

ЗАТУХАНИЕ ЗВУКА В КАНАЛЕ С НЕОДНОРОДНЫМИ ПОГЛОЩАЮЩИМИ СТЕНКАМИ

Задача о распространении звука в канале, облицованном изнутри звукопоглощающим материалом, неоднократно рассматривалась в литературе [1-3]. Однако до настоящего времени она была решена только для канала с однородными стенками (при равномерном распределении звукопоглощающего материала по стенкам). Представляет интерес получить решение этой задачи для канала с неоднородными стенками (при неравномерном распределении звукопоглощающего материала по стенкам). Ниже рассчитано затухание мод в канале с неоднородными поглощающими стенками и даны рекомендации по рациональному размещению звукопоглощающего материала на стенках канала.

Пусть стенки канала характеризуются нормальной акустической проводимостью Y и пусть в цилиндрической системе координат (r, φ, z) они описываются уравнением $r = R(\varphi)$. Канал заполнен однородной средой, плотность этой среды и скорость звука в ней равны соответственно ρ и c . Величина Y изменяется по периметру сечения, ее представим в виде $Y = Y_0 + Y'(\varphi)$, где $Y_0 = \text{const}$, $\rho c |Y'| \ll 1$. Требуется найти волновые числа мод в канале с неоднородными поглощающими стенками.

Звуковое давление и волновое число n -й моды в канале с неоднородными стенками обозначим соответственно через p и ξ , $p \sim \exp(i\xi z)$; соответствующие величины для n -й моды в канале с однородными стенками ($Y' \equiv 0$) будем обозначать через p_0 и ξ_0 , $p_0 \sim \exp(i\xi_0 z)$. Поля p и p_0 удовлетворяют уравнениям

$$\Delta_{\perp} p = (\xi^2 - k^2)p, \quad \Delta_{\perp} p_0 = (\xi_0^2 - k^2)p_0,$$

где Δ_{\perp} — двумерный лапласиан по координатам r и φ , $k = \omega/c$, ω — частота звука. Умножая первое уравнение на p_0 , а второе на p , вычитая почленно и интегрируя по сечению S канала, найдем:

$$\int_S (p_0 \Delta_{\perp} p - p \Delta_{\perp} p_0) dS = (\xi^2 - \xi_0^2) \int_S p p_0 dS.$$

В левой части интеграл преобразуем по теореме Грина и тогда получим соотношение

$$\int_l \left(p_0 \frac{\partial p}{\partial n} - p \frac{\partial p_0}{\partial n} \right) dl = (\xi^2 - \xi_0^2) \int_S p p_0 ds,$$

где n — внешняя нормаль к стенке канала, l — контур сечения S .

При учете граничных условий на стенках канала

$$\frac{\partial p}{\partial n} = ik\rho c Y p, \quad \frac{\partial p_0}{\partial n} = ik\rho c Y_0 p_0,$$

из этого соотношения получим точное выражение для волнового числа моды:

$$\xi = \left\{ \xi_0^2 + ik\rho c \frac{\int_l Y' p p_0 dl}{\int_S p p_0 dS} \right\}^{1/2}.$$

При $\rho c |Y'| \ll 1$ в приближении теории возмущений имеем следующую формулу:

$$\xi = \left\{ \xi_0^2 + ik\rho c \frac{\int_l Y' p_0^2 dl}{\int_S p_0^2 dS} \right\}^{1/2}. \quad (1)$$

На основе этой формулы можно сделать заключения о рациональном размещении звукопоглощающего материала на стенках канала. Пусть $\text{Re } Y_0 = 0$, и мода p_0 — распространяющаяся (волновое число ξ_0 вещественно). В канале с неоднородными поглощающими стенками ($\text{Re } Y_0 = 0$, $\text{Re } Y' > 0$) мода p затухает ($\text{Im } \xi > 0$). Согласно формуле (1), звукопоглощающий материал дает наибольший эффект при его нанесении на те участки стенок, где давление p_0 максимально. Например, в прямоугольном канале с жесткими стенками ($Y_0 = 0$) звукопоглощающий материал целесообразно наносить около ребер, где все моды имеют максимум давления.

Для каналов с прямоугольным и круговым сечениями формула (1) при $Y_0 = 0$, $Y' = \text{const}$ переходит в известные формулы, полученные ранее методом разделения переменных. В частности, волновое число нулевой моды равно

$$\xi = \{k^2 + ik\rho c Y' l/S\}^{1/2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Морз Ф. Колебания и звук. М.; Л.: ГИТТЛ, 1949.
2. Morse P.M. The transmission of sound inside pipes // J. Acoust. Soc. America. 1939. V. 11. № 2. P. 205 – 210.
3. Molloy C.T., Honigman E. Attenuation of sound in lined circular ducts // J. Acoust. Soc. America. 1945. V. 16. № 4. P. 267–272.

Акустический институт
им. Н.Н. Андреева
Российской академии наук

Поступило в редакцию
26.03.92