

Таким образом, нами были проведены измерения коэффициента затухания звука в широком диапазоне частот, перекрывающем области с различным характером рассеяния в керамиках ЦТС-19 и $YBa_2Cu_3O_7$. На основании этих данных получены оценки характерных размеров рассеивателей, совпадающие с независимыми результатами электронно-микроскопических измерений. Эффективность генерации ультразвука в широком диапазоне частот была обеспечена за счет использования оптико-акустического источника звука.

В заключение считаем своим долгом выразить искреннюю благодарность О.Ю. Сердобольской за предоставленные образцы и ценные обсуждения, а также И.В. Киселевой за помощь в получении электронно-микроскопических данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вопилкин А.Х., Ермолов И.Н., Стасеев В.Г.* Спектральный ультразвуковой метод определения характера дефектов. М.: Машиностроение, 1979.
2. *Бурмистрова Л.В., Карабутов А.А., Портнягин А.И., Руденко О.В., Черепецкая Е.Б.* Метод передаточных функций в задачах термооптической генерации звука // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 5. С. 655–663.
3. *Бондаренко А.Н.* Лазерные методы возбуждения и регистрации акустических сигналов. М.: Изд-во стандартов, 1989. 114 с.
4. *Лямшев Л.М.* Лазерное термооптическое возбуждение звука. М.: Наука, 1990.
5. *Гусев В.Э., Карабутов А.А.* Лазерная оптоакустика. М.: Наука, 1990. 304 с.
6. *Карабутов А.А., Матросов М.П., Подымова Н.Б., Пыж В.А.* Импульсная акустическая спектроскопия с лазерным источником звука // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 2. С. 311–323.
7. *Reynolds W.W., Smith R.L.* Ultrasonic wave attenuation spectra in steels // J. Phys. D. 1984. V. 17. P. 109–116.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Поступило в редакцию
26.06.91

УДК 534.26

© 1992 г. А.А. Клещев

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ И РАССЕЯНИЯ ЗВУКА УПРУГИМИ ТЕЛАМИ СФЕРОИДАЛЬНОЙ ФОРМЫ

В работе [1] были сравнительно проанализированы угловые характеристики излучения и рассеяния звука упругими телами сфероидальной формы. В развитие этих результатов выполним расчет квадратичных интегральных характеристик – сечений рассеяния и излучения звука – упругих сфероидальных тел.

Полное сечение рассеяния σ выражается через квадрат модуля угловой характеристики рассеяния звука $\psi(\theta, \varphi)$ следующим образом [2]:

$$\sigma = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} |\psi(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (1)$$

где θ и φ – полярный и азимутальный углы сферической системы координат.

Зная полное сечение рассеяния σ , нетрудно вычислить относительное сечение рассеяния σ_r [2]:

$$\sigma_r = \sigma / 2A_0, \quad (2)$$

где A_0 – площадь геометрической тени рассеивателя.

С помощью оптической теоремы [3] полное сечение рассеяния может быть выражено через значение мнимой части угловой характеристики в направлении падающей волны

$$\text{Im } \psi(180^\circ - \theta_0; 180^\circ) \text{ (рассеяние "вперед")}: \\ \sigma = (4\pi/k) \text{Im } \psi(180^\circ - \theta_0; 180^\circ), \quad (3)$$

где θ_0 – угол падения, $\varphi_0 = 0^\circ$.

Формально по аналогии с сечением рассеяния σ можно ввести понятие сечение излучения $\sigma_{\text{изл}}$ упругого или жидкого тела под действием точечного источника с потенциалом $\Phi = \exp(ikr)/r$ [4]:

$$\sigma_{\text{изл}} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} |F_1(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (4)$$

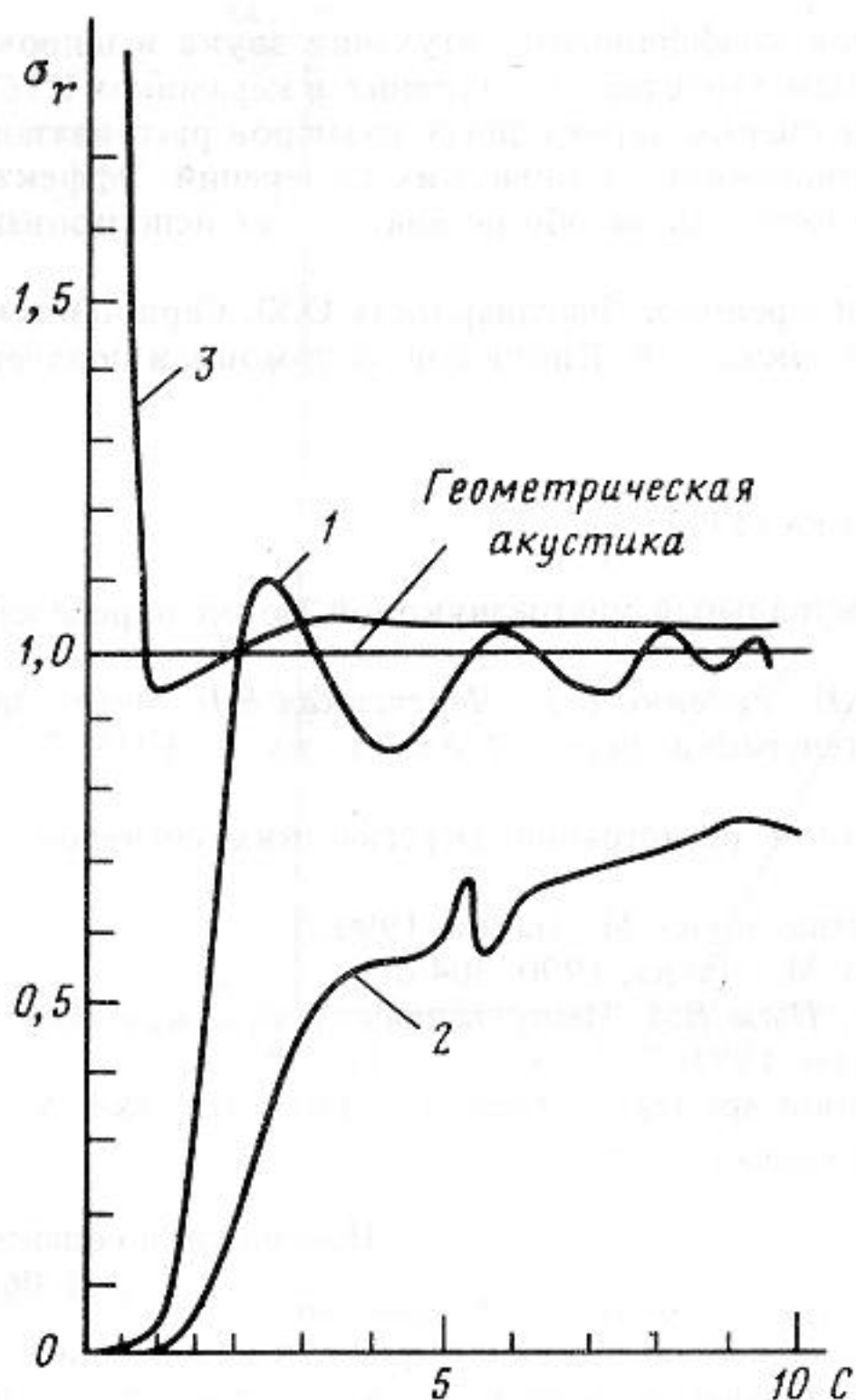


Рис. 1. Относительные сечения рассеяния σ_r сжатых сфероидов при $\theta_0 = 0^\circ$

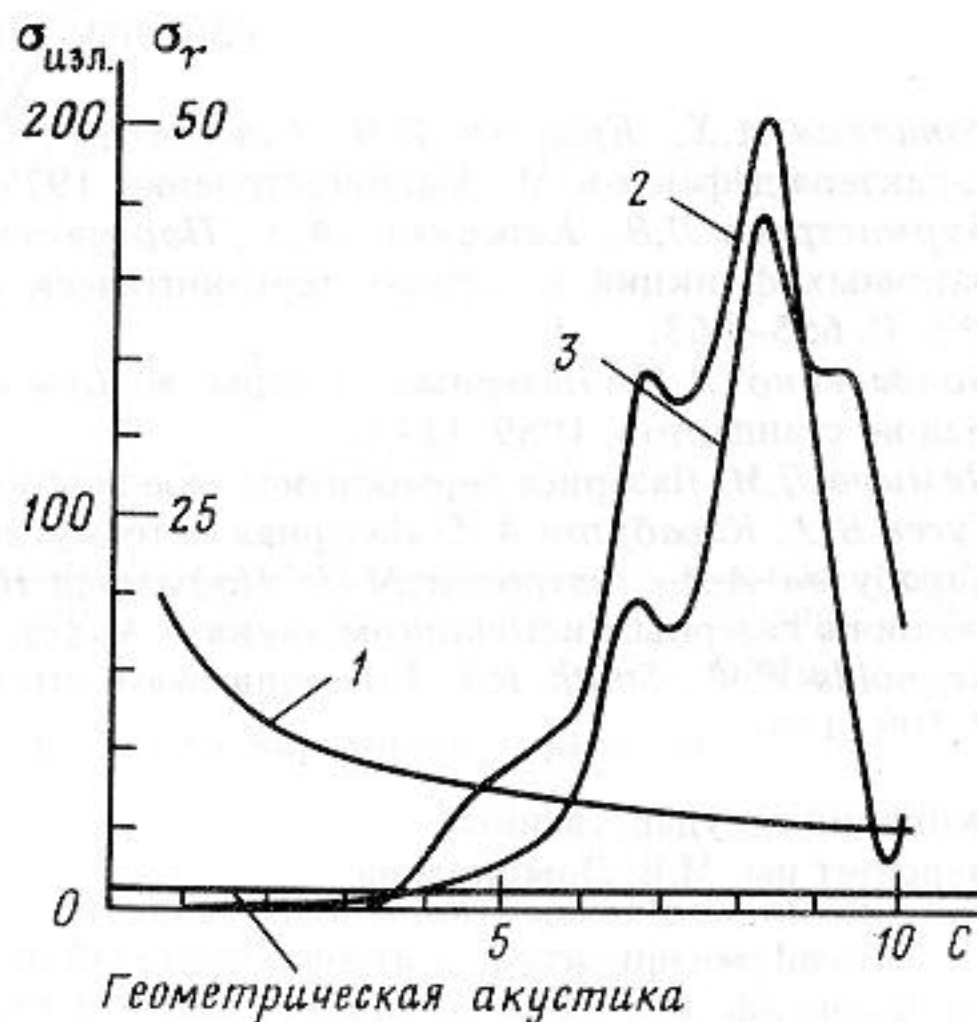


Рис. 2. Относительные сечения рассеяния $\sigma_r(\theta_0 = 0^\circ)$ и сечение излучения $\sigma_{\text{изл}}$ вытянутых сфероидальных тел

где $F_1(\theta, \varphi)$ – угловая характеристика излучения звука телом под действием точечного источника.

На основе представленных соотношений был выполнен расчет полных (σ) и относительных (σ_r) сечений рассеяния и излучения ($\sigma_{\text{изл}}$) упругих сфероидальных (вытянутых и сжатых) тел.

На рис. 1 представлены относительные сечения рассеяния σ_r идеального жесткого сфероида (кривая 1), стального сжатого сфероида (кривая 2) и идеально мягкого сжатого сфероида (кривая 3). Во всех трех случаях соотношение полуосей $a/b = 1/10$ ($\xi_0 = 0,1005$), а угол облучения $\theta_0 = 0^\circ$. Относительное сечение σ_r упругого сжатого сфероида выявляет резонанс совпадения, как это проявилось для него и в относительном сечении обратного рассеяния σ_0 [2], сместилась только точка максимума: для σ_0 максимум наблюдался при $C = 5,25$, для σ_r – при $C = 5,35$ (C – волновой размер рассеивателя). С ростом C кривая 2 приближается к значению $\sigma_r = 1$, соответствующему геометрической акустике. Расчеты показывают, что при $C = 15$ для упругого сжатого сфероида $\sigma_r = 0,866$, а при $C = 20 \rightarrow \sigma_r = 0,941$.

На рис. 2 представлены относительные сечения рассеяния σ_r (кривые 1 и 2) и сечение излучения $\sigma_{\text{изл}}$ (кривая 3) вытянутых сфероидальных тел. Кривая 1 показывает частотную зависимость σ_r (C) идеально мягкого вытянутого сфероида ($a/b = 1/10$, $\xi_0 = 1,005$), кривая 2 – σ_r (C) стальной газонаполненной вытянутой сфероидальной оболочки ($\xi_0 = 1,005075$; $\xi_1 = 1,005$). Обе кривые соответствуют $\theta_0 = 0^\circ$ (осесимметричная задача). Кривая 2 для упругой оболочки в отличие от относительного сечения ее обратного рассеяния σ_0 (кривая 1 рис. 5 работы [5]) содержит два максимума. Первый из них наблюдается при $C = 6,7$ (в отличие от $C = 6,75$ для σ_0). Второй максимум проявляется при $C \approx 8,25$ и соответствует соотношению: $L = 1,5 \cdot \lambda_1$, где L – длина контура нейтральной поверхности оболочки, λ_1 – длина продольной волны (нулевой симметричной волны Лэмба), распространяющейся со скоростью $c \approx 5420$ м/с.

Кривая 1 для идеально мягкого сфероида асимптотически стремится к геометриакустическому сечению ($\sigma_r = 1$): $\sigma_r(15) = 4,16$; $\sigma_r(65) = 2,23$; $\sigma_r(100) = 1,93$. Кривая 3 характеризует излучающую способность этой же оболочки при ее возбуждении наружным точечным источником при $\theta = 0^\circ$ ($h_0 = 50$ м). Сечение излучения $\sigma_{\text{изл}}$ имеет экстремальные точки практически на тех же частотах, что и относительное сечение рассеяния σ_r .

Кривая $\sigma_{\text{изл}}$ имеет еще один дополнительный максимум (по сравнению с σ_r) при $C = 9,25$. Первый же максимум $\sigma_{\text{изл}}$ наблюдается при $C = 6,6$.

Сравнение кривых 2 из рис. 2 с кривой 1 рис. 5 в [5] показывает, что относительное сечение обратного рассеяния σ_0 не дает иногда полной информации о резонансных свойствах упругого рассеивателя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ильменков С.Л., Клещев А.А. Излучение упругими телами сфероидальной формы и связь его с дифракцией звука на них // Судовая акустика: Сб. научн. тр. Л.: ЛКИ, 1989. С. 15–21.
2. Клещев А.А., Клюкин И.И. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1987.
3. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964.
4. Клещев А.А., Клюкин И.И. Экспериментальный способ получения характеристик дальнего поля рассеивателей // Тр. ЛКИ. Л.; ЛКИ, 1972, № 77. С. 37–40.
5. Клещев А.А. Резонансные эффекты в характеристиках рассеяния звука упругими телами сфероидальной формы // Судовая акустика: Сб. научн. тр. Л.: ЛКИ, 1989. С. 21–28.

Санкт-Петербургский
кораблестроительный институт

Поступило в редакцию
01.03.91

УДК 534.222

© 1992 г. Ю.Р. Лapidус, О.В. Руденко

ОБ ОДНОМ ТОЧНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ ХОХЛОВА – ЗАБОЛОТСКОЙ

Нелинейно-дифракционную трансформацию акустической волны удобно описывать на основе модельного уравнения Хохлова – Заболотской. В цилиндрических координатах это уравнение имеет вид [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\epsilon}{c_0^2} u \frac{\partial u}{\partial \tau} = -\frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial r} (rv), \quad \frac{\partial v}{\partial \tau} + c_0 \frac{\partial u}{\partial r} = 0. \quad (1)$$

Здесь u, v – компоненты колебательной скорости вдоль и поперек оси пучка, ϵ – нелинейный параметр, c_0 – скорость звука, $\tau = t - x/c_0$, x, r – осевая и поперечная координаты. В безразмерных переменных $V = u/u_0$, $U = v(2l_D/u_0 a)$, $\theta = \omega \tau$, $z = x/l_p$, $R = r/a$ система примет вид

$$\frac{\partial V}{\partial z} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} = -\frac{N}{4} \frac{\partial}{\partial R} (RU), \quad \frac{\partial U}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial R} = 0. \quad (2)$$

Здесь $N = l_p/l_D$ – отношение длины образования разрыва $l_p = c_0^2/\epsilon \omega u_0$ к дифракционной длине $l_D = \omega a^2/2c_0$; u_0, ω, a – характерные амплитуда, частота и радиус пучка.

К сожалению, для уравнений (1) не найдено общее точное решение. Наиболее часто это уравнение анализируют, применяя численные методы [2]. Однако и в случае использования численных методов крайне желательно иметь точные решения для тестирования алгоритмов. Кроме того, анализ точного решения позволяет лучше разобраться в физике явления. Рассмотрим процесс получения частного точного решения уравнения (2). Введем новую независимую переменную T :

$$T = \theta + Vf(z) \int_0^z \frac{d\xi}{f(\xi)}, \quad (3)$$

где $f(z)$ – некоторая неопределенная функция осевой координаты. Новая переменная T – обобщение замены [3] $T = \theta + zV$ на случай распространения плоской волны в канале переменного сечения. Перейдем в (2) от θ к T :

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{N}{4} \left(\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{U}{R} \right) = -\frac{N}{4} f(z) \int_0^z \frac{d\xi}{f(\xi)} \left[\frac{4}{N} \frac{f'(z)}{f(z)} V \frac{\partial V}{\partial T} - \left(\frac{\partial U}{\partial R} + \frac{U}{R} \right) \frac{\partial V}{\partial T} + \frac{\partial V}{\partial R} \frac{\partial U}{\partial T} \right], \quad (4)$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} + \frac{\partial V}{\partial R} = 0.$$

Для нахождения частного решения (4) потребуем, чтобы левые и правые части уравнения были