока на глубине l_0.

Выражение (8) для дисперсии спектра (9) учитывает дифракционные эффекты распространения волн, изменение геометрии пучков и кривизны волновых фронтов, обусловленное фокусировкой, и импульсный режим излучения. Как и следовало ожидать, фокусирование зондирующих импульсов приводит к увеличению дисперсии из-за уменьшения измерительного объема (заштрихованная область на рисунке) и соответствующего увеличения времяпролетного уширения спектра. При статическом фокусировании (R_0 = const) выражение (8) в пределах своей применимости не зависит от глубины лоцирования. Такая зависимость появляется при динамическом фокусировании. В частности, при сильном фокусировании $\gamma \gg 1$ и не слишком малых углах θ

$$\sigma = \frac{1}{4\sqrt{2}}\frac{\alpha D}{l_0}\operatorname{tg}\theta. \quad (10)$$

Полученная в [3] оценка среднеквадратичного отклонения, как функции расстояния z вдоль оси многоэлементного линейного фокусирующего преобразователя

$$\sigma = \frac{1}{2\sqrt{10}}\frac{D}{z}\operatorname{tg}\theta, \quad (11)$$

справедливая для дальней зоны излучения, совпадает с (10) по форме. Необходимо, однако, отметить, что выражение (11) относится к спектру доплеровского сигнала от элементарного рассеивателя ультразвука. Для получения конечного выражения и корректного сравнения ширины полного спектра необходимо произвести усреднение по скоростям элементарных рассеивателей, движущихся вдоль одной и той же линии тока, и суммирование по всем линиям тока, проходящим через измерительный объем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фиш П.* Доплеровские методы // Применение ультразвука в медицине / Под ред. Хилла К. М.: Мир, 1989. С. 395 - 432.
2. *Censor D., Newhouse V.L., Vonts T., Ortega H.V.* Theory of Ultrasound Doppler-Spectra Velocimetry for Arbitrary Beam and Flow Configuration // IEEE Trans. Biomed. Engin. 1988. V. 35. № 4. P. 740 - 751.
3. *Kim Yeng M., Park Song B.* Modeling of Doppler Signal Considering Sample Volume and Field Distribution // Ultrason. Imag. 1989. V. 11. № 3. P. 175 - 196.
4. *Баранник Е.А.* Влияние дифракционной расходимости и ширины пучков волн на спектр доплеровского сигнала // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 2. С. 237 - 244.
5. *Баранник Е.А.* Ширина спектра доплеровского сигнала при импульсном режиме излучения // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 5. С. 939 - 941.
6. *Баранник Е.А.* Зависимость спектральных характеристик доплеровского сигнала от геометрии ультразвукового преобразователя // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 5. С. 798 - 805.
7. *Новиков Б.К., Руденко О.В., Тимошенко В.И.* Нелинейная гидроакустика. Л.: Судостроение, 1981. С. 264.

The Effect of Ultrasound Wave Focusing on the Mean-Square Width of the Doppler Spectrum

E. A. Barannik

An analytical expression for the mean-square width of the Doppler signal spectrum is derived. This expression allows for the diffraction of sound beams, variations in the beam geometry, wavefront curvature due to static or dynamic focusing, and impulse sounding