АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 6

УДК 534.23.232

© 1992 г. И.А. Алдошина, М.В. Олюшин

РЕЗОНАНСНЫЕ ЧАСТОТЫ И СТРУКТУРЫ ЗВУКОВЫХ ПОЛЕЙ В КОРПУСАХ АКУСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Предложены методы расчета резонансных частот в корпусах акустических систем сложной геометрической формы с использованием теории возмущений.

Рассмотрены методы расчета с помощью МГЭ и разложения по собственным функциям структуры внутренних звуковых полей.

Созданы пакеты программ для IBM-XT и выполнены расчеты для различных вариантов конструкции.

При проектировании акустических систем (АС) одной из наиболее сложных проблем является расчет колебательных процессов во внутренних объемах корпусов, так как они вносят значительные искажения в воспроизводимый звуковой сигнал [1].

Для расчета резонансных частот и мод колебаний внутренних объемов корпусов АС, мало отличающихся от прямоугольных, использовались известные в литературе [2] методы теории возмущений; в работе [3] эти методы применялись для расчета собственных частот прямоугольного объема с одной наклонной стенкой и жесткими граничными условиями, при этом не учитывалась неортогональность системы собственных функций в возмущенном объеме, что приводило к снижению точности вычисления поправок; в работе [4] методы теории возмущений использовались для нахождения спектра и мод объема сложной геометрической формы при импедансном грзничном условии. При этом пренебрегалось несимметричностью матрицы граничных возмущений, препятствующей ее диагонализации, хотя наличие значительных недиагональных членов приводит к слабой сходимости рядов теории возмущений.

В практике проектирования акустических систем наряду с прямоугольными используются корпуса с малыми отклонениями формы от прямоугольной за счет наклона одной из стенок и наличия вставок: в виде усеченного конуса, прямоугольного параллелепипеда или ребра (рис. 1). Кроме того, поскольку на стенках корпусов АС применяются вибро- и звукопоглощающие материалы, то при построении математической модели следует учитывать как возмущения формы, так и возмущения в импедансных граничных условиях.

При малом возмущении как границы объема, так и жестких граничных условий задача расчета собственных частот в корпусах АС может быть поставлена следующим образом:

$$(\Delta + \nu^2)\Phi = 0; \quad \partial/\partial n\Phi|_S = \lambda_1 \tilde{\sigma}(x_S)\Phi|_S, \tag{1}$$

где Φ – потенциал звукового поля; ν – собственная частота; V_0, V – невозмущенный и возмущенный объем корпуса; S – возмущенная поверхность; $\tilde{\sigma}(x)$ – приведенный атмитанс, равный $\tilde{\sigma}(x) = \sigma(x)/\max|\sigma(x)|$, $\sigma(x) = 1/z(x)$, где $z(x)$ – импеданс поверхности; $\lambda_1 = \max|\sigma(x)|$ – малый параметр возмущения граничных условий. Малый параметр возмущения формы определяется следующим образом: λ_2 =

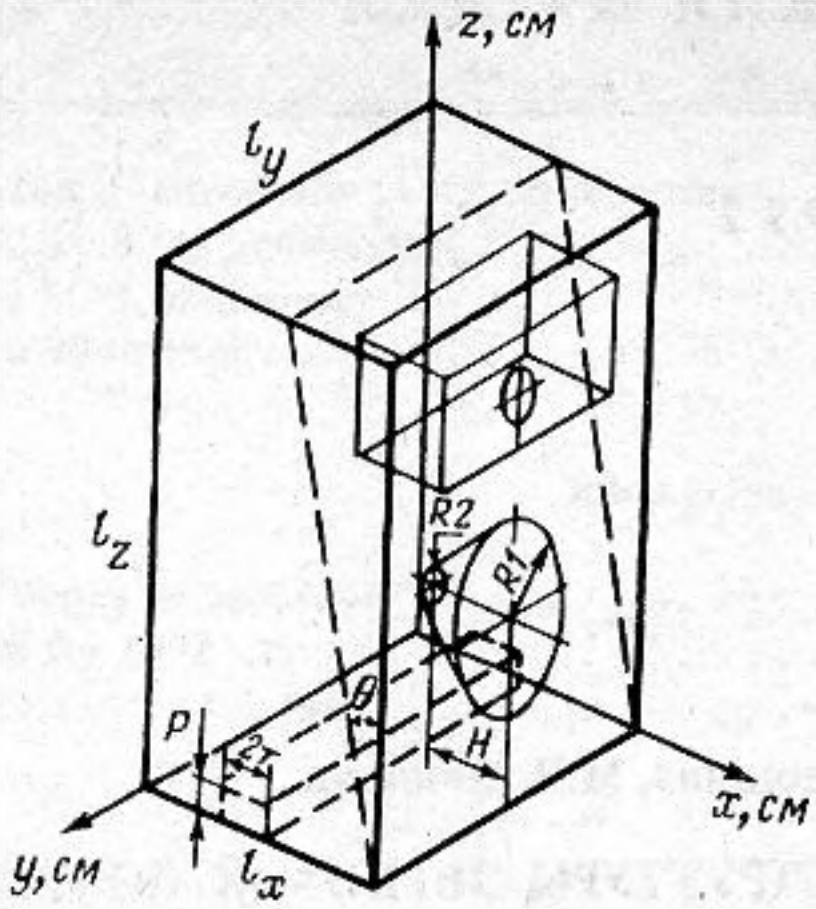

Рис. 1

Рис. 1. Корпус акустической системы с различными конструктивными элементами

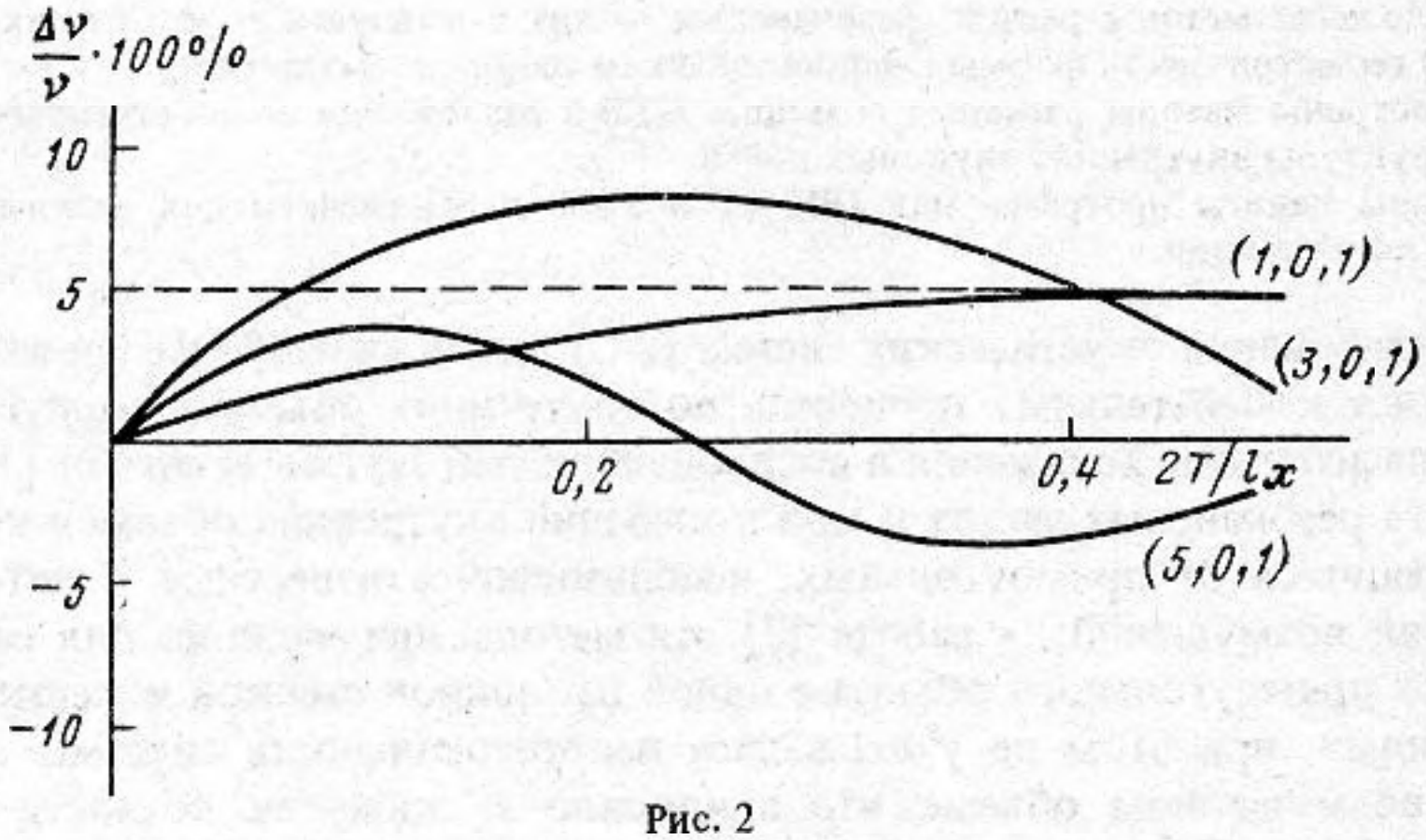

Рис. 2

Рис. 2. Зависимость добавок к частотам для различных мод колебаний (n, m, k) от размеров прямоугольной вставки

$= (V_0 - V)/V_0$. В случае одновременного возмущения формы и граничных условий малым параметром является величина $\lambda = \max\{\lambda_1, \lambda_2\} \ll 1$. В качестве невозмущенных выбираются собственные собственные частоты ν_{0k} и собственные функции φ_k задачи Неймана для прямоугольного объема [2]:

$$\nu_{0k}^2 = c^2/4[(k_x/l_x)^2 + (k_y/l_y)^2 + (k_z/l_z)^2];$$

$$\varphi_k(\mathbf{r}) = \sqrt{\epsilon_{k_x}\epsilon_{k_y}\epsilon_{k_z}}\cos(\pi k_x x/l_x)\cos(\pi k_y y/l_y)\cos(\pi k_z z/l_z),$$

где l_x, l_y, l_z – размеры сторон корпуса; k_x, k_y, k_z – номера мод; $\epsilon_{k_i} = 2/l_i$, если $k_i \neq 0$; $\epsilon_{k_i} = 1/l_i$, при $k_i = 0$, где $i = \{x, y, z\}$. В этом случае ряды теории возмущений для ν и Φ имеют вид [2]:

$$\nu^2 = \nu_{0k}^2 + A_{kk}/H_{kk} + (1/H_{kk}) \sum_{n \neq k} A_{kn}^2/[(\nu_{0k}^2 - \nu_{0n}^2)H_{nn} - A_{nn}] + o(\lambda^2),$$

$$\Phi = \varphi_k + \sum_{r, \neq k} A_{kn}\varphi_n/[(\nu_{0k}^2 - \nu_{0n}^0 + A_{kk})H_{nn} - A_{nn}] + o(\lambda), \qquad (2)$$

где $A_{kn} = (c^2/4\pi)\int_S \varphi_k[\partial/\partial n + \sigma(\boldsymbol{x})]\varphi_n ds$; $H_{kn} = \int_S \varphi_k\varphi_n dS$.

Сомножители H_{kk} появляются из-за того, что функции φ_k становятся неортогональными в возмущенном объеме V. Следует отметить, что в случае "гладких" изменений формы поверхности второй и третий члены в разложении ν^2 имеют порядок $O(\lambda)$ и $O(\lambda^2)$.

Пусть возмущенная поверхность S задается следующим образом: $z = h(x, y)$. Для обеспечения сходимости рядов (2) необходимо выполнение условия $\nu_0 L \ll 1$, где ν_0 – невозмущенная собственная частота; $L = \max\limits_{x, y \subset S} |h(x, y)|$.

Для расчета поправок в первом приближении по λ это условие является достаточным. Применение формул (2) во втором приближении возможно только при следующих дополнительных условиях: $\max |\nabla h(x, y)| \ll 1$, $L \ll d$, где $d = \operatorname{diam}\{(x, y): h(x, y) > 0\}$. При наличии разрывов поверхности первого рода, где $\max |\nabla h| \to \infty$ (что имеет место, например, в случае прямоугольных вставок или ребер в корпусе), третий член в разложении (2) будет иметь порядок $O(\lambda^2 \ln \lambda)$. Однако в этом случае из него можно выделить ряд с асимптотикой $\lambda^2 \ln \lambda$, сходящийся к явной функции. При этом оставшийся ряд будет иметь порядок $O(\lambda^2)$; например, в случае вставки в виде ребра малой высоты P выделенное слагаемое имеет вид

$$f = \lambda^2 \ln \lambda (c\pi k_x / 2l_x)^2 \{\sin^2[(\pi k_x / l_x)(\mathrm{A} - \mathrm{T})] + \sin^2[(\pi k_x / l_x)(\mathrm{A} + \mathrm{T})]\},$$

где $\lambda = \mathrm{P}/l_z \ll 1$, 2T – толщина ребра, A – координата срединной линии ребра (рис. 1). В дальнейшем влияние возмущения формы и граничных условий будут рассчитываться отдельно с тем, чтобы эффекты, связанные с ними, не накладывались друг на друга.

Для случая наклона стенки малый параметр имеет вид $\lambda = l_z \operatorname{tg} \theta / l_x$, где θ – угол наклона; выражения для ν^2 во втором приближении в этом случае могут быть получены аналитически. Результаты расчетов представлены ниже.

Моды	Прямоугольный корпус	Наклонный корпус, θ, град		Корпус с конической вставкой
		7,6	12,7	
100	265	273	279	265
010	522	522	522	508
001	547	547	547	585
110	585	589	592	579
101	608	612	614	626
011	756	756	756	754
111	801	804	806	800
102	1125	1128	1129	1162

Для расчета A_{kn}, H_{kk} в случае конусной и прямоугольной вставок применялись численные методы. Расчеты изменения спектра для различных мод в случае конусной вставки с размерами: $R_1 \doteq 140$ мм; $R_2 = 47$ мм; $H = 26$ мм показаны выше для прямоугольной вставки на рис. 2. Зависимость поправки к частоте от размеров вставки по осям x и y носит гармонический характер, период определяется номером моды по соответствующей оси координат.

При расчете малых возмущений граничных условий, заданных с помощью $\tilde{\sigma}(x)$, атмитанс аппроксимируется кусочно-постоянной функцией, и выражения для A_{kn} имеют вид

$$A_{kn} = \sum_{l=1}^{6} \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \sigma_{ij}^{l} \int_{S_{ij}^{l}} \varphi_k(x) \varphi_n(x) dS,$$

где l – номер грани; i, j отвечают суммированию по прямоугольникам, на которые разбита l-я грань; S_{ij}^{l} – прямоугольник на грани l, на котором $\sigma(x) = \sigma_{ij}^{l} = \text{const}$. Для расчета резонансных частот была создана программа на IBM-XT. На рис. 3 приведены расчеты для специального варианта задания граничных условий в виде регулярных атмитансных полос равной толщины на одной из граней $(x = 0)$:

$$\sigma(x) = \sigma_i \sigma_j; \quad \sigma_i = \text{const} \ll 1; \quad \sigma_{j=2n} = 1, \quad \sigma_{j=2n+1} = 0, \quad j = \overline{1, N}.$$

Как видно из рис. 3, такое возмущение позволяет изменять резонансную частоту, соответствующую какой-либо определенной моде, почти не изменяя остальные резонансные частоты.

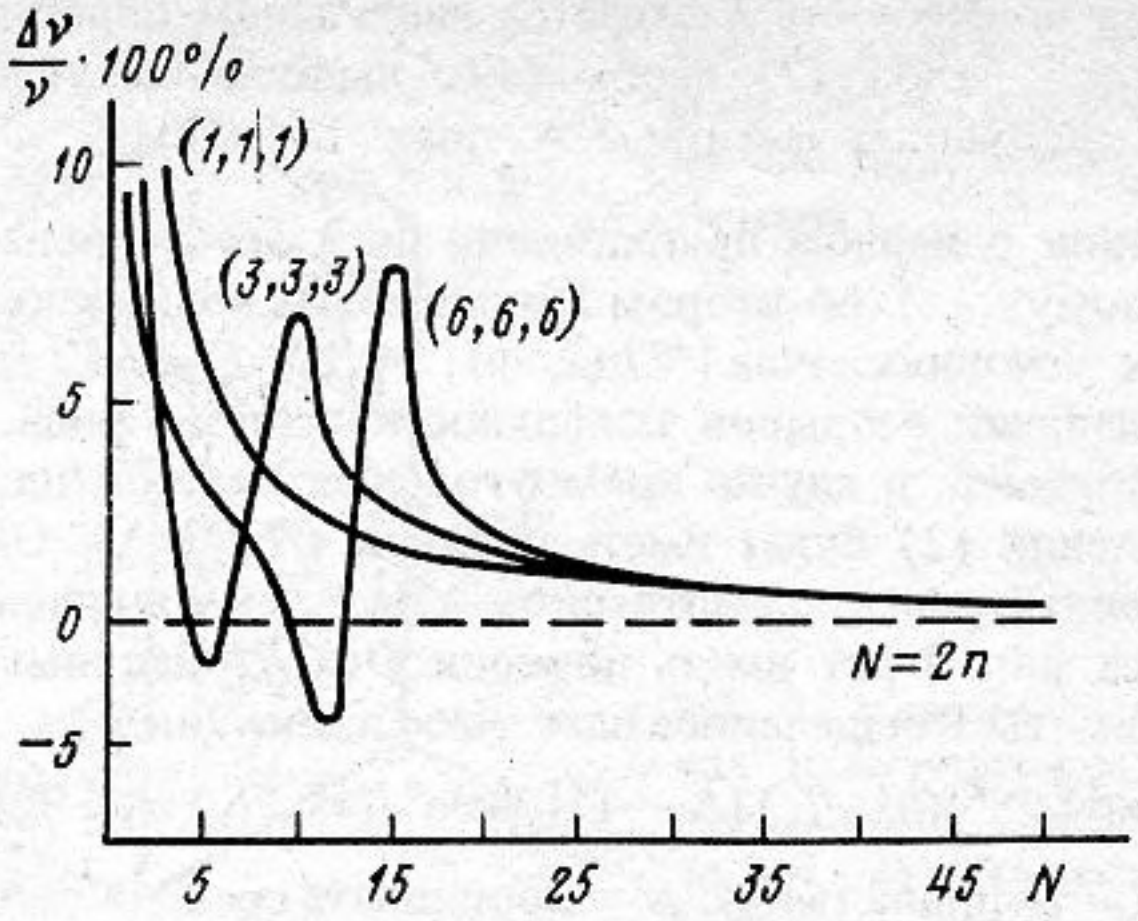

Рис. 3. Зависимость добавок к частотам для различных мод колебаний (n, m, k) от числа атмитансных полос

Рассмотрим теперь случай, когда граничные условия сильно отличаются от абсолютно жестких, т.е. значения атмитанса на стенках достаточно велики; кроме того, учтем его зависимость от частоты $\sigma = \sigma(x, \nu) \subset \mathbf{C}$. Пусть зависимость $\sigma(x, \nu)$ от частоты имеет вид [2]: $\sigma(x, \nu) = \sigma_1(x)\nu^2 + \sigma_2(x)\nu + \sigma_3(x)$, где σ_1 – отвечает массовому члену, σ_2 – поглощению энергии на стенках, σ_3 – упругости стенок. В дальнейшем будем предполагать, что вариация атмитанса мала на каждой грани S_l при заданной частоте

$$\lambda = \max |\sigma(x_1) - \sigma(x_2)|/\sigma_{cp} \ll 1, \quad \sigma_{cp} = 1/S_l \int_{S_l} \sigma(x)dS,$$

что эквивалентно малости вариаций для $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Это важное предположение позволяет построить теорию возмущений по параметру λ, являющемуся мерой отклонения атмитанса от среднего значения на каждой грани. Тогда выражение для $\sigma(x, \nu)$ можно переписать в виде: $\sigma(x, \nu) = [M^l + \lambda U_1(x)]\nu^2 + [R^l + \lambda U_2(x)]\nu + [C^l + \lambda U_3(x)]$, где M^l, R^l, C^l – средние значения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ на грани l; на каждой грани они постоянны, но могут сильно отличаться для разных граней.

При построении теории возмущений в этом случае уже нельзя выбирать в качестве невозмущенных собственные функции и частоты задачи Неймана, так как тогда возмущение не будет малым. Поэтому необходимо выбрать в качестве невозмущенной другую систему функций. Рассмотрим задачу на собственные значения для уравнения Гельмгольца (1) со следующими граничными условиями:

$$\partial/\partial n \Psi_k|_S = \sigma_c(\nu_k)\Psi_k|_S; \quad \sigma_c(\nu_k) = M^l \nu_k^2 + R^l \nu_k + C^l. \tag{3}$$

Выражение для собственных функций этой задачи имеет вид

$$\Psi_k(\mathbf{r}) = \psi_{k_x}(x)\psi_{k_y}(y)\psi_{k_z}(z), \quad \text{где} \quad \psi_{k_i} = N_i \cos(k_i x + \theta_i),$$

N_i – **нормировочный множитель. Граничное условие** (3) можно переписать в виде системы уравнений для семи комплексных переменных:

$$\begin{aligned} &-k_i \operatorname{tg}(\theta_i) = M_i^0 \nu_k^2 + R_i^0 \nu_k + C_i^0, \quad \nu_k^2 = c^2/4 \sum_{i=1}^{3} k_i^2; \\ &k_i \operatorname{tg}(k_i l_i + \theta_i) = M_i \nu_k^2 + R_i^{li} \nu_k + C_i^{li}. \end{aligned} \tag{4}$$

Верхние и нижние значки у коэффициентов M, R и C определяют грань объема, которой они соответствуют: нижний – задает ось координат, перпендикулярную заданной грани, верхний – точку пересечения оси координат с гранью (рис. 1). Система (4) есть, в общем случае, система четырнадцати нелинейных уравнений, решение которой

весьма затруднительно. Только в случае, если на четырех попарно параллельных гранях вместо условия (3) задано абсолютно жесткое, решение этой системы возможно без особых затруднений.

Система собственных функций Ψ_k полна, но не ортогональна. В [2] описан способ построения рядов теории возмущений в случае неортогональных невозмущенных собственных функций. Для сходимости рядов (2) должно выполняться необходимое условие $H_{kn}/H_{kk} \ll 1$. Матричные элементы $A_{kn}H_{kk}$ из (2) рассчитываются на функциях Ψ_k.

Можно показать, что для системы (3) это условие выполняется, только если M^l, R^l, C^l являются малыми величинами, что не выполняется по условиям постановки задачи. Таким образом, построение теории возмущения по системе функций Ψ_k требует ее предварительной оргонализации или, что эквивалентно, диагонализации матриц A_{kn} и H_{kn} (2), однако численная реализация этой процедуры для трехмерного случая занимает значительное машинное время. Поэтому в качестве невозмущенных целесообразнее использовать систему собственных функций уравнения Гельмгольца со следующим граничным условием:

$$\partial/\partial n\xi_k|_S = \sigma_c(\nu_p)\xi_k|_S, \tag{5}$$

где ν_p – фиксированная частота. Эта система функций уже ортогональная, так как граничное условие не зависит от частоты. Положим, что ν_p является одной из собственных частот системы (4), поправку к которой вследствие наличия возмущения в граничных условиях необходимо вычислить. Явный вид функций ξ_k аналогичен Ψ_k, где k_i и θ_i удовлетворяют равенствам (3) при фиксированном значении импеданса и могут быть найдены численно.

Возмущенное граничное условие имеет вид $\partial/\partial n\Phi|_S = \sigma(x, \nu)\Phi$, где $\sigma(x, \nu) = \sigma_c(l, \nu) + \lambda U(x, \nu)$; при этом $\lambda U(x, \nu) \equiv \lambda [U_1(x)\nu^2 + U_2(x)\nu + U_3(x)]$ определяет величину возмущения, ($\sigma_c(l, \nu)$ – постоянны на каждой грани, но не равны для разных граней).

Допустим, что ищется такое возмущенное решение Φ, которое стремится к Ψ_p при исчезновении возмущения: $\Phi \underset{\lambda \to 0}{\to} \Psi_p$; $\nu \underset{\to 0}{=} \nu_p$, и, как решение уравнения Гельмгольца, удовлетворяет следующему граничному условию [2]:

$$\Phi = \int_S [\Phi\,\partial/\partial nG - G\partial/\partial n\Phi]\,dS, \tag{6}$$

где G – функция Грина уравнения Гельмгольца. Возьмем функцию Грина в виде разложения по полной ортонормированной системе функций $\{\xi_n\}$, $\Psi_p \subset \{\xi_n\}$. Она имеет вид

$$G^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = c^2/(2\pi)^2 \sum_n [\xi_n(\mathbf{r})\,\overline{\xi}_n(\mathbf{r}')]/(\nu^2 - \nu_n^2).$$

Выбранная предложенным образом функция Грина G^p удовлетворяет следующему граничному соотношению:

$$\partial/\partial nG^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}' \subset S} = \sigma_c(\nu_p l)G^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{\mathbf{r}' \subset S}.$$

Используя граничные условия для Φ и G^p, учитывая, что $|\nu - \nu_p| \sim \lambda$, и ограничиваясь первым порядком по λ, перепишем равенство (6) в виде

$$\Phi(\mathbf{r}) = \int_S \Phi(\mathbf{r}')G^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\,[M^l + R^l(2\nu_p)^{-1}](\nu^2 - \nu_p^2)dS +$$

$$+ \lambda \int_S \Phi(\mathbf{r}')G^p(\mathbf{r}, \mathbf{r}')U(\nu_p, \mathbf{r}')'dS.. \tag{7}$$

Положим $\Phi = \Psi_p + \sum_{s \neq p} C_s \xi_s$, где C_s неизвестны и подлежат определению. Подставляя

в (7) разложение для функции Грина, получаем следующую систему уравнений:

$$\sum_{s \neq p} C_s \xi_s + \Psi_p = (\nu^2 - \nu_p^2) \sum_{n,s} \frac{C_s \xi_s}{\nu^2 - \nu_n^2} \int_S \xi_s [M^l + R^l (2\nu_p)^{-1}] \, \overline{\xi}_n dS +$$

$$+ \lambda \sum_{n,s} \frac{C_s \xi_s}{\nu^2 - \nu_n^2} \int_S \xi_s U(\nu_p) \, \overline{\xi}_n dS. \tag{8}$$

Умножая (8) на ξ_s, интегрируя по объему, имеем:

$$\sum_n C_s \{\delta_{sn} (\nu^2 - \nu_n^2) - H_{sn} (\nu^2 - \nu_p^2) - \lambda U_{sn}\} = 0, \tag{9}$$

где введены обозначения

$$U_{sn} = c^2 / 4\pi \int_S \xi_s U(x, \nu_p) \, \overline{\xi}_n dS, \quad H_{sn} = \int_S \xi_s [M^l + R^l (2\nu_p)^{-1}] \, \overline{\xi}_n dS.$$

Учитывая, что $(\nu^2 - \nu_p^2)$ является малым параметром и исходя из общих формул теории возмущений для (9), выпишем ряды для ν^2 и Ф:

$$\nu^2 = \nu_p^2 + \frac{\lambda U_{pp}}{1 + H_{pp}} + \frac{1}{1 + H_{pp}} \sum_n \frac{[\lambda (U_{pn} - \delta_{pn} U_{pp}) + (\nu^2 - \nu_p^2)(H_{pn} - \delta_{pn} H_{pp})]^2}{\nu^2 - \nu_n^2 - \lambda U_{nn} - (\nu^2 - \nu_p^2) H_{nn}} +$$

$$+ o(\lambda^2), \tag{10}$$

$$\Phi(r) = \Psi_p(r) + \sum_n \frac{(\nu^2 - \nu_p^2)(H_{pn} - \delta_{pn} H_{pp}) + \lambda (U_{pn} - \delta_{pn} U_{pp})}{\nu^2 - \nu_p^2 - \lambda U_{nn} - (\nu^2 - \nu_p^2) H_{nn}} \xi_n(r) + o(\lambda). \tag{11}$$

Первое достоинство предложенного метода построения теории возмущений по сравнению с альтернативными подходами заключается в том, что система невозмущенных функций ортогональна. Второе – в том, что нахождение спектра собственных частот для задачи (5) проще, чем для задачи (3), так как требует решения нелинейных уравнений (4) с фиксированной для каждого уравнения правой частью. При этом система (4) распадается на три независимых уравнения, решение которых значительно проще. Следует отметить, что вся описанная процедура, включая выражение для ν в виде ряда (10), пригодна только для одной ν, такой, что $\nu \to \nu_p$. Чтобы найти другую возмущенную собственную частоту $\tilde{\nu}$ и собственную функцию $\tilde{\Phi}(\tilde{\nu} \to \nu_q;\ \tilde{\Phi} \to \Psi_q)$, необходимо найти ν_q из системы (5), найти спектр $\{\tilde{\nu}_n\}$ и $\{\tilde{\xi}_n\}$, решив систему (4) при фиксированной правой части, определяемой найденной частотой ν_q, а также заменить в рядах (12), (13) $\nu_n \to \tilde{\nu}_n$, $\xi_n \to \tilde{\xi}_n$. Такой подход оправдан, если необходимо найти только несколько (как правило, первых) собственных частот и мод колебаний, что на практике часто бывает достаточно. Рассчитанная зависимость поправок к частотам для различных мод от ширины атмитансной полосы при большом атмитансе на грани $z = l_z$ показана на рис. 4.

Расчет структуры внутренних звуковых полей для корпусов является следующим необходимым этапом в проектировании акустических систем. Учитывая сложную геометрическую форму корпусов (рис. 1), для расчета внутренних звуковых полей используются в основном численные методы. В работах [5, 6] применен метод конечных элементов (МКЭ) для расчета внутренних звуковых полей в объемах сложной формы. В данной работе для расчета внутренних звуковых полей конусных громкоговорителей в корпусах АС различной конфигурации предложены совместно с ЛГУ алгоритмы и пакеты программ с применением метода граничных элементов (МГЭ), имеющих несомненные вычислительные преимущества [7] по сравнению с МКЭ для такого типа задач. Как известно, решение неоднородной задачи Неймана для трехмерного уравнения Гельмгольца сводится к интегралу Кирхгофа [8], устремляя в котором точку наблюдения $\mathbf{x}$ к точке $\mathbf{x}^s$ на поверхности $\mathbf{x} \to \mathbf{x}^s \subset S$, получаем уравнение Фредгольма II рода для определения давления на поверхности:

$$\{[4\pi - \gamma(\mathbf{x}^s)] / 2\pi\} p(\mathbf{x}^s) = 1/4\pi \left[\int_S p(\mathbf{x}) \, \partial / \partial n (e^{ikr}/r) dS - \int_S f (e^{ikr}/r) dS \right], \tag{12}$$

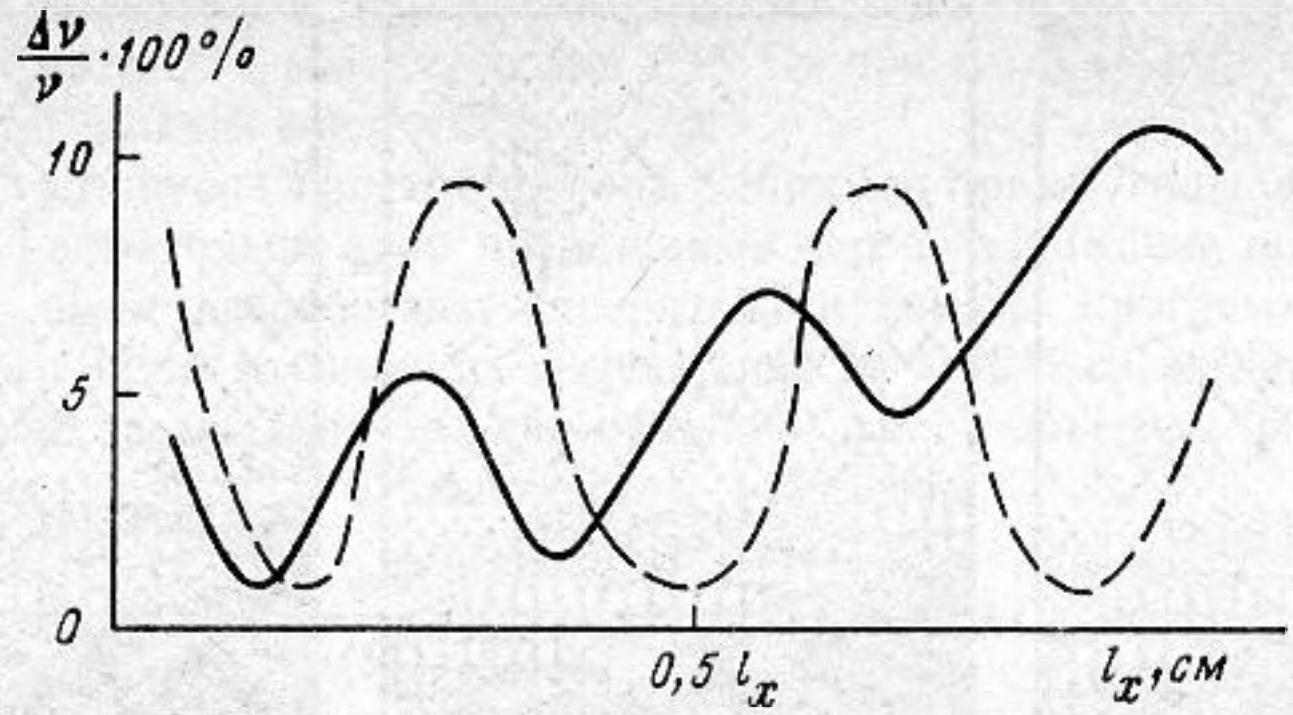

Рис. 4. Зависимость добавки к частоте для моды (1, 1, 2) от расположения атмитансной полосы при *а* – жесткой грани $x = Lx$, *б* – атмитансной полосы $x = Lx$

где $p(\mathbf{x}^s) \equiv p(\mathbf{x})|S$; $\mathbf{n}$ – внутренняя нормаль; $f(s)$ – функция силы, заданная на поверхности; $\gamma(\mathbf{x}^s)$ – телесный угол, под которым из точки $\mathbf{x}^s$ виден малый элемент поверхности dS; при этом $\mathbf{x}^s \subset dS$ (для гладкой поверхности $\gamma(\mathbf{x}^s) = 2\pi$). Для применения МГЭ к решению уравнения задается разбиение поверхности S на N непересекающихся элементов $S = \bigcup_{j=1}^{N} S_j = \bigcup_{l=1}^{L} \bigcup_{i=1}^{I} \Delta S_{il}$, где l – номер гладкой поверхности; i – номер элемента на этой поверхности. В данном случае элементы ΔS_{il} являются треугольниками в используемой для задания S_l системе координат. При этом $p(\mathbf{x}^s)$ аппроксимируется кусочно-постоянной функцией на каждом элементе ΔS_{il}. Тогда интегральное уравнение соответствует линейной системе из N уравнений с неизвестными $p(\mathbf{x}_j^l)$:

$$4\pi p(\mathbf{x}_j^s) - \sum_{i=1}^{N} p(\mathbf{x}_i^s) \int_{S_i} \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{y})}}{r(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{y})}\, dS_y = -\int_{S_i} f(y) \frac{e^{ikr(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{y})}}{r(\mathbf{x}_j^s, \mathbf{y})}\, dSy, \qquad (13)$$

где $\mathbf{x}_j^s$ – координата центра тяжести S_j. Система решается методом прогонки Гаусса. Для вычисления интегралов вида

$$I_{l_j} = \int_S \frac{\partial}{\partial n} \frac{e^{ikr}}{r}\, dS$$

используется следующая квадратурная формула:

$$I_j = \sum_{t=1}^{m} [1 - ikr(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_{i,t})]\, e^{ikr(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i, t)} \int_{\Delta S_{i,t}} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r(\mathbf{x}_j, \mathbf{y})}\, dS_y,$$

где $\int_{\Delta S_{i,t}} \partial/\partial n\,(1/r(\mathbf{x}_j, \mathbf{y})dS)$ является телесным углом, под которым из точек $\mathbf{x}_i$ виден треугольник $\Delta S_{i,t}$. Для вычисления правой части системы применяется двумерная формула Симпсона, при этом производится выделение особенности при $\mathbf{x}^s \subset S$. Устойчивость решений относительно малых вариаций коэффициентов обеспечивается за счет относительной малости недиагональных членов по отношению к диагональным. Следует отметить, что при частоте излучателя, совпадающей с одной из собственных частот внутреннего объема $\nu = \nu_{k0}$, точность решения уравнения не обеспечивается. Однако именно на резонансах объема расчет внутренних полей представляет особый интерес. Разрешить эту трудность позволяет учет поглощения энергии внутри объема, что обычно осуществляется добавлением в правую часть волнового уравнения диссипативной силы: $F_д = (R\partial/\partial t + C)p(\mathbf{x}, t)$, где R – затухание в объеме, C – упругость, что равносильно замене в интегральном уравнении (13) коэффициен-

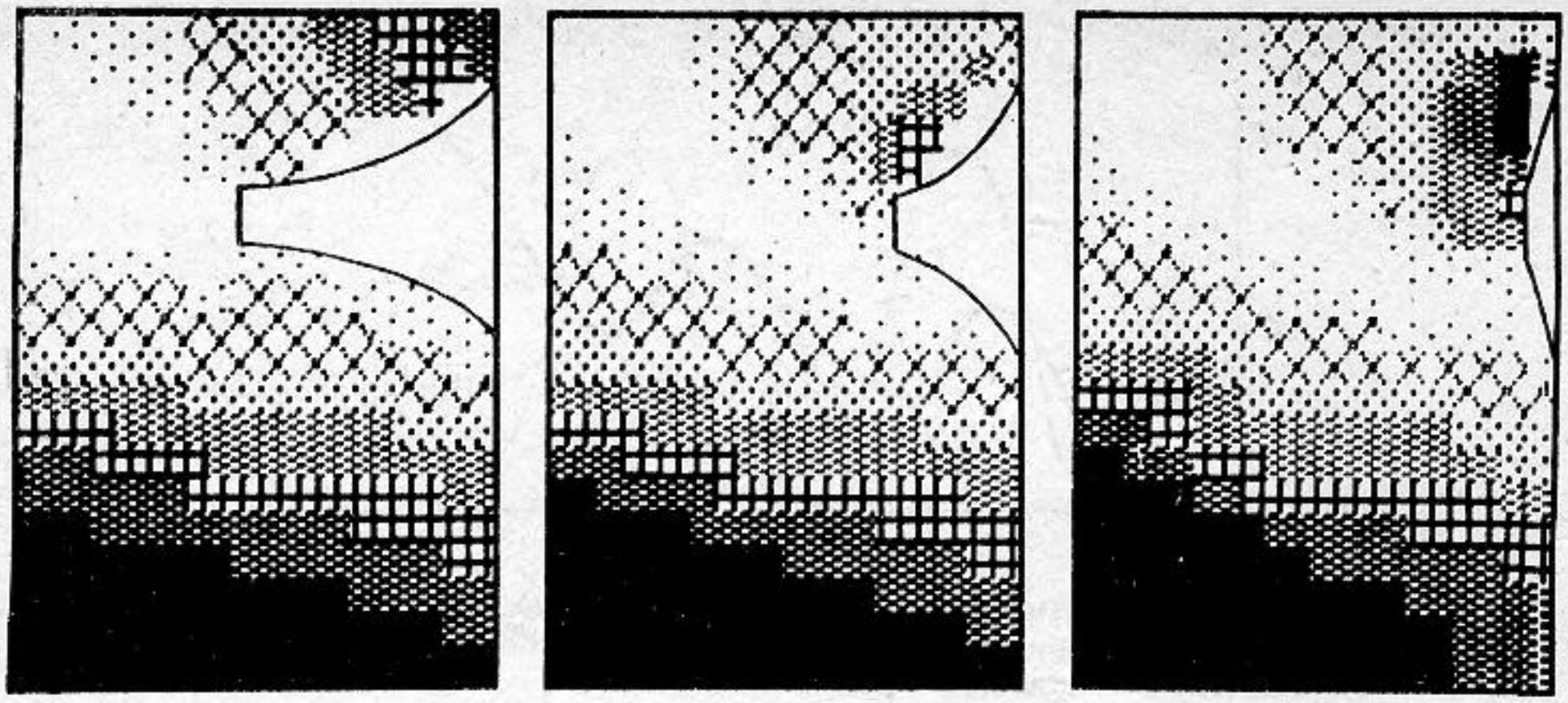

Рис. 5. Структура звукового поля в корпусе при изменении глубины конуса на частоте 255 Гц

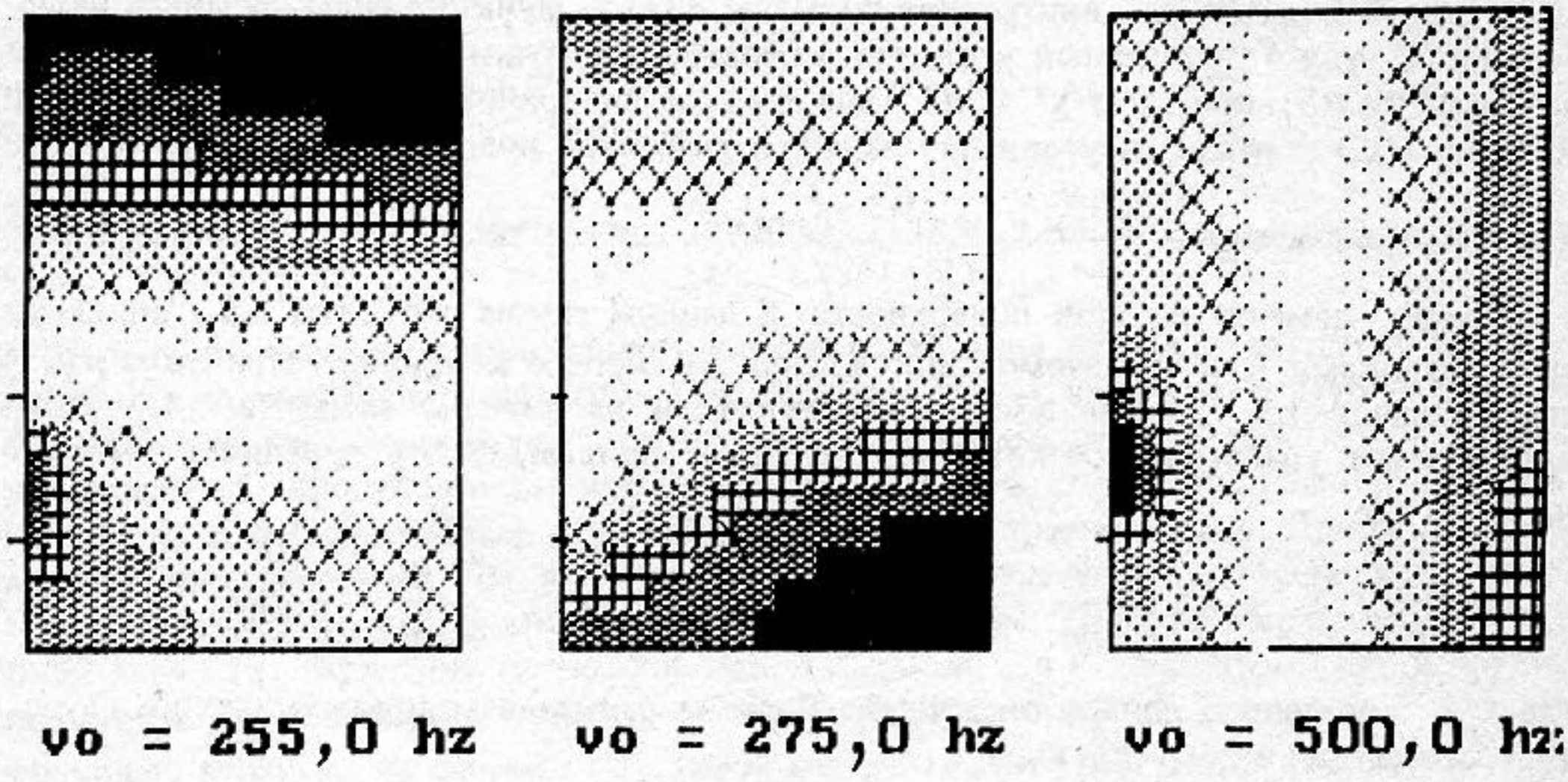

Рис. 6. Структура звукового поля в корпусе на частотах 255, 275, 500 Гц

та k_0 на $\tilde{k}_0$: $\tilde{k}_0^2 = k_0^2 + ik_0R + C$. Очевидно, что введение комплексного $\tilde{k}_0$ увеличивает размерность системы в 4 раза, что приводит к существенному увеличению времени счета. После решения системы (13) полученное значение потенциала скоростей на поверхности корпуса используется для нахождения потенциала в любой точке внутреннего объема на основе интеграла Кирхгофа.

При реализации данного алгоритма с ростом частоты возникают вычислительные трудности, так как при увеличении частоты функции e^{ikr} и $p(\mathbf{x})$ сильно осциллируют и приходится увеличивать густоту сетки $\{S_i\}_{i=1}^{N}$, что приводит к необходимости расчета матриц высокого порядка. Практически для ЭВМ типа IBM-XT метод может быть с приемлемой затратой времени использован для количества элементов $N \leqslant 100$. Например, при точности вычислений $\sim 3\%$ частотный диапазон ограничивается следующим условием $\nu < \nu_{\max} = c/(5\Delta l)$, где Δl – размер граничного элемента, что для корпуса с размерами 600 × 400 × 300 мм соответствует частоте 500 Гц. При расчете внутренних полей в ряде случаев можно ограничиться таким диапазоном, так как их основное влияние на излучение АС сказывается только в области низких частот. С помощью указанного выше метода (МГЭ) был разработан пакет программ для ЭВМ типа IBM-IT и выполнены расчеты структур внутренних звуковых полей в корпусах АС различной

конфигурации. Рассчитанное изменение структуры звукового поля для корпуса с размерами 650 × 330 × 315 мм на частоте 255 Гц при изменении глубины конического излучателя 10, 50, 120 мм показано на рис. 5.

Для объемов корпусов простой формы, например прямоугольной, в которых решение уравнения Гельмгольца явно представимо через разложение по системе собственных функций, были разработаны алгоритмы и пакеты программ, обеспечивающие расчет звукового поля от плоских излучателей на ПЭВМ со значительной экономией времени. Решение задачи Неймана для прямоугольного объема и плоского излучателя, находящегося на границе $z = 0$, имеет вид

$$p(\mathbf{x}) = 2\pi i v_0 \rho \sum_{n,m} \frac{\varphi_n(x), \varphi_m(y)}{\Omega_{nm} \sin(\Omega_{nm} l_z)} \cos \Omega_{nm}(z - l_z) \int_S f(x, y)\, \varphi_n(x)\, \varphi_m(y) dS, \qquad (14)$$

где S – поверхность излучателя, $\Omega_{nm}^2 = \nu_0^2 - \nu_{nm}^2$, ν_0^2 – частота излучателя. Полученный таким образом ряд имеет особенность при $K = K_0$, т.е. на частотах собственных резонансов. Ее можно исключить, если учесть затухание в объеме способом, описанным выше. Ряд (14) с учетом затухания вычисляется численными методами. При этом суммирование производится по n и m удовлетворяющим следующему неравенству:

$$(n/l_x)^2 + (m/l_y)^2 = \nu_{nm}^2 \leqslant N^2/l^2, \quad l = \min\{l_x, l_y\}.$$

Для оценки максимально допустимого значения N, которым можно ограничиться при заданной точности вычислений, рассмотрим выражение для остатка ряда

$$Q_N = \sum_{n \geqslant N,\, m \geqslant N} a_{nm}(x, y, z) \leqslant \frac{\ln(N - N_0)}{N - N_0} e^{-z(N - N_0)}, \quad N \geqslant N_0. \qquad (15)$$

Из (15) очевидно, что при вычислении звукового давления в точках с различными координатами по оси z можно уменьшить N с увеличением z, не уменьшая точности вычислений. При точности расчетов 5% значение N для низких частот оказывается равным $7 \div 10$. Расчеты по́ля с такой точностью для 400 точек внутреннего объема в области первой резонансной частоты требуют порядка 20 мин времени на ЭВМ типа IBM-XT. На рис. 6 показана структура распределения звукового поля для корпуса с размерами 650 × 330 × 315 мм на частотах 255, 275, 535 Гц вблизи резонансной частоты.

Таким образом, рассмотрено построение решения методом теории возмущений, разработаны алгоритмы и пакеты для расчета собственных частот в корпусах АС сложной геометрической формы (наклонные стенки, прямоугольные и конусные вставки) с жесткими и импедансными граничными условиями. Созданы алгоритмы и пакеты программ для расчета распределения внутренних звуковых полей методом МГЭ в корпусах сложной формы, а также созданы пакеты программ для расчета звуковых полей методом разложения по собственным функциям с учетом затухания. Все созданные пакеты программ используются в настоящее время в практике проектирования АС, а также являются составной частью общей системы автоматического проектирования АС, включающей в себя решение перечисленных выше задач. Следует отметить, что все разработанные алгоритмы и пакеты программ являются достаточно общими и могут быть использованы для расчета собственных частот и распре́деления звукового давления в помещениях различной геометрической формы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алдошина И.А., Войшвилло А.Г.* Высококачественные акустические системы и излучатели. М.: Радио и связь, 1985.
2. *Мороз Ф., Фешбах Т.* Методы теоретической физики. Т. 1, 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
3. *Cooper I.J., Pollard H.F.* Low-frequency Resonances in Unsymet rical Enclosures // Acustika. 1978. V. 41. № 2. P. 86–93.
4. *George P.* Succi. The intertior acoustic field of an automobile cabin // J. Acoust. Soc. Amer. 1987. V. 81. № 6. P. 1688–1694.
5. *Schimdu Sakai.* Acoustic Field in Enclosure and Its Effetc on Sound-Pressure Responses of a Loudspeaker // JAES. 1984. V. 32. № 4. P. 218–227.

6. *Nefske D.J., Wolf J.A., Howell L.J.* Structural-accoustic finite element analysis of the automobile passenger compartment: a review of current practice // J. Sound and Vibration. 1982. V. 80. № 2. P. 247–266.
7. *Бреббия К., Уокер С.* Применение метода граничных элементов в технике. М.: Мир, 1982.
8. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989.

Всесоюзный научно-иисследовательский институт
институт им. А.С. Попова

Поступила в редакцию
19.09.91

I.A. Aldoshina, M.V. Olyushin

RESONANCE FREQUENCIES AND STRUCTURE OF SOUND FIELDS INSIDE LOUDSPEAKERS BOXES

Methods of calculation of resonance frequencies for loudspeakers boxes are proposed. Analytic expressions for the corrections of small perturbations of shape and boundary conditions are obtained by the application of the perturabion theory.

A modification for the theory in the case of a large perturbation of impedance boundary conditions is proposed.

The methods for calculation of sound fields inside the boxes by Boundary Elements Method and the method of the solution expansion in the eigenfunctions system of the inner Neumann problem are proposed.