Таблица 3

δc, м/с	−45	−15	−5	5	15	45
I	−0,785	−0,219	−0,0695	0,0662	0,190	0,503
	−0,605	−0,202	−0,0672	0,0672	0,202	0,605
II	−0,0394	−0,0118	−0,00382	0,0373	0,0109	0,0306
	−0,0312	−0,0104	−0,00312	0,00312	0,0104	0,0312
$\delta\rho$, г/см^3	−0,3	−0,1	−0,03	0,03	0,1	0,3
I	0,802	0,263	0,0785	−0,0781	−0,259	−0,765
	0,776	0,259	0,0776	−0,0776	−0,259	−0,776
II	0,0929	0,0303	0,00901	−0,00895	−0,0296	−0,0867
	0,0823	0,0274	0,00823	−0,00823	−0,0274	−0,0823

мых нормальных волн не оправдано из-за слабой устойчивости $\widetilde{K}_0(m, n)$ к возмущениям. Граничным значением Δ, разделяющим режимы излучения, можно считать $\Delta = 0{,}1$.

Сопоставляя табл. 1 и 3, отметим, что взаимное влияние нормальных волн в тракте решающего устройства можно не учитывать только в том случае, если отношение амплитуд колебаний не более пяти – восьми. Применение адаптивных систем, естественно, повысит динамический диапазон решающего устройства.

Погрешность приближенного метода расчета коэффициента взаимодействия для большинства δc и $\delta\rho$ не превышает 15%, что позволяет рекомендовать его применение при проведении оценочных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fouillade C., Kinney W.A., DelBalzo D.R.* Shallow water matched-field localization off Panama City, Florida // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 88. № 1. P. 423–433.
2. *Lo E.C., Zhou J.X., Shang E.C.* Normal mode filtering in shallow water // J. Acoust. Soc. Amer. 1983. V. 74. № 6. P. 1833–1836.
3. *Кряжев Ф.И., Петров Н.А.* Нормальные волны в трехслойной среде // Акуст. журн. 1960. Т. 6. № 2. С. 229–236.
4. *Виноградов М.С., Гаврилов А.Н.* Взаимная корреляция нормальных волн в мелком море // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 3. С. 412–415.
5. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. С. 110.

Санкт-Петербургский институт
авиационного приборостроения

Поступило в редакцию
01.07.91

УДК 534.221.1

© 1992 г.

М.Н. Рычагов

РАЗДЕЛЕНИЕ ВКЛАДОВ ρ- И c- КОМПОНЕНТ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В АКУСТИЧЕСКИХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ЗОНДИРОВАНИЕМ В ДВУХ СРЕДАХ

В большинстве работ, посвященных решению акустических обратных задач рассеяния (ОЗР), делается предположение о постоянстве плотности среды ρ в каждой точке исследуемого пространства. При этом полагают, что рассеяние лоцирующих волн происходит лишь на неоднородностях фазовой скорости звука c, обусловленных вариациями показателя преломления внутри реконструируемого объекта. Однако во многих практически значимых задачах (особенно в медицинских приложениях дифракционной томографии) необходимо рассматривать полную ρc-задачу. При этом алгоритм восстановления должен обеспечивать раздельную реконструкцию каждой из компонент рассеивателя. В [1] была предложена методика выделения вкладов ρ- и c-неоднородностей, основанная на факте их различного частотного поведения. Решение аналогичной задачи для случая, когда в качестве неизвестных переменных были выбраны плотность и коэффициент сжимаемости χ, получено в [2]. В этом случае выделение ρ- и χ-вкладов обеспечивалось специальной методи-

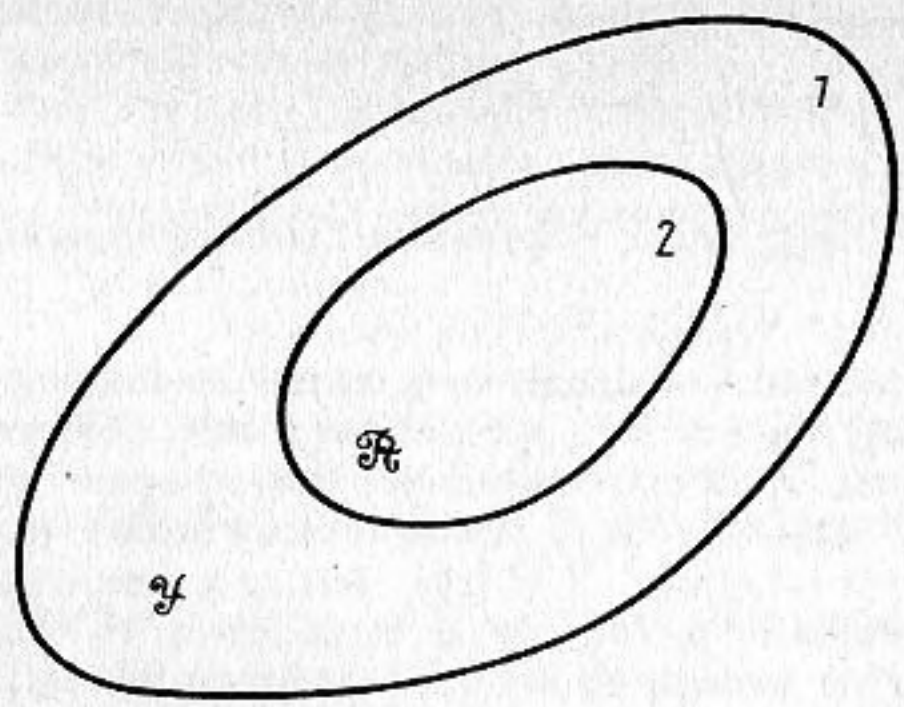

Рис. 1. Геометрия задачи: *1* – $\rho(\mathbf{y}) = \rho_0$, $c(\mathbf{y}) = c_0$; *2* – $\rho(\mathbf{r})$, $c(\mathbf{r})$

кой съема экспериментальных данных, учитывавшей характер рассеяния первичного поля каждой из компонент неоднородности: дипольной для ρ-рассеяния и монопольный для χ-компоненты. В настоящей работе показано, что количественные оценки ρ- и c-компонент рассеивателя можно получить, если лоцирование исследуемой области производить в двух иммерсионных средах, различающихся акустическими импедансами.

Скалярное волновое уравнение линейной акустики в среде с переменной плотностью $\rho(\mathbf{r})$ и вариациями коэффициента сжимаемости $\chi(\mathbf{r})$ имеет вид [3]

$$\Delta U(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} U(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c_0^2}\gamma_\chi(\mathbf{r})\frac{\partial^2}{\partial t^2} U(\mathbf{r}, t) - \frac{\rho_0}{\rho(r)}\nabla\cdot\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) + \nabla(\gamma_\rho(\mathbf{r})\nabla U(\mathbf{r}, t)) + \mathbf{f}(\mathbf{r}, t)\nabla\gamma_\rho(\mathbf{r}), \tag{1}$$

где $U(\mathbf{r}, t)$ – акустическая компонента давления в точке наблюдения $\mathbf{r}$ в момент времени t, $\mathbf{f}(\mathbf{r}, t)$ – вектор вынуждающей силы, приложенный к элементу объема среды, а $\gamma_\rho(\mathbf{r})$ и $\gamma_\chi(\mathbf{r})$ – функции, характеризующие отклонения плотности и коэффициента сжимаемости от фоновых значений ρ_0 и χ_0 невозмущенной среды:

$$\gamma_\rho(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r}) - \rho_0}{\rho(\mathbf{r})}, \quad \gamma_\chi(\mathbf{r}) = \frac{\chi(\mathbf{r}) - \chi_0}{\chi_0}. \tag{2}$$

Учитывая, что $c^2(\mathbf{r}) = 1/\rho(\mathbf{r})\chi(\mathbf{r})$, после несложных преобразований получим из (1) аналогичное уравнение для ρG-задачи:

$$\Delta U(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\frac{\partial^2}{\partial t^2} U(\mathbf{r}, t) = -\nabla\cdot\mathbf{f}(\mathbf{r}, t) + \nabla(\ln\rho(\mathbf{r}))\cdot(\nabla U(\mathbf{r}, t) + \mathbf{f}(\mathbf{r}, t)). \tag{3}$$

Пусть искомые вариации плотности и скорости отличны от нуля лишь на некоторой финитной области рассеяния $\mathcal{R}$, вне которой акустические характеристики среды будем считать неизменными: $\rho(\mathbf{r}) = \rho_0$ и $c(\mathbf{r}) = c_0$, если $\mathbf{r} = \mathbf{y} \in \mathcal{Y}$ (рисунок). Пусть, кроме того, облучение области $\mathcal{R}$ производится источниками $f_0(\mathbf{y}, \omega)$, находящимися вне этой области. Тогда, предполагая временную зависимость $\exp\{-j\omega t\}$ и используя подстановку [4]

$$V(\mathbf{r}, \omega) = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho(\mathbf{r})}}\, U(\mathbf{r}, \omega),$$

получим следующее выражение для соответствующих спектральных амплитуд:

$$\Delta V(\mathbf{r}, \omega) + k_0^2 V(\mathbf{r}, \omega) = n(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}, \omega) + f_0(\mathbf{r}, \omega), \tag{4}$$

в котором $f_0(\mathbf{r}, \omega) = -\nabla\cdot\mathbf{f}(\mathbf{r}, \omega)$, k_0 – волновое число, а $n(\mathbf{r})$ – эффективная функция неоднородности, образованная вкладами ρ- и c-компонент:

$$n(\mathbf{r}) = \omega^2\left(\frac{1}{c_0^2} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\right) + \sqrt{\frac{\rho(\mathbf{r})}{\rho_0}}\,\Delta\left(\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho(\mathbf{r})}}\right). \tag{5}$$

Если регистрация данных о рассеянии $U(\mathbf{y}, \omega)$ осуществляется на некоторой приемной апертуре в $\mathcal{Y}$, то с учетом того, что $\rho(\mathbf{y}) = \rho_0$, а значит $V(\mathbf{y}, \omega) = U(\mathbf{y}, \omega)$ и $V(\mathbf{r}, \omega) = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho(\mathbf{r})}}\, U(\mathbf{r}, \omega)$, полу-

чим следующий интегральный аналог уравнения (4):

$$U(\mathbf{y},\omega) = U_0(\mathbf{y},\omega) + \int\limits_{\mathcal{R}} g_0(\mathbf{y},\mathbf{r})\,\kappa(\mathbf{r})\,U(\mathbf{r},\omega)\,d\mathbf{r}, \tag{6}$$

в котором $\kappa(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\rho_9}{\rho(\mathbf{r})}}\,n(\mathbf{r})$, а $g_0(\mathbf{y},\mathbf{r})$ – функция Грина однородного пространства соответствующей размерности [5].

ОЗР в постановке (5) – (6) состоит в нахождении функций неоднородности $\rho(\mathbf{r})$ и $c(\mathbf{r})$ на основании данных о рассеянии $U(\mathbf{y},\omega)$, при условии, что конфигурация области $\mathcal{R}$ и распределение первичного поля U_0 известны. Заметим, что в дифракционной томографии (в том числе, дифракционной томографии высших порядков) наиболее часто анализируется задача (6) с "чистой" c-неоднородностью, а именно с $\kappa(\mathbf{r}) = n(\mathbf{r}) = \omega^2(1/c_0^2 - 1/c^2(\mathbf{r}))$. Тем не менее, очевидно, что если свертка правой части уравнения (4) с функцией Грина $g_0(\mathbf{y},\mathbf{r})$ существует, то содержание процедур реконструкции $\kappa(\mathbf{r})$ на основании (6) не зависит от конкретного вида искомой функции. Проблема же в этом случае состоит в разделении вкладов ρ- и c-компонент рассеивателя.

Предположим, что некоторым образом (см., например, [6]) получены оценки $\kappa(\mathbf{r})$ с $n(\mathbf{r})$ в форме (5) для двух случаев: $\rho(\mathbf{y}) = \rho_1$, $c(\mathbf{y}) = c_1$ и $\rho(\mathbf{y}) = \rho_2$, $c(\mathbf{y}) = c_2$.

Тогда

$$\begin{aligned} \kappa_1(\mathbf{r}) &= \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho(\mathbf{r})}}\,\omega^2\left(\frac{1}{c_1^2} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\right) + \sqrt{\rho_1}\,\Delta\left(\frac{1}{\sqrt{\rho(\mathbf{r})}}\right), \\ \kappa_2(\mathbf{r}) &= \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho(\mathbf{r})}}\,\omega^2\left(\frac{1}{c_2^2} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})}\right) + \sqrt{\rho_2}\,\Delta\left(\frac{1}{\sqrt{\rho(\mathbf{r})}}\right). \end{aligned} \tag{7}$$

Домножая каждое из уравнений (7) соответственно на $\sqrt{\rho_2}$ и $\sqrt{\rho_1}$ и вычитая из второго уравнения первое, после несложных преобразований получим

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_1\rho_2\left\{\frac{\omega^2\left(\frac{1}{c_2^2} - \frac{1}{c_1^2}\right)}{\sqrt{\rho_1}\,\kappa_2(\mathbf{r}) - \sqrt{\rho_2}\,\kappa_1(\mathbf{r})}\right\}^2. \tag{8}$$

Выполнив аналогичные действия с сомножителями $\sqrt{\rho_2}/c_2^2$ и $\sqrt{\rho_1}/c_1^2$, будем иметь

$$c(\mathbf{r}) = \left\{\frac{\sqrt{\frac{\rho_1\rho_2}{\rho(\mathbf{r})}}\,\omega^2\left(\frac{1}{c_2^2} - \frac{1}{c_1^2}\right)}{\frac{\sqrt{\rho_1}\,\kappa_2(\mathbf{r})}{c_1^2} - \frac{\sqrt{\rho_2}\,\kappa_1(\mathbf{r})}{c_2^2} - \sqrt{\rho_1\rho_2}\left(\frac{1}{c_1^2} - \frac{1}{c_2^2}\right)\Delta\left(\frac{1}{\sqrt{\rho(\mathbf{r})}}\right)}\right\}^{1/2}. \tag{9}$$

Подставляя значения $\rho(\mathbf{r})$ из (8) в (9), окончательно получим

$$c(\mathbf{r}) = \left\{\frac{\sqrt{\rho_1}\,\kappa_2(\mathbf{r}) - \sqrt{\rho_2}\,\kappa_1(\mathbf{r})}{\frac{\sqrt{\rho_1}}{c_1^2}\,\kappa_2(\mathbf{r}) - \frac{\sqrt{\rho_2}}{c_2^2}\,\kappa_1(\mathbf{r}) - \frac{1}{\omega^2}\left(\sqrt{\rho_1}\,\Delta\kappa_2(\mathbf{r}) - \sqrt{\rho_2}\,\Delta\kappa_1(\mathbf{r})\right)}\right\}^{1/2}. \tag{10}$$

Таким образом, выражения (8) и (10) позволяют получить оценки ρ- и c-компонент рассеивателя при его лоцировании в двух иммерсионных средах.

Отметим некоторые характерные особенности представленной техники реконструкции. Из (7) видно, что если $c_1 = c_2$, то значения $\kappa_1(\mathbf{r})$ и $\kappa_2(\mathbf{r})$ отличаются лишь сомножителями $\sqrt{\rho_1}$ и $\sqrt{\rho_2}$, а значит, разделение искомых компонент оказывается невозможным. Если же $\rho_1 = \rho_2$, то вид формул (8) и (10) упрощается:

$$\rho(\mathbf{r}) = \left\{\frac{\omega^2\left(\frac{1}{c_2^2} - \frac{1}{c_1^2}\right)}{\kappa_2(\mathbf{r}) - \kappa_1(\mathbf{r})}\right\}^2 \tag{11}$$

и

$$c(\mathbf{r}) = \left\{\frac{\kappa_2(\mathbf{r}) - \kappa_1(\mathbf{r})}{\frac{\kappa_2(\mathbf{r})}{c_1^2} - \frac{\kappa_1(\mathbf{r})}{c_2^2} - \frac{1}{\omega^2}\left(\Delta(\kappa_2(\mathbf{r}) - \kappa_1(\mathbf{r}))\right)}\right\}^{1/2}, \tag{12}$$

то есть, решение задачи можно легко получить, если использовать две фоновые среды, отличающиеся лишь скоростями распространения.

Отметим, что представленная процедура реконструкции в техническом плане аналогична в некоторой степени известному иммерсионному методу измерения показателя преломления μ твердых веществ, применяющегося при изучении минералов и горных пород. В данном случае порошок погружается в различные жидкости с известными μ и подбирается жидкость, наиболее близкая по μ к исследуемому веществу (наблюдается равномерно освещенное поле).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Буров В.А., Горюнов А.А., Сасковец А.В.* Обратные задачи акустического рассеяния на неоднородностях плотности и показателя преломления среды. Препринт № 12. М.: МГУ, 1983.
2. *Norton S.J.* Generation of separate density and compressibility images in tissues // Ultrasonic Imaging. 1983. V. 5. № 3. P. 240–252.
3. *Morse P.M., Ingard K.U.* Theoretical acoustics. N.Y.: McGrow–Hill, 1968.
4. *Bergmann P.G.* The wave equation in a medium with a variable index of refraction // J. Acoust. Soc. Amer. 1946. V. 17. P. 329.
5. *Горюнов А.А., Сасковец А.В.* Обратные задачи рассеяния в акустике. М.: Изд-во Моск. Ун-та., 1989. 152 с.
6. *Burov V.A., Rychagov M.N., Saskovets A.V.* Account of multiple scattering in acoustic inverse problems of tomographic type // 19 Intern. Symp. on Acoust. Imag., April 3–5, 1991, Ruhr – Universitat Bochum, FRG. Book of abstracts. P. MP 1.5.

Московский институт
электронной техники

Поступило в редакцию
13.06.91