АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 3

УДК 534

© 1992 г. Н.Д. Векслер

ВЫДЕЛЕНИЕ РЕЗОНАНСОВ В ЗАДАЧАХ РАССЕЯНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН УПРУГИМИ ОБОЛОЧКАМИ

Для исследования резонансного рассеяния пустыми упругими оболочками вводится новое промежуточное основание – жидкая оболочка, получающаяся из упругой при $c_t \to 0$ (здесь c_t – скорость поперечных волн в теории упругости). Показывается эффективность этого основания вплоть до частоты первого толщинного резонанса.

Для анализа периферических волн, возбужденных в оболочке падающей волной, целесообразно разделить полное рассеянное оболочкой акустическое давление на два компонента: резонансный и фоновый. Фоновый компонент, основание, подбирается таким образом, чтобы наиболее рельефно выделить резонансный. В задачах рассеяния упругими телами (сплошными, толсто- и тонкостенными) сферической и цилиндрической формы, где применим метод разделения переменных, резонасный компонент выделяют для каждой парциальной моды. В качестве фонового компонента в зависимости от относительной толщины используют жесткое, промежуточное и мягкое основания [1–5]. В практических вычислениях введенное в [2, 3] промежуточное основание применяется редко, поскольку оно должно подбираться индивидуально для каждой парциальной моды и семейства резонанса. Смысл вводимого основания состоит в том, чтобы исключить вклад зеркально отраженной и дифрагированных волн (здесь дифракция понимается в узком смысле). Предполагается, что эти вклады одинаковы при рассеянии оболочкой и вводимым основанием, и поэтому в их разности такие вклады будут отсутствовать. В экспериментальных исследованиях для исключения вклада зеркально отраженной волны рассматривают либо достаточно длинный сигнал, либо короткий. При длинном сигнале добиваются выхода процесса рассеяния на стационар и регистрируют рассеянное давление в режиме переизлучения (непосредственно после окончания посылки) [6]. При короткой посылке рассеянное давление подвергается фильтрации с целью исключения зеркально отраженного сигнала [7, 8]. Для получения резонансной кривой функции формы отфильтрованный сигнал подвергается преобразованию Фурье по времени. Резонансные кривые функции формы при жестком основании рассчитывались в работах [9, 10].

Цель данной работы состоит во введении и обосновании промежуточного основания для функции формы. Основная идея будет продемонстрирована на задаче о рассеянии упругой сферической оболочкой, поскольку здесь можно использовать точное решение и тем самым избежать возможных погрешностей, привносимых методом решения.

Рассмотрим задачу о рассеянии плоской акустической волны пустой упругой оболочкой. Точное решение задачи имеет вид ряда [11]. Обычно, вводя парциальную и полную функции формы, в дальнем поле (при $r \gg a$) и фиксированном $\theta = \theta_*$ представляют результат счета в виде зависимости нормированной амплитуды давления от волнового радиуса $|f(x)|$. На рис. 1 показана функция формы, рассчитанная при рассеянии алюминиевой оболочкой в воде;

алюминий: $\rho_1 = 2{,}79 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c_l = 6380$ м/с, $c_t = 3100$ м/с,

вода: $\rho = 1{,}00 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c = 1470$ м/с.

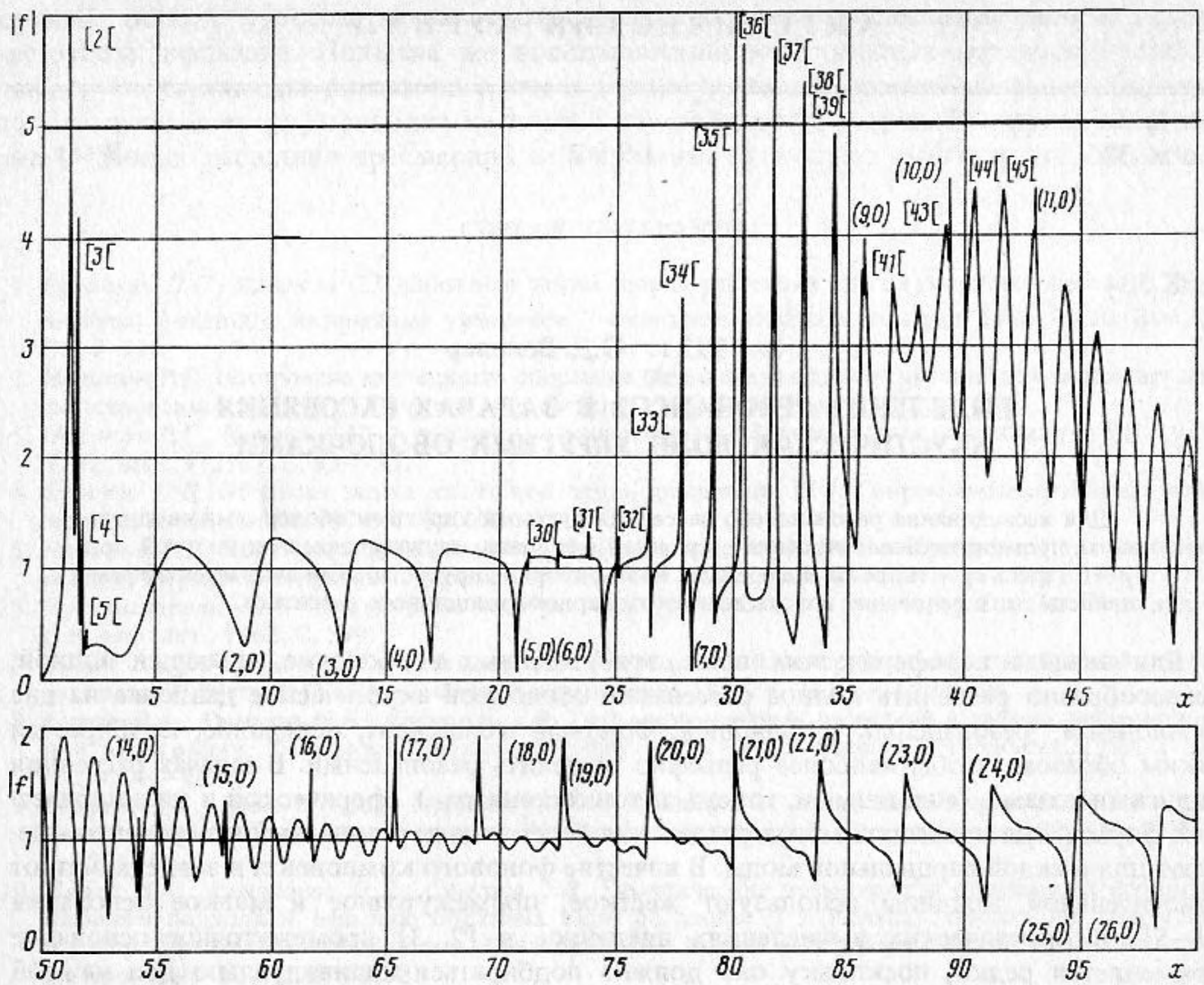

Рис. 1. Функция формы при рассеянии плоской акустической волны пустой упругой сферической оболочкой. Расчет проведен для точки наблюдения, расположенной в дальнем поле, при рассеянии назад

Счет проводился при рассеянии назад ($\theta = 0$) для оболочки средней толщины с $h = 1/32$ с шагом счета $l_x = 10/256$. Выше использованы следующие обозначения: r, θ – сферические координаты: a, b – наружный и внутренний радиусы оболочки; $h = 1 - b/a$ – относительная толщина оболочки; $k = \omega/c$ – волновое число в жидкости; ω – частота; ρ, c – плотность жидкости и скорость звука в жидкости; ρ_1, c_l, c_t – плотность материала оболочки, скорость продольной и поперечной волн в теории упругости.

В дополнение к основной рассмотрим модельную задачу о рассеянии плоской акустической волны пустой жидкой оболочкой. Будем считать, что жидкая оболочка получается из упругой при $c_t = 0$. Формально, решение модельной задачи можно получить из решения основной, заменив входящие в парциальную функцию формы детерминанты пятого порядка детерминантами третьего порядка (порядок детерминантов определяется числом условий контакта). Поступая с решением модельной задачи таким же образом, как и с решением основной, можно рассчитать для нее функцию формы $\bar{f}(x)$.

Предлагается использовать решение $\bar{f}(x)$ в качестве фонового для $f(x)$, т.е. образовать разность $\varphi(x) = f(x) - \bar{f}(x)$. Модуль $|\varphi(x)|$ будем называть резонансной функцией формы. На рис. 2 показан график $|\varphi(x)|$, рассчитанный при рассеянии назад. Как видно из приведенных графиков, функция $\bar{f}(x)$ действительно позволяет выделить резонансы волн, возбужденных в оболочке. Они маркированы на рис. 1, 2. Резонансы нулевой симметричной волны Лэмба S_0 отмечены $(n, 0)$, а резонансы волны Стоунли $[n[$. Цифра n задает порядковый номер резонанса.

Использованный прием не позволяет указать порядковый номер резонанса непосредственно. Для отыскания порядкового номера здесь была использована процедура

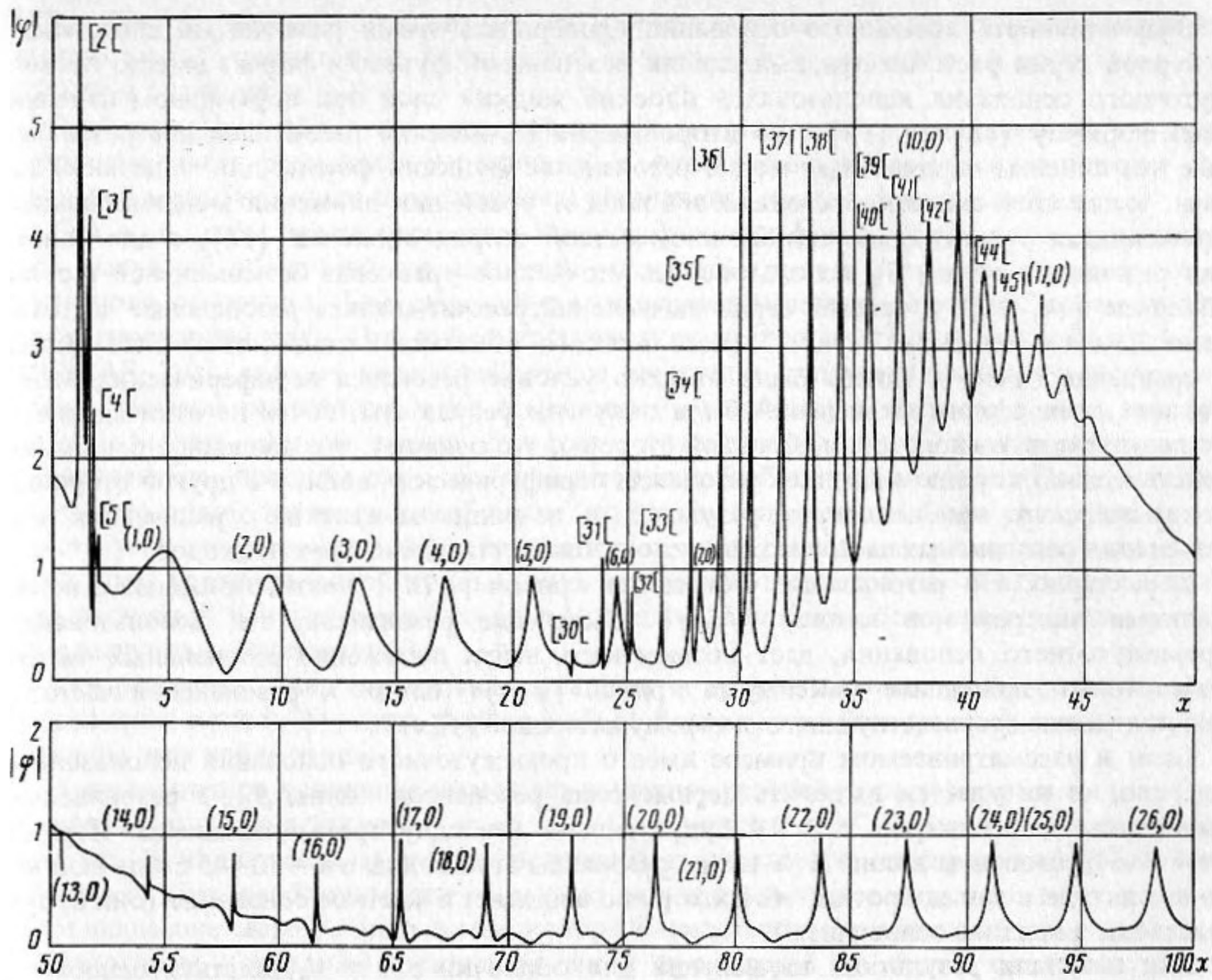

Рис. 2. Резонансный компонент функции формы, рассчитанный при использовании промежуточного основания

резонансной теории рассеяния [3]. В качестве основания использовалась жидкая оболочка. Положения резонансов на резонансной кривой функции формы практически совпадают с положениями резонансов парциальных мод, найденных по резонансной теории рассеяния. Это относится как к большим по амплитуде добротным (с узкой резонансной кривой) неперекрывающимся резонансам, так и к малым по амплитуде недобротным резонансам. Следует отметить, что те резонансы, которые не выделяются основанием на уровне парциальных мод, отсутствуют на резонансной кривой функции формы. Обратное утверждение, однако, несправедливо. Большие по амплитуде, но малодобротные (сильно перекрывающиеся) резонансы, хорошо выделяемые основанием на уровне парциальных мод, могут суперпонироваться так, что на резонансной кривой функции формы их вклад будет практически не виден [12]. Так, например, при рассеянии алюминиевой оболочки с $h = {}^1/_8$ в воду в диапазоне $50 \leqslant x \leqslant 100$ на кривой $|\varphi(x)|$ не видны резонансы волны S_0 (при $13 \leqslant n \leqslant 40$), волны A_0 (при $27 \leqslant n \leqslant 52$) и волны S_1 (при $1 \leqslant n \leqslant 15$), хотя амплитуды резонансных компонентов этих волн довольно велики (порядка 1,5, 2 и 0,5 соответственно). Влияние этих (скрытых) резонансов на кривой $|\varphi(x)|$ проявляется в том, что резонансы волн других типов наблюдаются на фоне суперпозиции скрытых резонансов.

Из-за суперпозиции недобротных, но больших по амплитуде, резонансов на кривой функции $|\varphi(x)|$ иногда появляется характерный "холм", как, например, в области $30 \leqslant x \leqslant 58$ для оболочки с $h = {}^1/_{32}$ (см. рис. 2). Этот холм вызван суперпозицией резонансов волны A, поскольку при рассеянии оболочкой с $h = {}^1/_{32}$ в рассматриваемом диапазоне частот падающая волна возбуждает лишь две периферических волны – A и S_0. Добротные резонансы волны S_0 с $n = 9$–14 отчетливо видны на кривой $|\varphi(x)|$ в том диапазоне частот, где имеет место холм.

Эффективность введенного основания проверялась тремя различными способами. В первой серии расчетов при вычислении резонансной функции формы вместо промежуточного основания использовался плоский жидкий слой при нормальном падении (см. формулу (18) из [13]). Во второй серии вычислений рассчитывались резонансные компоненты парциальных мод и резонансная функция формы для модельной задачи, когда для описания резонансов волны A уравнения движения моделировались уточненными уравнениями изгибно-плоскостной теории оболочек [14], а для описания резонансов волны S_0 использовалось уточненное уравнение безмоментной теории оболочек [14, 15]. В третьей серии вычислений рассчитывались резонансные частоты волн Лэмба в плоском "сухом" (безо всякого контакта с жидкостью) слое. Здесь в уравнение Рэлея – Лэмба было введено условие резонанса периферических волн. Во всех трех сериях вычислений были получены результаты, почти не отличающиеся от результатов точного счета. С одной стороны, это означает, что введенное основание действительно хорошо выделяет резонансы периферических волн, а с другой стороны, показывает, что при некоторых разумных, и не слишком жестких ограничениях для отыскания резонансных частот можно использовать каждый из трех подходов.

Характерно, что резонансные частоты на кривой $|\varphi(x)|$ почти совпадают с положениями экстремумов кривой $|f(x)|$. Выделение резонансов, т.е. использование промежуточного основания, дает возможность найти положение резонансных частот более точно: положение максимума кривой $|\varphi(x)|$ ближе к резонансной частоте, чем положение соответствующего экстремума кривой $|f(x)|$.

Если в рассматриваемом примере вместо промежуточного основания использовать жесткое, то не удастся выделить первые семь резонансов волны S_0, а резонансные амплитуды для номеров $n > 14$ будут сильно (на одну треть) завышены. Первые ($n = 2–5$) резонансы волны A, а также резонансы этой волны с $n = 30–45$ столь велики по амплитуде и так добротны, что их хорошо выделяет и жесткое основание (они будут выделены и мягким основанием).

Как показали результаты вычислений для оболочки с $h \sim 1/8$, жесткое основание хорошо выделяет резонансы периферических волн и его вполне можно использовать вместо промежуточного. При уменьшении h можно использовать мягкое основание. Начиная с $h \sim 1/512$ можно заменить промежуточное основание на мягкое.

Введенное промежуточное основание не имеет ограничения на частоту снизу. Сверху же оно ограничено частотой первого толщинного резонанса в оболочке. Частота, на которой имеет место полуволновой толщинный резонанс, определяется формулой

$$z_* = \frac{\pi}{2}\,\frac{c_l}{c_t} \qquad \left(\text{или } x_* = \frac{\pi}{h}\,\frac{c_l}{c}\right),$$

где введено

$$z = k_t d, \quad k_t = \omega/c_t, \quad d = \frac{1}{2}\,(a - b).$$

На этой частоте кривая $\bar{f}(x)$ имеет глубокий и широкий минимум (см. фиг. 2, 3 в [16]).

Как показали результаты вычислений, промежуточное основание надежно выделяет резонансы вплоть до $z^* = 0{,}9z_*$. Это значит, что, в принципе, промежуточное основание позволяет выделить все резонансы волн S_0, A_0, A_1 и A, частоты которых меньше z^*. То обстоятельство, что на кривой $|\varphi(x)|$ не видны вклады скрытых резонансов, нельзя считать недостатком основания. Просто природа этих резонансов такова, что результат их суперпозиции приводит к аннигиляции резонансов.

В рассматриваемой выше задаче о рассеянии акустической волны сферической оболочкой можно было и не вводить функцию $|\varphi(x)|$. Все резонансы периферических волн можно было бы проанализировать и другими способами, в частности, применив интегральное преобразование Зоммерфельда – Ватсона к решению в виде ряда, как это сделано в [17], или формулы для расчета резонансных компонентов парциальных мод

[3]. (Кстати, расчеты показали, что эти формулы, выведенные в предположении, что частота мало отличается от резонансной частоты $x = x_0$, фактически работают и при большом удалении от x_0.)

При геометрии оболочки, отличной от сферической или цилиндрической, когда не применим метод разделения переменных, и, соответственно, отсутствует понятие парциальной моды, не может быть описана и резонансная кривая парциальной моды.

Для того чтобы проанализировать кривую функции формы $f(x)$ при рассеянии гладкой выпуклой оболочкой, предлагается рассчитать кривую $\varphi(x)$ при введении промежуточного основания. Тем самым будут исключены вклады зеркально отраженной и дифрагированной волн. При этом в программу счета функции $f(x)$, подобную программе SIERRAS [10], следует ввести небольшое изменение для учета промежуточного основания. Номера резонансов и их семейство на полученную таким способом кривую $|\varphi(x)|$ можно нанести, решив уравнение, описывающее волны Лэмба и Стоунли в эквивалентном плоском слое, т.е. слое с толщиной оболочки, контактирующем с жидкостью по одной поверхности и "сухом" по другой поверхности. В это уравнение нужно ввести условие резонанса: n-й резонанс имеет место, когда на трассе укладывается n длин волн периферической волны (для некруговой цилиндрической оболочки с гладкой выпуклой направляющей) и $(n + {}^1/_2)$ длин волн (для оболочки вращения с гладким выпуклым меридианом).

При рассеянии назад из-за взаимности лево- и правосторонних периферических волн резонансная кривая функции формы $|\varphi(x)|$ будет проще (прозрачнее), чем при произвольном угле наблюдения.

Промежуточное основание позволяет выделить резонансы периферических волн для широкого диапазона толщин ${}^1/_{512} \lessapprox h \lessapprox {}^1/_8$ и частот $z \lessapprox z^*$. Полученную резонансную кривую функции формы можно использовать в качестве экспресс-информации об оболочке. При необходимости ее можно исследовать более детально, но уже не во всем диапазоне частот, а лишь в том, который представляет наибольший интерес.

Некоторые (скрытые) резонансы такой процедурой не будут выявлены. Это в каком-то смысле можно считать преимуществом метода, поскольку в нем не требуется анализ эффектов, которые впоследствии будут скомпенсированы.

Таким способом можно получить некоторое представление об амплитуде резонанса и о его добротности. Как правило, на кривой $|\varphi(x)|$ резонанс наблюдается на некотором фоне, вызванном либо вкладами соседних по номеру резонансов того же семейства, либо вкладами резонансов другого семейства. Поэтому об амплитуде резонанса можно судить лишь качественно. Для суждения о добротности можно использовать ширину резонансной кривой на уровне $1/\sqrt{2}$ ее резонансной амплитуды. Впрочем, добротность можно определить и точнее, используя специальную процедуру обработки кривой в окрестности резонансной частоты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Flax L., Dragonette L.R., Überall H.* Theory of elastic resonance ecitation by sound scattering // J. Acoust. Soc. Amer. 1978. V. 63. № 3. P. 723–731.
2. *Murphy J.D., Breitenbach E.D., Überall H.* Resonance scattering of acoustic waves from cylindrical shells // J. Acoust. Soc. Amer. 1978. V. 64. № 2. P. 677–683.
3. *Murphy J.D., George J., Nagl A., Überall H.* Isolation of the resonant component in acoustic scattering from fluid-loaded elastic spherical shells // J. Acoust. Soc. Amer. 1979. V. 65. № 2. P. 368–373.
4. *Gaunaurd G.C.* Elastic and acoustic resonance wave scattering // Appl. Mech. Rev. 1989. V. 42. № 6. P. 143–192.
5. *Gaunaurd G.C., Werby M.F.* Acoustic resonance scattering by submerged elastic shells // Appl. Mech. Rev. 1990. V. 43. № 8. P. 171–208.
6. *Maze G., Ripoche J.* Méthode d'isolement et d'identification des résonances (M.I.I.R.) de cylindres et de tubes soumis à une onde acoustique plane dan l'eau // Rev. Phys. Appl. 1983. V. 18. № 6. P. 319–328.
7. *de Billy M.* Determination of the resonance spectrum of elastic bodies via the use of short pulses and Fourier transform theory // J. Acoust. Soc. Amer. 1986. V. 79. № 2. P. 219–221.
8. *Quentin G., Cand A.* Pulsed resonance identification method. Electronics Lett. 1989. V. 25. № 5. P. 353–354.

9. *Gaunaurd G.C., Brill D.* Acoustic spectrogram and complex–frequency poles of a resonantly excited elastic tube // J. Acoust. Soc. Amer. 1984. V. 75. № 6. P. 1680–1693.
10. *Talmant M., Überall H., Miller R.D., Werby M.F., Dickey J.W.* Lamb waves and fluid-borne waves on water-loaded, air-filled thin spherical shells // J. Acoust. Soc. Amer. 1989. V. 86. № 1. P. 278–289.
11. *Goodman R.R., Stern B.* Reflection and transmission of sound by elastic spherical shell // J. Acoust. Soc. Amer. 1962. V. 34. № 3. P. 338–344.
12. *Векслер Н.* Рассеяние акустической волны упругой сферой // Изв. АН Эстонии. Физика. Математика. 1990. Т. 39. № 3. С. 258–267.
13. *Veksler N.D., Korsunskii V.M.* Analysis and synthesis of backscattering from a circular cylindrical shell // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 87. № 3. P. 943–962.
14. *Гольденвейзер А.Л., Каплунов Ю.Д., Нольде Е.В.* Асимптотический анализ и уточнение теорий пластин и оболочек типа Тимошенко – Рейснера // Изв. АН СССР. МТТ. 1990. № 6. С. 124–138.
15. *Гольденвейзер А.Л.* Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976.
16. *Kargl S.G., Marston P.L.* Longitudinal resonances of the form function for backscattering from a spherical shell: Fluid shall case // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 88. № 2. P. 1114–1122.
17. *Kargl S.G., Marston P.L.* Ray synthesis of Lamb waves contributions to the total scattering cross section for an elastic spherical shell // J. Acoust. Soc. Amer. 1990. V. 88. № 2. P. 1103–1113.

Институт кибернетики
Академии наук Эстонии

Поступила в редакцию
28.05.91

N.D. Veksler

INTERMEDIATE BACKGROUND IN PROBLEMS OF ACOUSTIC WAVE SCATTERING BY ELASTIC SHELLS

A new type of intermediate background is introduced and justified in problems of acoustic wave scattering by empty elastic shells. A liquid shell obtained form an elastic one at $c_t = 0$ (here c_t is the transversal velocity in the elasticity theory) is used as a background. The intermediate background can be used both in the problems of an acoustic wave scattering by shells of revolution with a smooth convex meridian line and by cylindrical shells with smooth convex guide line. The background can be used in a broad range of the relative thicknéss of a shell. The background frequency is limited by the frequency of the half–wave theickness resonance. The efficiency of the introduced background is shown by the solution of the problem of an acoustic wave scattering by an empty spherical shell. Only small alterations in the computing code SIERRAS [10] are needed to isolate the resonance components of the total form function.