

Рис. 4. Схема возникновения моментной неупругости

которые наклонены к горизонтали (направлению действия силы P) под меньшим углом, чем первоначальные положения $1-2$ и $2-3$.

Как известно, $\partial^2 u / \partial l^2 |_{l=l_0} \gg (1/l_0^2) (\partial^2 u / \partial \alpha^2) |_{\alpha=\alpha_0}$, где l — длина связей, поэтому модуль упругости модели, представленной на рис. 4, определяется главным образом наклоном связей по отношению к направлению растяжения. Тогда, если считать P статической растягивающей силой, то очевидно, что акустические измерения должны обнаружить возрастание модуля с увеличением силы P .

Таким образом, можно говорить о существовании для полимеров двух конкурирующих микроскопических механизмов мгновенной неупругости: связанной с центральными силами (это преимущественно ван-дер-ваальсовы взаимодействия; неупругостью, вызванной деформацией химических связей, можно пренебречь) и связанной с изменением валентных углов в полимерной цепи. Первый механизм преобладает в неориентированных полимерах, второй — моментная неупругость — превалирует в высокоориентированных полимерах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973.
2. Ноздрев В.Ф., Федорищенко Н.В. Молекулярная акустика. М.: Высш. шк., 1974.
3. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. Л.: Наука, 1975.
4. Ballou J.W., Smith J.C. Dynamik measurements of the polymers physical properties // J. Appl. Phys. 1949. V. 20. № 6. P. 493–502.
5. Koiter W.T. Couple-Stresses in the theory of elasticity // Proceedings Koninklijke Nederlandse Akademie Van Wetenschappen. 1964. V. 67. № 1. P. 17–29, 30–44.

Киевский государственный университет
им. Т.Г. Шевченко

Поступило в редакцию
01.08.91

УДК 534.231

© 1992 г. Г.А. Грачев, Е.В. Рашидова, А.В. Розенберг

МИНИМАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ ПЕРЕНОСА ЗВУКОВОЙ ЭНЕРГИИ В ВОЛНОВОДЕ ПЕКЕРИСА

При расчетах пространственно-временной структуры импульсного сигнала методом дискретного преобразования Фурье в модельных задачах, а также при планировании экспериментов по распространению импульсов в океанических волноводах необходимо уметь оценивать априори длительность регистрируемого сигнала. В плоскостных волноводах длительность короткого импульса на горизонтальном расстоянии r от места его генерации определяется соотношением $\Delta T = r(U_{\min}^{-1} - U_{\max}^{-1})$, где U_{\max} , U_{\min} — максимальная и минимальная скорости переноса звуковой энергии импульсом в волноводе. Как известно [1], максимальная скорость переноса звуковой энергии в волноводе равна скорости звука в нижнем полупространстве c_{∞} . Функциональной зависимости от параметров среды минимальной скорости переноса звуковой энергии в волноводах, насколько нам известно, получено не было (за исключением идеального волновода, где $U_{\min} = 0$).

В настоящей работе приводится вывод соотношения между величиной U_{\min} и параметрами волновода Пекериса.

Дисперсионное уравнение для определения фазовых скоростей мод, распространяющихся в волноводе Пекериса, имеет вид [2]

$$kh(1 - n_j^2)^{1/2} = \varphi_j, \quad (1)$$

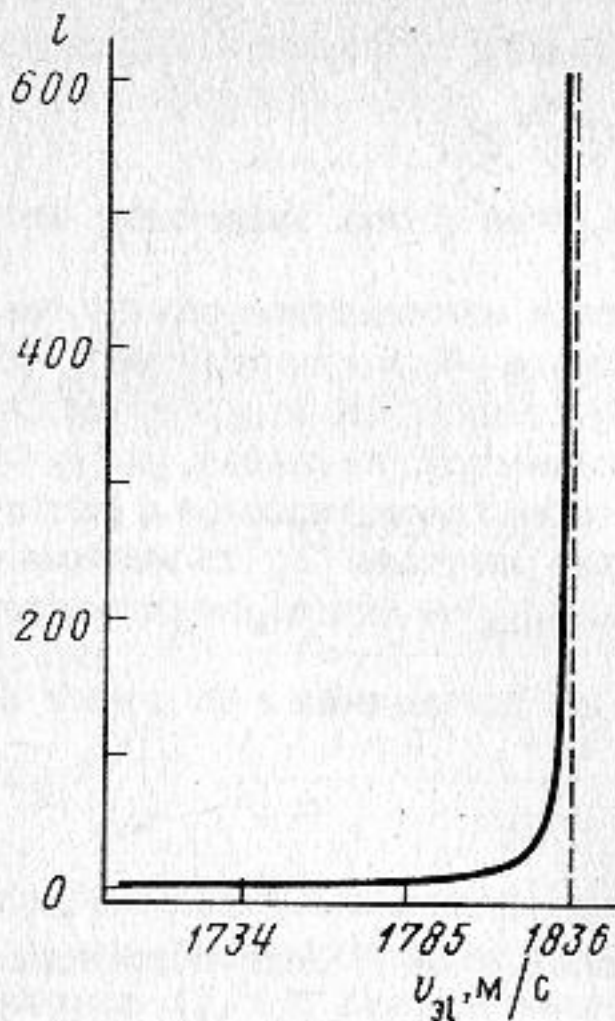


Рис. 1

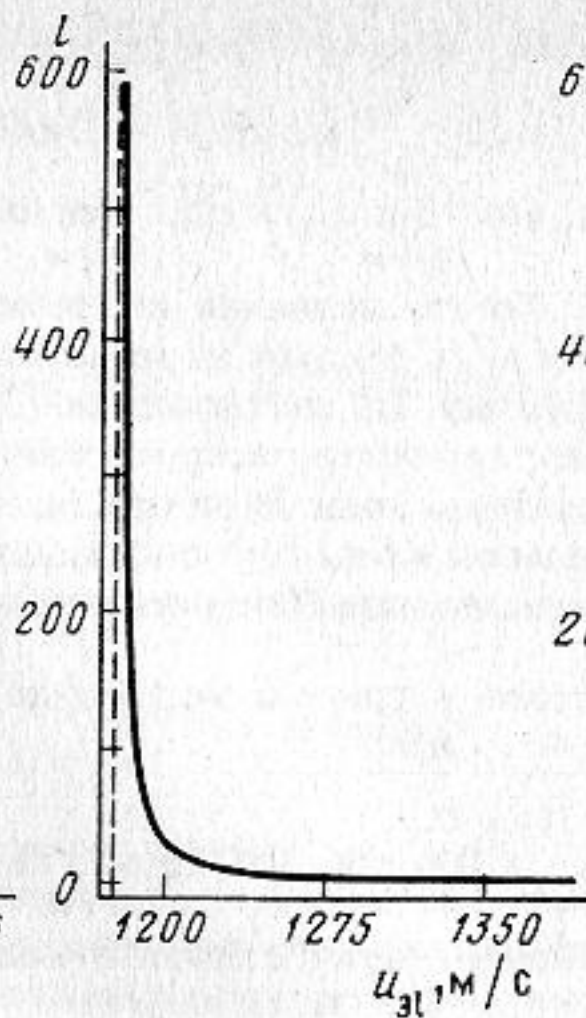


Рис. 2

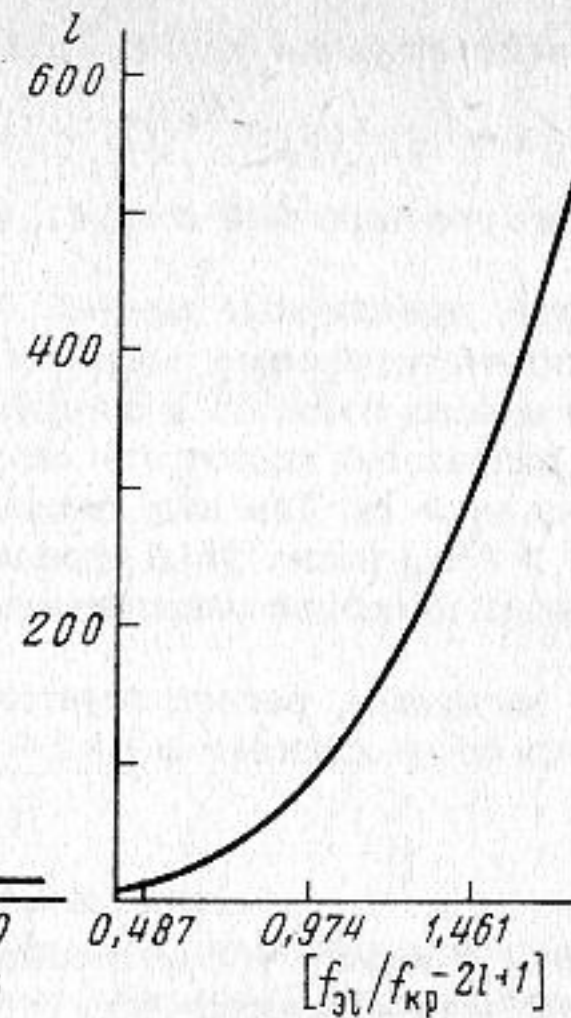


Рис. 3

где $\varphi_l = (2l - 1)\pi/2 + \text{arctg} [(n_l^2 - n^2)^{1/2} (1 - n_l^2)^{-1/2} / m]$, $k = \omega/c$, $n = c/c_\infty$, $m = \rho_\infty/\rho$, $n_l = c/v_l$, c , ρ , h – скорость звука, плотность и ширина жидкого слоя, c_∞ , ρ_∞ – скорость звука и плотность жидкого полупространства, ω – круговая частота, v_l – фазовая плотность l -й моды. Выражение для групповой скорости $u_l = [d/d\omega(\omega/v_l)]^{-1}$, используя (1), представим в виде

$$u_l = v_l(1 + g_l)(n_l^{-2} + g_l)^{-1}, \quad (2)$$

где $g_l = mv^2 [kh(n_l^2 - n^2)^{1/2} \gamma_l]^{-1}$, $\gamma_l = n_l^2(1 - m^2) - n^2 + m^2$, $v = (1 - n^2)^{1/2}$. Очевидно, что минимальную скорость переноса звуковой энергии в волноводе следует искать среди групповых скоростей волн Эйри различных мод, которые определяются уравнением

$$du_l/d\omega = 0. \quad (3)$$

Дифференцируя соотношение (2) по ω и используя выражение для производной фазовой скорости $dv_l/d\omega = -(n_l^{-2} - 1)(1 + g_l)^{-1} v_l/\omega$, уравнение (3) преобразуем к виду

$$g_l^2 + \frac{1}{2} P_l g_l - \frac{1}{2} h_l^{-2} = 0,$$

где $P_l = \beta_l [n_l(n_l^2 - n^2) \gamma_l]^{-1}$, $\beta_l = (1 - n_l^2) [n_l^4(1 - m^2) - n^4 + m^2 n^2] + n_l^2 v^2 (n_l^2 - n^2)$. Последнее уравнение, учитывая соотношение для g_l (2), приведем к виду

$$kh(n_l^2 - n^2)^{1/2} m^{-1} v^{-1} \gamma_l - \frac{1}{2} n_l^2 [(P_l^2 + 8n_l^{-2})^{1/2} + P_l] = 0. \quad (4)$$

Система двух уравнений – дисперсионного (1) и уравнения (4) – определяет характеристики волн Эйри мод различных порядковых номеров. Исключая параметр kh из системы этих двух уравнений, получим уравнение для фазовых скоростей волн Эйри в волноводе Пекериса:

$$(n_l^2 - n^2)^{3/2} = \frac{1}{2} \beta_l v^2 m (1 - n_l^2)^{1/2} [(1 + 8P_l^{-2} n_l^{-2})^{1/2} + 1] (\gamma_l^2 \varphi_l)^{-1}. \quad (5)$$

Определяя фазовую скорость волны Эйри l -й моды v_{3l} (параметр $n_{3l} = c/v_{3l}$) из уравнения (5), подстановкой результата в дисперсионное уравнение (1) можно получить частоту волны Эйри l -й моды f_{3l} , а подстановкой в (2) – ее групповую скорость u_{3l} . Фазовые и групповые скорости волн Эйри, распространяющихся в волноводе Пекериса, как видно из (5), (2), зависят лишь от трех параметров – n , m , l . На рис. 1–3 приводятся зависимости соответственно фазовой, групповой скоростей и частоты (параметр $[f_{3l}/f_{кр} - 2l + 1]$, где $f_{кр}$ – критическая частота) волн Эйри от номера моды, рассчитанные по соотношениям (5), (1), (2) при следующих значениях параметров волновода: $h = 100$ м, $c = 1468,8$ м/с, $c_\infty = 1836$ м/с, $m = 2$. Легко заметить, что с ростом порядкового номера l в силу ограниченности всех величин, входящих в правую часть уравнения (5), кроме $\varphi_l \sim (2l - 1)\pi/2$, параметр n_{3l} стремится к n . Представим величины n_{3l} , f_{3l} , u_{3l} в виде рядов по степеням $(2l - 1)\pi/2$:

$$n_{3l}^2 = n^2 + v^2 (n^2/m)^{2/3} [(2l - 1)\pi/2]^{-2/3} + O\{[(2l - 1)\pi/2]^{-4/3}\},$$

$$f_{\text{Эл}}/f_{\text{кр}} = (2l - 1) + \pi^{-1} (n^2/m)^{2/3} [(2l - 1)\pi/2]^{1/3} + O\{[(2l - 1)\pi/2]^{-1/3}\},$$

$$u_{\text{Эл}} = cn \{1 + 3/2 \nu^2 (nm)^{-2/3} [(2l - 1)\pi/2]^{-2/3} + O\{[(2l - 1)\pi/2]^{-4/3}\}\}.$$

Из последних соотношений следует, что $\lim_{l \rightarrow \infty} v_{\text{Эл}} = c_{\infty}$, $\lim_{l \rightarrow \infty} u_{\text{Эл}} = cn$ (этим значениям на рисунках

соответствуют пунктирные линии). То что величина cn является наименьшим значением, которое могут достигать групповые скорости мод, следует из монотонного убывания величин $u_{\text{Эл}}$ с ростом l , однако это можно показать и по-другому. Из соотношения (2) следует, что $u_l v_l \geq c^2$ для всех номеров мод в диапазонах частот, где они являются распространяющимися. Учитывая, что $v_l \leq c_{\infty}$, получаем оценку $u_l \geq cn$. Так как амплитуды волн Эйри при больших l уменьшаются с ростом l , а при временах $t > r/u_{\text{Эл}}$ волна Эйри отдельной моды экспоненциально затухает [2], то минимальная скорость переноса звуковой энергии в волноводе Пекериса равна $U_{\text{min}} = \lim_{l \rightarrow \infty} u_{\text{Эл}} = cn$, а длительность

короткого импульса, регистрируемого в данном волноводе на расстоянии r от точки излучения, определяется соотношением $\Delta T = (n^{-1} - n)r/c$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пекерис С. Теория распространения звука взрыва в мелкой воде // Распространение звука в океане. М.: Изд-во иностр. лит., 1951.
2. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. С. 325–360.

Ростовский государственный университет

Поступило в редакцию
07.08.90

УДК 534.23

© 1992 г. С.П. Драган, И.В. Лебедева

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Измерение основных акустических характеристик источников звука и поглощающих систем существенно упрощается при использовании интенсивметрических методов.

В серийно выпускаемых рядом зарубежных фирм интенсивметрах используется двухмикрофонная техника измерений. Определение интенсивности производится методом конечно-разностных приближений [1], что приводит к ограничению частотного диапазона. Верхний предел $f_{\text{В}}$ определяется выбором расстояния Δx между микрофонами, которое не должно превышать четверти длины волны, так что $f_{\text{В}} \leq c/4\Delta x$. Однако повышение верхней граничной частоты за счет уменьшения Δx автоматически приводит к существенному увеличению погрешности измерений на низких частотах, вызванному рассогласованностью АФЧХ измерительных трактов.

В данной работе предлагается метод измерения интенсивности, основанный на точном решении уравнений распространения плоской звуковой волны, позволяющий определять энергетические и импедансные характеристики в широком частотном диапазоне. Интенсивность определяется расчетным способом по данным измерений в двух произвольных точках звукового давления p_1 и p_2 и разности фаз между ними $\Delta\varphi$.

Рассмотрим распространение монохроматической звуковой волны в волноводе при наличии отражающей поверхности. Считая, что звуковая волна распространяется от первого микрофона ко второму, давление в точках расположения микрофонов запишется в виде

$$p_1 = p_0(1 - r), \quad p_2 e^{i\Delta\varphi} = p_0 e^{-ikl}(1 - r e^{2ikl}), \quad (1)$$

где p_0 — давление в падающей волне, r — комплексный коэффициент отражения $r = |r| e^{i\theta}$, θ — аргумент коэффициента отражения в месте расположения первого микрофона, k — волновое число, l — расстояние между микрофонами. После несложных преобразований уравнений (1) получаем выражения для модуля и аргумента коэффициента отражения [2]

$$|r| = \frac{\sqrt{(N^2 - 1) + 4N^2(\cos^2 kl + \cos^2 \Delta\varphi) - 4N(N^2 + 1)\cos \Delta\varphi \cos kl}}{N^2 + 1 - 2N \cos(\Delta\varphi + kl)}, \quad (2)$$

$$\theta = \arctg \frac{2N \sin kl (N \cos kl - \cos \Delta\varphi)}{N^2 - 1 - 2N \cos kl (N \cos kl - \cos \Delta\varphi)},$$

где $N = p_1/p_2$.