АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 39 1993 Вып. 1

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

УДК 534.26

© 1993 г. А.Д. Лапин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГРУНТА ПО ДИСПЕРСИОННОЙ КРИВОЙ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ

Известно [1], что в жидком слое, лежащем на твердом полупространстве, может распространяться нормальная волна, не имеющая критической частоты. Эта нормальная волна является поверхностной волной, бегущей вдоль границы жидкость–твердое полупространство. Будем называть ее донной поверхностной волной. Дисперсионные кривые для этой волны при некоторых значениях параметров сред слоя и полупространства рассчитаны в работе [2].

Обозначим через c, c_l и c_t соответственно скорость звука в жидкости и скорости продольной и поперечной волн в твердом теле; плотности жидкости и твердого тела обозначим соответственно через ρ и ρ_1. На рис. 1 изображена зависимость отношения v/c от отношения λ/h, где v – фазовая скорость донной волны, λ – длина звуковой волны в жидкости, h – толщина слоя. Расчет выполнен при $\rho/\rho_1 = 1$, $c_t/c = 1{,}5$ для различных значений коэффициента Пуассона σ. Все высшие нормальные волны имеют критические частоты. Например, при $\sigma = 0{,}5$ критические частоты второй и третьей нормальных волн соответствуют значениям $\lambda/h = 3{,}00$ и $\lambda/h = 1{,}46$. Донная поверхностная волна при всех значениях λ/h распространяется без затухания. При малых λ/h фазовая скорость меньше c и все три ветви имеют горизонтальные участки, где фазовая скорость не зависит от толщины слоя. При увеличении отношения λ/h скорость v повышается, проходя при некотором значении λ/h значение $v = c$. При $\lambda/h \to \infty$ скорость v стремится к постоянному пределу, равному скорости рэлеевских волн на границе свободного полупространства

$$c_p = \frac{0{,}87 + 1{,}12\sigma}{1+\sigma}\; c_t. \tag{1}$$

Донная поверхностная волна является волной Стоунли при $\lambda/h \ll 1$ и волной Рэлея при $\lambda/h \gg 1$.

Для исследования дисперсионных свойств донной волны при $\lambda/h \gg 1$ целесообразно рассматривать зависимость v/c от kh, где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число в жидкости. На рис. 2 даны соответственные кривые для случаев $\rho/\rho_1 = 0{,}4$, $\sigma = 0{,}25$, $c_t/c = 1{,}5$ и 2.

Дисперсионные кривые строятся на основе численного решения сложного дисперсионного уравнения

$$D(\xi)\,\mathrm{ch}\,[\sqrt{\xi^2 - k^2}h] + k_t^4 \frac{\rho}{\rho_1}\;\alpha\frac{\mathrm{sh}[\sqrt{\xi^2 - k^2}h]}{\sqrt{\xi^2 - k^2}} = 0, \tag{2}$$

где

$$D(\xi) = [(2\xi^2 - k_t^2)^2 - 4\alpha\beta\xi^2]$$

– оператор Рэлея,

$$\alpha = \sqrt{\xi^2 - k_l^2},\quad \beta = \sqrt{\xi^2 - k_t^2},\quad \xi = \omega/v,\quad k_{l,t} = \omega/c_{l,t}.$$

При низких частотах можно получить приближенную формулу для фазовой скорости. При $kh \ll 1$ решение уравнения (2) будем искать в виде $\xi = \xi_p + \xi'$, где $\xi' \ll \xi_p$, ξ_p – волновое число рэлеевской волны, $D(\xi_p) = 0$. В первом приближении из уравнения (2) получим выражение

$$\xi' = -\frac{\rho}{\rho_1}\;\sqrt{\xi_p^2 - k_l^2}\,\frac{k_t^4 h}{D'(\xi_p)},$$

где

$$D'(\xi_p) = \left(\frac{dD}{d\xi}\right)_{\xi_p} = 2\frac{k_t^4}{\xi_p}\left\{2\left(\frac{\xi}{k_t}\right)^4\left(2 - \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\beta}{\alpha}\right) - 1\right\}_{\xi_p}.$$

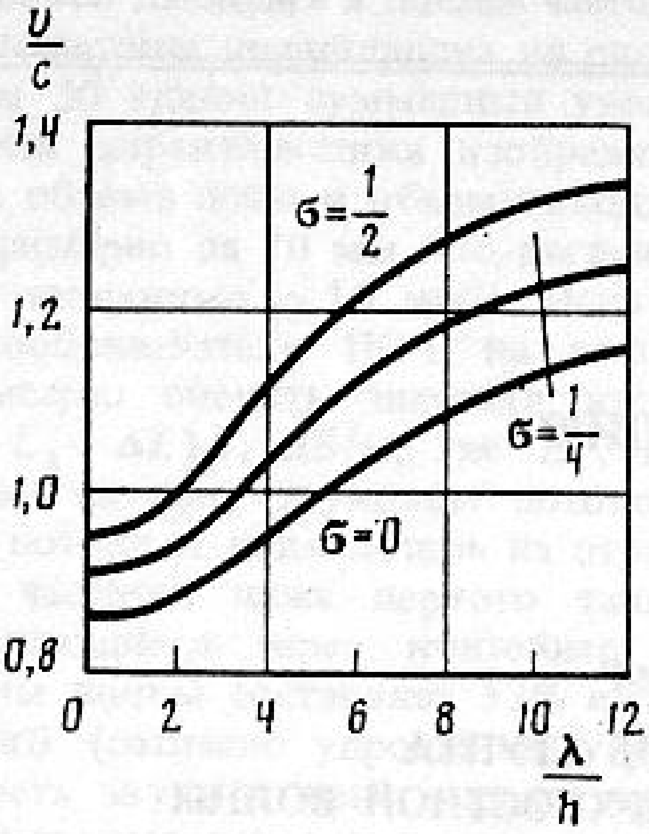

Рис. 1

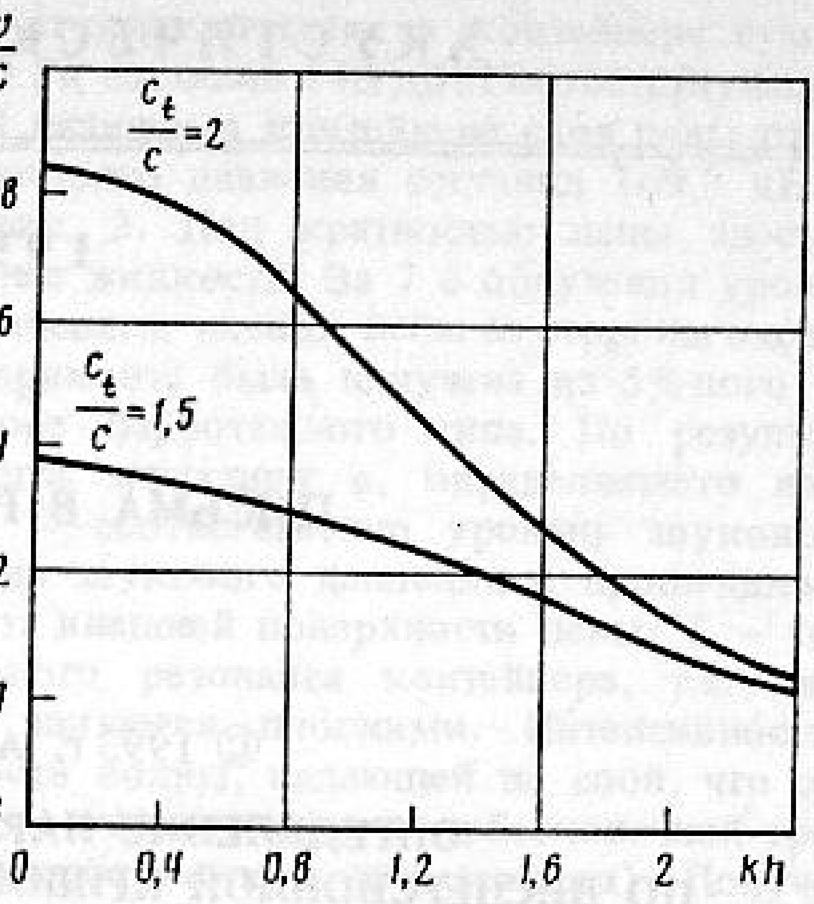

Рис. 2

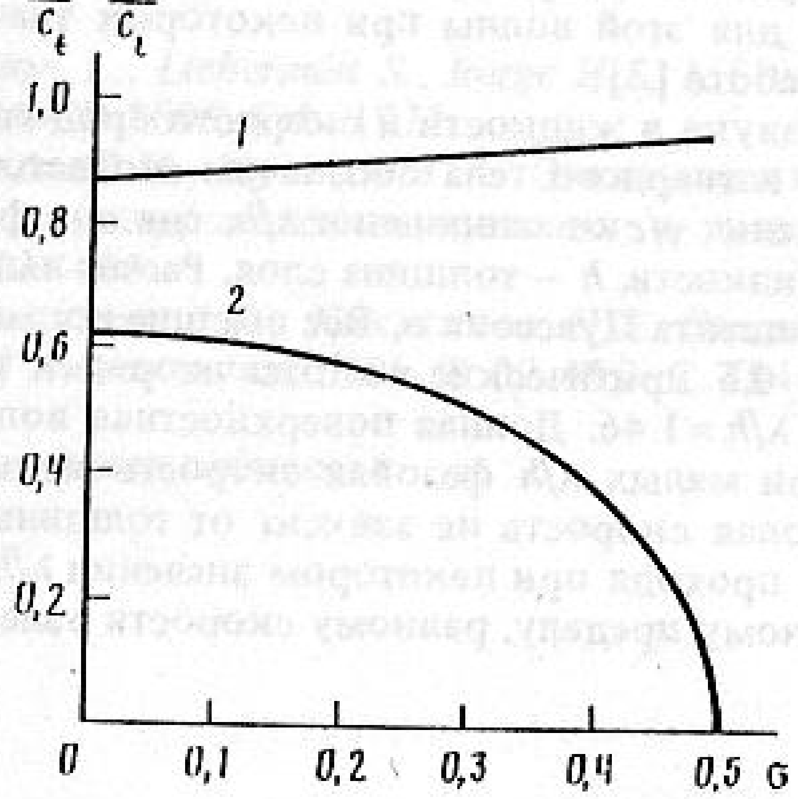

Рис. 3

Рис. 1. Зависимость фазовой скорости от параметра λ/h

Рис. 2. Зависимость фазовой скорости от параметра kh

Рис. 3. Зависимость отношений c_p/c_t (кривая *1*) и c_p/c_l (кривая *2*) от коэффициента Пуассона σ

Фазовая скорость равна

$$v = \frac{\omega}{\xi} \approx c_p(1 - \xi'/\xi_p),$$

откуда

$$\frac{v}{c} \approx \frac{c_p}{c} + \left[\frac{\rho}{\rho_1} \frac{k_t^4\sqrt{\xi_p^2 - k_l^2}}{\xi_p^2 D'(\xi_p)}\right] kh.$$

Величина в квадратных скобках равна тангенсу угла наклона касательной к дисперсионной кривой в точке $kh = 0$.

На основе экспериментальной дисперсионной кривой и полученных приближенных формул можно определить параметры ρ_1 и c_l (или c_t) грунта по известным величинам ρ, c, c_t (или c_l). В самом деле, из дисперсионной кривой при $kh \to 0$ определяем скорость рэлеевской волны и угол θ наклона касательной. Пользуясь формулой (1), получим коэффициент Пуассона

$$\sigma = \frac{c_p/c_t - 0{,}87}{1{,}12 - c_p/c_t}.$$

Скорость продольной волны равна

$$c_l = \sqrt{\frac{2(1-\sigma)}{1 - 2\sigma}}\, c_t.$$

Скорость продольной (или поперечной) волны в грунте удобно определять по кривым, данным на рис. 3. Пусть известно отношение c_p/c_t. Тогда по кривой *1* определим коэффициент Пуассона σ и затем по кривой *2* получим отношение c_p/c_l.

Плотность грунта получим по формуле

$$\rho_1 = \frac{k_t^4 \sqrt{\xi_p^2 - k_l^2}}{\operatorname{tg}\theta \, \xi_p^2 \, D'(\xi_p)} \, \rho.$$

Величину ρ_1 можно найти и другим способом. Экспериментально определяем частоту ω, при которой фазовая скорость донной волны равна скорости звука в жидкости. Из точного дисперсионного уравнения (2) при $\xi = k$ получим выражение

$$\rho_1 = \frac{k_t^4 \, \alpha h \rho}{\{4k^2 \alpha\beta - (2k^2 - k_t^2)^2\}}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
2. *Biot M.A.* The interaction of Rayleigh and Stonely waves in the ocean bottom // Bull. Seism. Soc. Am. 1952. V. 42. № 1. P. 81–93.

Акустический институт
им Н.Н. Андреева
Российской академии наук

Поступило в редакцию
02.06.92