АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 3

УДК 534.24

© 1992 г. В.В. Филиппов

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПОПЕРЕЧНЫЕ МАГНИТОУПРУГИЕ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ФЕРРОМАГНЕТИКА И ДИЭЛЕКТРИКА

Для металлизированной и неметаллизированной границ найдены соотношения между упругими постоянными c_{44} и плотностями граничащих сред, при которых существуют решения в виде поверхностных магнитоупругих волн. Определены частотные интервалы, в которых лежат дисперсионные кривые.

Поверхностные волны на жесткой границе двух полубесконечных упругих сред получили название волн Стоунли [1, 2]. Они могут быть двух поляризаций: вертикальной и горизонтальной [2] (поперечной). Такого типа волны могут существовать и на границе с пьезоэлектрическими или магнитными кристаллами. Для пьезоэлектриков задача о поперечных поверхностных волнах типа волн Стоунли (далее просто волнах Стоунли) рассматривалась в ряде работ [3–6]. В случае магнитных кристаллов на возможность распространения волн Стоунли было указано в работе [7], где рассмотрен простейший случай границы двух ферромагнетиков, упругие постоянные которых $c_{44}^{\text{ф}}$ и плотности $\rho_{\text{ф}}$ одинаковы, а внешнее магнитное поле H_0 равно нулю. Практический интерес представляет, однако, случай жесткой границы двух различных сред, прежде всего ферромагнетика и диэлектрика. Исследованию волн Стоунли на неметаллизированной и металлизированной границах произвольных ферромагнетика и диэлектрика и $H_0 \neq 0$ посвящена данная работа.

Направим ось x декартовой системы координат по нормали к границе, причем $x < 0$ для ферромагнетика, $x > 0$ для диэлектрика. Пусть волна распространяется параллельно оси y, а зависимость ее полевых величин от координат пропорциональна $\exp i(k_y + k_x x)$, $H_0 \parallel z$. В ферромагнетике систему уравнений Ландау–Лифшица для вектора переменной намагниченности $\mathbf{m}(m_x, m_y, 0)$ и Грина–Кристоффеля для поля упругих смещений $\mathbf{u}(0, 0, u_z)$ в магнитостатическом приближении с учетом магнитоупругой связи [8] запишем в виде

$$\begin{aligned} &\omega m_x = \gamma(kM_0\varphi + iH_0 m_y - B_2 u_z k),\\ &\omega m_y = \gamma(k_x M_0\varphi - iH_0 m_x + B_2 u_z k_x),\\ &\omega^2 \rho_{\text{ф}} u_3 = (k^2 + k_x^2)(c_{44}u_z + \frac{B_2}{4\pi M_0}\varphi), \end{aligned} \tag{1}$$

где $\gamma < 0$ – гиромагнитное отношение, M_0 – намагниченность насыщения, φ – потенциал магнитостатического поля $\mathbf{h} = -\nabla\varphi$, B_2 – константа магнитоупругой связи. При $k^2 + k_x^2 \neq 0$ система (1) дает решение для связанной волны, в которой упругие колебания сопровождаются колебаниями магнитного поля $\mathbf{h}$

$$\varphi = -\frac{4\pi\gamma B_2\omega_H}{\omega^2 - \omega_B^2}u_z, \quad \omega_B^2 = \omega_H(\omega_H + \omega_M), \tag{2}$$

Здесь $\omega_H = |\gamma| H_0$, $\omega_M = |\gamma| M_0$. Если $k^2 + k_x^2 = 0$ $(k_x = \pm ik)$, то из (1) следует решение для чисто магнитостатической неоднородной волны с нормальной составляющей

вектора магнитной индукции

$$b_x = -\nabla_x \varphi + 4\pi m_x = \mp ik\left(1 \mp \frac{\omega_M}{\omega \pm \omega_H}\right)\varphi, \qquad (3)$$

$$\varphi \sim e^{\pm kx} e^{iky},$$

локализованное (при $k_x = -ik$) вблизи границы ферромагнетика.

Дополним механические граничные условия (равенство сил и смещений по обе стороны границы) магнитными. Для неметаллизированной поверхности они сводятся к равенству потенциалов и нормальных составляющих векторов магнитной индукции по обе стороны границы. Поскольку для диэлектрика $\nabla^2\varphi = 0$ и магнитная проницаемость $\mu = 1$, то $b_x = -ik\varphi \sim \exp(-kx)$. Для металлизированной границы раздела обращается в нуль потенциал магнитного поля в ферромагнетике. Условие равенства нулю детерминантов систем этих уравнений приводит к дисперсионному уравнению для волн Стоунли. После преобразований, которые мы опускаем, оно для обоих случаев границы может быть записано в виде

$$k_ф A + c k_д - k\eta_\pm = 0, \qquad (4)$$

где учтено, что нормальные составляющие волновых векторов в диэлектрике $k_{xд}$ и в ферромагнетике $k_{x\,ф}$ мнимые, а их величины соответственно равны

$$k_д = \frac{k_{xд}}{i} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\omega}{v_ф}\right)^2 \frac{\rho}{c}}, \quad k_ф = \frac{k_{xф}}{-i} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\omega}{v_ф}\right)^2 \frac{1}{A}}, \qquad (5)$$

$v_ф = (c_{44}^ф/\rho_ф)^{1/2}$ – фазовая скорость поперечной упругой волны в ферромагнетике. В (4), (5) используются параметры

$$c = \frac{c_{44}^ф}{c_{44}^д}, \quad \rho = \frac{\rho_д}{\rho_ф}, \qquad (6)$$

характеризующие механические свойства граничащих сред, а также обозначения

$$A = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2 - \omega_B^2}, \quad \omega_0^2 = \omega_B^2 - \omega_{MY}\omega_H, \quad \omega_{MY} = \frac{|\gamma| B_2^2}{|M_0| c_{44}^ф}. \qquad (7)$$

Величина $\eta_\pm$ зависит от характера магнитных граничных условий, причем верхний (нижний) знак соответствует направлению распространения по (навстречу) оси y. В случае неметаллизированной поверхности

$$\eta_\pm = \pm \frac{\omega_{MY}(\omega_- \pm \omega)(\omega_+ \mp \omega)}{(\omega^2 - \omega_B^2)(\omega \mp \omega_s)}, \quad \omega_\pm = \frac{1}{2}\left(\pm\omega_H - \sqrt{\omega_H^2 + 2\omega_H\omega_M}\right). \qquad (8)$$

Для металлизированной поверхности

$$\eta_\pm = \frac{\omega_{MY}\omega(\omega \mp \omega)}{(\omega^2 - \omega_B^2)(\omega_s' \mp \omega)}. \qquad (9)$$

В (8), (9) $\omega_s = \omega_H + 0{,}5\omega_M$, $\omega_s' = \omega_H + \omega_M$ – частоты поверхностной магнитостатической волны на свободной и металлизированной поверхностях полубесконечного ферромагнетика. При $c = 0$ из (4), (8), (9) получаем частный случай поверхностной магнитоупругой волны на свободной границе ферромагнетика, разобранный в [9–11].

Исследуем дисперсионное уравнение (4). Поскольку $k_ф > 0$, $ck_д > 0$, то оно может иметь решения, если а) $A > 0$, $\eta_\pm > 0$, б) $A < 0$, $\eta_\pm \gtrless 0$. Отсюда вытекает, что частота волн Стоунли может лежать в пределах $0 < \omega < \omega_+$, $\omega_0 < \omega < \omega_s$ для неметаллизированной и $0 < \omega < \omega_H$, $\omega_0 < \omega < \omega_s'$ для металлизированной поверхности при распространении в прямом направлении, когда k параллельно $+y$. Во встречном направлении соответственно имеем $0 < \omega < \omega_-$, $\omega > \omega_0$ для неметаллизированной и $\omega > \omega_0$ – для

Рис. 1. Область параметров c, ρ, для которых волна Стоунли существует; *1* – прямая (10), *2* – гипербола (11). Пунктир – асимптота гиперболы, C – произвольная точка

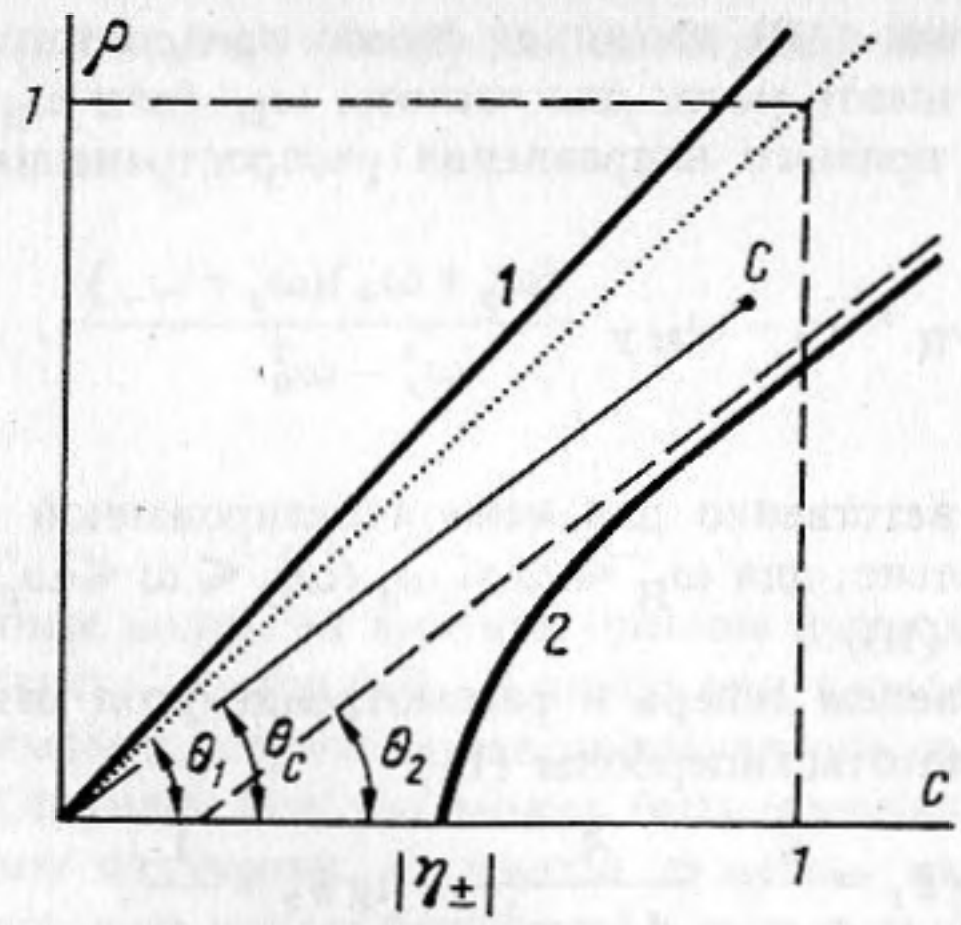

Рис. 1

Рис. 2. Кривые зависимости углов θ_1 (штриховая кривая) и θ_2 (сплошная линия) от частоты. $\theta_0 = \theta_2(0) = \operatorname{arctg}[1+\omega_M(\omega_H + \omega_M)^{-1}]$, $\theta_\pm = \theta_2(\omega_\pm) = \operatorname{arctg}[1+\omega_{MY} \times (\omega_S \mp \omega_\pm)^{-1}]$, $\theta_S = \theta_2(\omega_S) = \operatorname{arctg}(1 - 4\omega_{MY}\omega_H\omega_M^{-2})$

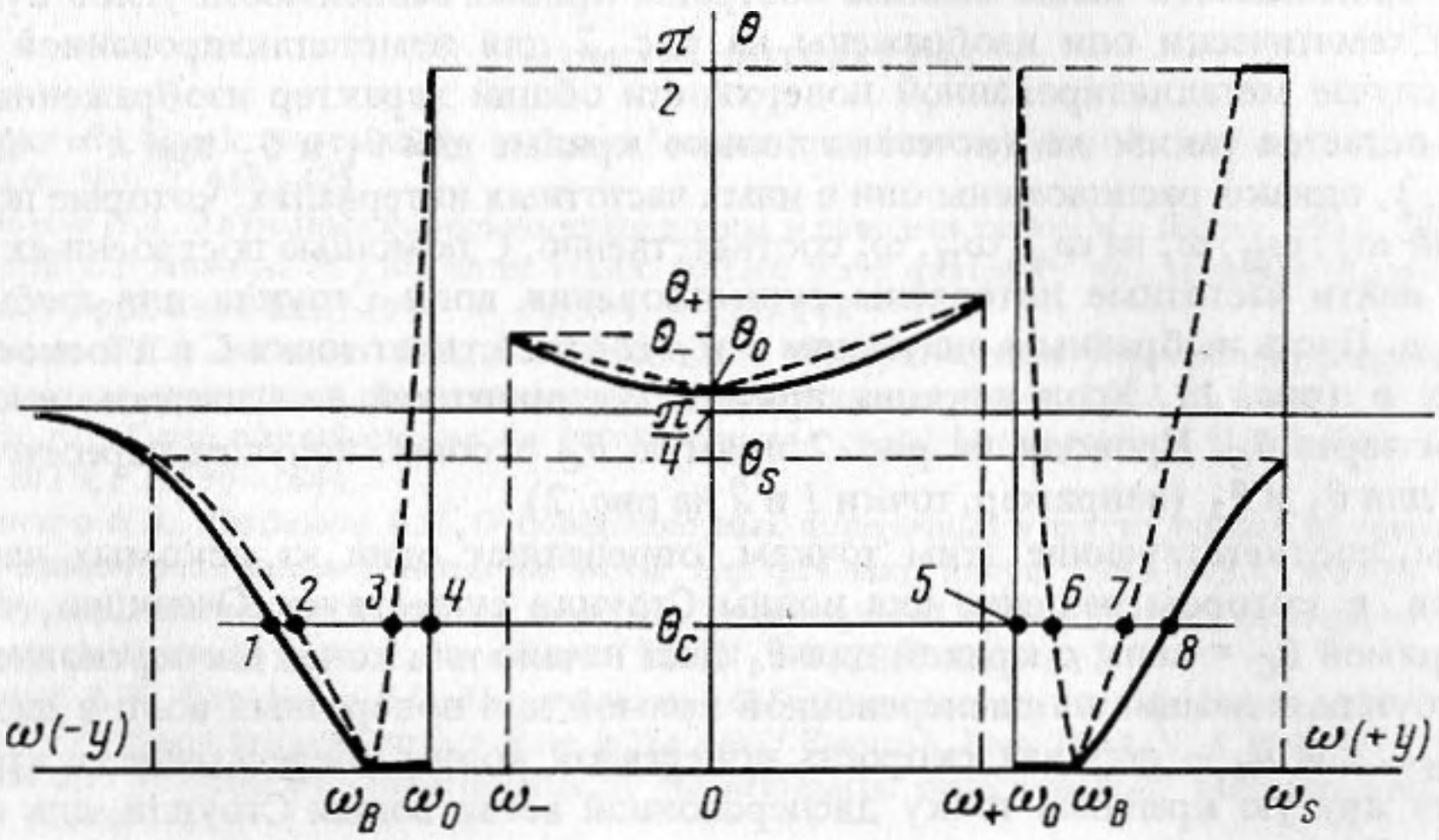

Рис. 2

металлизированной поверхности. Однако интервалы частот, лежащие в этих пределах, в которых решения уравнения (4) существуют, в сильной степени зависят от параметров c, ρ, $\eta_\pm$. Чтобы найти их, рассмотрим условия неотрицательности подкоренных выражений в (5). Здесь может быть два предельных случая. В одном из них $k_д = 0$, т.е. $k = \omega\rho/cv_ф$ и из (4) следует

$$c = (A - \frac{\eta_\pm^2}{A})\rho. \tag{10}$$

В другом $k_ф = 0$, т.е. $k = \omega/Av_ф$ и из (4) получаем

$$c^2 - c\rho A = \eta_\pm^2. \tag{11}$$

На плоскости переменных c, ρ прямая (10) и гипербола (11) для каждой заданной частоты ω определяют область параметров c, ρ, для которых $k_ф$ и $k_д$ вещественны и уравнение (4) имеет решения. Нетрудно видеть, что эта область заключена между прямой (10) и гиперболой (11) и в пределе $\eta_\pm \to 0$ стягивается в прямую $\rho = c$, точки которой удовлетворяют дисперсионному уравнению для границы двух упругих полупространств (рис. 1). Из сказанного имеется исключение для узкого интервала частот $\omega_0 < \omega < \omega_B$, где подкоренное выражение для $k_ф$ положительно при любых c и ρ, а ограничение их гиперболой (11) отпадает. Кроме того, так как $c \geqslant 0$, $\rho > 0$, то при $A^2 = \eta_\pm^2$

прямая (10) достигает своего предельного положения $c = 0$. Как показывает анализ, это имеет место для частоты ω_Π (или ω'_Π), лежащей вблизи ω_s (или ω'_s), и только для прямого направления распространения (по $+y$). Приближенно для нее получаем

$$\omega_\Pi = \omega_s - \omega_{MY}\frac{(\omega_s+\omega_+)(\omega_s+\omega_-)}{\omega_s^2-\omega_0^2}, \quad \omega'_\Pi = \omega'_s\left(1-\frac{\omega_{MY}}{\omega_H+\omega_M}\right) \tag{12}$$

соответственно для неметаллизированной и металлизированной поверхностей. Следовательно, для $\omega_\Pi \leqslant \omega \leqslant \omega_s$ ($\omega'_\Pi \leqslant \omega \leqslant \omega'_s$) отпадает ограничение параметров c, ρ прямой (10).

Введем теперь в рассмотрение угол наклона прямой (10) θ_1 и угол θ_2 наклона асимптоты гиперболы (11)

$$\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{\rho}{c} = \frac{A}{A^2-\eta_\pm^2}, \quad \operatorname{tg}\theta_2 = \frac{1}{A}. \tag{13}$$

С учетом проделанного выше анализа построим кривые зависимости углов θ_1 и θ_2 от частоты. Схематически они изображены на рис. 2 для неметаллизированной поверхности. В случае металлизированной поверхности общий характер изображенных зависимостей остается таким же (исчезают только кривые для θ_1 и θ_2 при $k = -ky$ и $0 < \omega < \omega_-$), однако расположены они в иных частотных интервалах, которые получаются заменой $\omega_+, \omega_\Pi, \omega_s$ на $\omega_H, \omega'_\Pi, \omega'_s$ соответственно. С помощью построенных кривых нетрудно найти частотные интервалы существования волн Стоунли для любых параметров c, ρ. Пусть выбранным значениям c и ρ соответствует точка C в плоскости переменных c, ρ (рис. 1). Угол наклона прямой, соединяющий ее с началом координат, обозначим через θ_C. Проводя на рис. 2 прямую $\theta_C = \text{const}$, получим пересечения ее с кривыми для θ_1 и θ_2 (например, точки *1* и *2* на рис. 2).

Частоты, соответствующие этим точкам, определяют один из искомых частотных интервалов, в котором решение для волны Стоунли существует. Очевидно, что пересечение прямой $\theta_C = \text{const}$ с кривой для θ_1 дает начало или конец дисперсионной ветви волны Стоунли, лежащие на дисперсионной прямой для поперечных волн в диэлектрике $\omega = v_д k$, где $v_д$ – фазовая скорость поперечной волны. Пересечение с кривой θ_2 определяет другую крайнюю точку дисперсионной ветви волны Стоунли, для которой $\omega = A v_ф k$. Для частот $\omega_0 < \omega < \omega_B$, как уже отмечалось, нет ограничения на параметры c и ρ со стороны уравнения (11), поэтому второй граничной частотой искомого частотного интервала является частота ω_0 (точки *4, 5* на рис. 2). Строго говоря, вместо частот, соответствующих точкам пересечения прямой $\theta_C = \text{const}$ с кривой для θ_2, необходимо брать частоты, соответствующие точкам пересечения этой прямой с гиперболой (11). Однако в большинстве случаев замена гиперболы на прямую вполне оправдана, а различия, как видно из рис. 1, возникают только при $c \sim |\eta_\pm|, \theta_C \sim \theta_2$.

Как следует из рис. 2, в зависимости от параметров c, ρ (или, точнее, угла θ_C) может быть от одной до трех дисперсионных ветвей волн Стоунли. В последнем случае одна из ветвей лежит в области низких частот. Взаимосвязь между числом ветвей и диапазоном изменения угла θ_C отражена ниже.

Интервал	Количество ветвей	
	k вдоль $+y$	k вдоль $-y$
$0 \leqslant \theta_C < \pi/4$	две	две
$\pi/4 < \theta_c < \theta_0$		одна
$\theta_0 \leqslant \theta_C \leqslant \theta_-$	три	
$\theta_- < \theta_C \leqslant \theta_+$		две
$\theta_+ < \theta_C < \pi/2$	две	одна

Избавившись в (4) от иррациональности, получим явный вид дисперсионной зависимости для волны Стоунли

$$k^2 = \omega^2 \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - a_1^2 a_3}}{a_1^2}, \tag{14}$$

$$a_1 = c\rho - A,$$
$$a_2 = (c\rho - A)(A^2 - c^2 - \eta_\pm^2) + 2\eta_\pm^2 c\rho,$$
$$a_3 = (A^2 - c^2 - \eta_\pm^2)^2 - 4\eta_\pm^2 c^2.$$

Таким образом, поперечные поверхностные волны на жесткой границе ферромагнетика и диэлектрика имеют своеобразный спектр, состоящий из одной или нескольких узких полос. Их положение различно в прямом и встречном направлениях, что связано с невзаимностью распространения волн Стоунли. Все это может быть использовано для частотной фильтрации ультразвукового излучения. С другой стороны, наличие решений в виде волны Стоунли должно приводить и к особенностям в распространении магнитоупругих волн в ферромагнитных пленках на диэлектрических подложках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stoneley R.* Elastic waves at the surface of separation of two solids // Proc. Roy. Soc. London. 1924. V. A106. № 6. P. 416–428.
2. *Викторов И.А.* Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 287 с.
3. *Maerfeld C., Tournois P.* Pure shear elastic surface wave quided by the interface of two semi-infinite media // Appl. Phys. Lett. 1971. V. 19. № 4. P. 117–118.
4. *Кессених Г.Г., Любимов В.Н., Санников Д.Г.* Поверхностные упругополяризационные волны на доменных границах в сегнетоэлектриках // Кристаллография. 1972. Т. 17. № 3. С. 59–94.
5. *Peuzin J.C.* Onde piezoelectrique de paroi dans une cristal ferroelectrique // Sol. State Comm. 1971. V. 9. № 19. P. 1639–1641.
6. *Филиппов В.В., Любимов В.Н.* О поверхностных поперечных упругих волнах на границе диэлектрика с пьезоэлектриком // ВесцI АН БССР, сер. фIз.-мат. навук. 1982. № 3. С. 69–73.
7. *Camley R.E., Maradudin A.A.* Pure shear elastic wave quided by the interface between two semiinfinite magnetoelastic media // Appl. Phys. Lett. 1981. V. 38. № 8. P. 610–612.
8. *Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В.* Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
9. *Parekh J.P.* Magnetoelastic surface wave in ferrites // Electron. Lett. 1969. V. 5. № 14. P. 322–323.
10. *Parekh J.P.* Propagation characteristics of magnetoelastic surface wave // Electron. Lett. 1969. V. 5. № 21. P. 540–541.
11. *Parekh J.P.* Influence of surface metallization on magnetoelastic surface wave // Electron. Lett. 1970. V. 6. № 2. P. 47–48.

Институт физики
Академии наук Беларуси

Поступила в редакцию
19.04.91

V.V. Filippov

MAGNETOELASTIC SURFACE SHEAR WAVES AT FERROMAGNETIC-DIELECTRIC INTERFACE

Frequency intervals in which a magnetoelastic surface shear waves exists are found for metallized and unmetallized ferromagnetic-dielectric interfaces. There can be two or three such intervals in bots cases if the external normal to the ferromagnetic, the propagation direction and the applied magnetic field form a right-hand triplet of vectors, and one or two intervals if these vectors form a left-hand triplet. One of the intervals lies in a low frequency region and its existence depends strongly on the ratio of bulk shear waves velocities of contacting media. Another interval is very narrow. It exists for all contacting media and is below the frequency of the bulk magnetostatic wave in a semi-infinite ferromagnetic ω_B. The third, a high frequency interval lies between ω_B and the frequency of the magnetostatic surface wave.