АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 38 1992 Вып. 2

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 534.21

© 1992 г. В.А. Буров, С.Н. Сергеев, Н.П. Сергиевская

АКУСТИЧЕСКАЯ ТОМОГРАФИЯ ОКЕАНА ПО ДАННЫМ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ МОДОВОЙ АНТЕННЫ, ПРОИЗВОЛЬНО ИСКРИВЛЕННОЙ ПОДВОДНЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ

Волноводная модель океана с заданными граничными условиями приводит к проблеме решения одномерного уравнения Гельмгольца

$$\psi_l''(z) + k^2(z)\psi_l(z) = \kappa_l^2\psi_l(z), \tag{1}$$

где κ_l^2 – квадрат горизонтального волнового числа для l-й моды волновода $\psi_l(z)$ и $k(z) = \omega/c(z)$. Поле от расположенного на глубине z_0 точечного гармонического источника, излучающего на частоте ω, представимо в виде [1]

$$U(r, z) = \sum_{l=1}^{\infty} \psi_l(z_0)\psi_l(z)H_0^{(1)}(\kappa_l r)\Big|_{r\to\infty} \approx$$

$$\approx \sum_{l=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2}{\pi\kappa_l r}}\ \psi_l(z_0)\psi_l(z)\exp[i(\kappa_l r - \pi/4)]\ . \tag{2}$$

Поскольку уравнение (1) только в ограниченном числе случаев имеет точное решение, то прямой расчет по данной формуле затруднен.

В работе [2] рассмотрен эффективный приближенный метод расчета акустических полей, называемый "нелинейная теория возмущений". Он используется тогда, когда квадрат волнового числа $k^2(z)$ можно представить в виде $k^2(z) = k_0^2(z) + \Delta k^2(z)$. При этом глубинно-зависимый профиль волнового числа (а фактически, профиль скорости звука) k_0 выбирается таким образом, чтобы невозмущенное уравнение Гельмгольца

$$\psi_l^{0\prime\prime}(z) + k_0^2(z)\psi_l^0(z) = \kappa_l^{0\,2}\psi_l^0(z)$$

имело бы уже известное решение, а возмущение $\Delta k^2(z)$ давало бы небольшие поправки к его виду.

Выделим в l-й моде отдельно амплитудную и фазовую части:

$$\psi_l(z) = \Big[\prod_{i=1}^{l} (z - \alpha_i)\Big] \exp[-\phi_l(z)],$$

где амплитудная часть представлена в виде полинома l-й степени, $\alpha_i (i = 1 - l)$ – корни полинома, соответствующие положению нулей волновой функции $\psi_l(z)$; фазовая функция $\phi_l(z)$ не имеет особенностей. Аналогичным образом представляется невозмущенная мода:

$$\psi_l^0(z) = \Big[\prod_{i=1}^{l} (z - \alpha_i^0)\Big] \exp[-\phi_l^0(z)].$$

Представим собственные функции ψ_l и собственные значения волновода κ_l в виде

$$\psi_l(z) = \psi_l^0(z) + \Delta\psi_l(z), \qquad \kappa_l^2 = \kappa_l^{0\,2} + \Delta\kappa_l^2,$$

где $\Delta\psi_l(z)$ и $\Delta\kappa_l^2$ – малые поправки к невозмущенным величинам. В таком же виде представляются нули собственной функции,

$$\alpha_i = \alpha_i^0 + \Delta\alpha_i,$$

а также фазовая функция

$$\phi_l(z) = \phi_l^0(z) + \Delta\phi_l(z)$$

и поле в волноводе

$$U(r, z) = U_0(r, z) + \Delta U(r, z),$$

где поле U_0 рассчитывается по формуле, аналогичной (2).

Задача акустической томографии в простейшем случае состоит в нахождении возмущения $\Delta k(z)$ по разнице между измеренным вертикальной антенной полем $U(r, z)$ и невозмущенным полем $U_0(r, z)$. Решение более полной томографической задачи восстановления распределения $c(\mathbf{r}, z)$ по совокупности измерений на наборе вертикальных антенн и множестве излучателей является достаточно громоздким, но естественным обобщением получаемых ниже результатов.

Если принимающая вертикальная антенна состоит из N гидрофонов, то при обработке наобходимо восстановить все глубинно-зависимые функции нелинейной теории возмущений, зная дискретные значения принятого сигнала. Для этой цели можно воспользоваться конечномерным описанием гидрологического разреза с разложением по некоторому базису $\Theta_j(z)$, $j = 1, \ldots M$, в частности той или иной формой теоремы отсчетов.

Как показано в [2], поправки к невозмущенным значениям выражаются в следующем виде:

$$\Delta\kappa_l^2 = \sum_{j=1}^{M} \Delta k_j^2 B_{llj},$$

$$\Delta\alpha_i = \sum_{j=1}^{M} \beta_i^l \int_0^{\alpha_i^0} (B_{llj} - \Theta_j(z))\rho_l(z)dz\,\Delta k_j^2,$$

$$\Delta\phi_l(z) = \sum_{j=1}^{M} \int_0^{z} 1/\rho_l(z)\Big\{ -\int_0^{z'} (B_{llj} - \Theta_j(z'))\rho_l(z')dz' +$$

$$+ \sum_{i=1}^{l} \beta_i^l \rho_l(z')/(z' - \alpha_i^0)^2 \int_0^{\alpha_i^0} (B_{llj} - \Theta_j(z'))\rho_l(z')dz' \Big\}\,\Delta k_j^2.$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$B_{lmj} = \int_0^H \psi_l^0(z)\,\Theta_j(z)\,\psi_m^0(z)dz,$$

$$\beta_i^l = \exp[2\phi_l^0(\alpha_i^0)] / \prod_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{l} (\alpha_i^0 - \alpha_k^0)^2,$$

$$\rho_l(z) = \psi_l^{0\,2}(z).$$

Теперь для возмущения звукового поля, вызываемого искажением гидрологии $\Delta k(z)$, можно записать

$$\Delta U(r, z) = \sum_{j=1}^{M} \Delta k_j^2 \sum_{l=1}^{\infty} \sqrt{2/\pi\kappa_l^0 r}\,\exp[i(\kappa_l^0 r - \pi/4)]\,\psi_l^0(z_0)\,\psi_l^0(z)\,\cdot$$

$$\cdot\Big\{ i r_0 B_{llj}/2\kappa_l^0 - \sum_{i=1}^{l} \beta_i^l/(z - \alpha_i^0)^2 \int_0^{\alpha_i^0} (B_{llj} - \Theta_j(z))\rho_l(z)dz -$$

$$- \sum_{i=1}^{l} \beta_i^l/(z_0 - \alpha_i^0)^2 \int_0^{\alpha_i^0} (B_{llj} - \Theta_j(z))\rho_l(z)dz +$$

$$+ \int_0^{z} 1/\rho_l(z)\Big\{ \int_0^{z'} (B_{llj} - \Theta_j(z'))\rho_l(z')dz' -$$

$$- \sum_{i=1}^{l} \beta_i^l \rho_l(z')/(z' - \alpha_i^0)^2 \int_0^{\alpha_i^0} (B_{llj} - \Theta_j(z')dz' \Big\}dz + \int_0^{z_0} 1/\rho_l(z)\Big\{ \int_0^{z'} (B_{llj} - \Theta_j(z'))\rho_l(z')dz -$$

$$- \sum_{i=1}^{l} \beta_i^l \rho_l(z')/(z' - \alpha_i^0)^2 \int_0^{\alpha_i^0} (B_{llj} - \Theta_j(z'))\rho_l(z')dz' \Big\}dz\Big\}. \qquad (3)$$

Обозначив внутреннюю сумму через $Q(r, z)$, получаем формулу

$$\Delta U(r, z) = \sum_{j=1}^{M} \Delta k_j^2 Q_j(r, z), \tag{4}$$

где матрица Q вычисляется по формулам нелинейной теории возмущений. Тем самым получена система N линейных уравнений с $M < N$ неизвестными, решение которой дает поправки к волновым числам Δk, добавляемые к невозмущенному профилю k_0.

Однако практическое воплощение описанной томографической схемы осложнено неизбежными из-за течений океанической среды искривлениями формы антенны. Пусть на k-м горизонте антенна отклоняется от вертикали на неизвестную нам величину Δx_k. Тем самым ожидаемая реализация принимаемого сигнала имеет вид

$$U(r, z_k) = \sum_{l=1}^{\infty} \sqrt{2/\pi\kappa_l r}\,\psi_l(z_0)\psi_l(z_k)\exp[i(\kappa_l r - \pi/4)]\exp[i(\kappa_l \Delta x_k)].$$

По сравнению с (2) здесь появляется дополнительный набег фазы $\kappa_l \Delta x_k$. Будем считать, что величина искривления мала по сравнению с дальностной разрешающей способностью модового метода: $\Delta x_k \ll \Delta r$. Тогда для этого расстояния можно пренебречь различием в фазовых скоростях отдельных мод и положить фазовый множитель

$$\exp[i(\kappa_l \Delta x_k)] \approx \exp[i\omega_i \Delta x_k / c],$$

где c – некоторая средняя фазовая скорость звука в океане.

Для получения оценки параметра Δx_k составим логарифм функции правдоподобия:

$$\ln\lambda \sim -\sum_{\omega_i} [(v_k^{\omega_i} - U_k^{\omega_i})^+ N^{-1}_{\omega_i} (v_k^{\omega_i} - U_k^{\omega_i})],$$

где $v_k^{\omega_i}$ – принятая реализация акустического поля на k-м горизонте и частоте ω_i, N_{ω_i} – корреляционная матрица помехи, которую при решении нашей задачи будем считать пропорциональной единичной матрице (белый шум): $N_{\omega_i} = n_{\omega_i} E$, $U_k^{\omega_i}$ – ожидаемый сигнал. За оценку параметра Δx_k принимается его величина, максимизирующая логарифм правдоподобия. Для ее нахождения необходимо приравнять нулю производную по параметру. Полученное при этом уравнение является трансцендентным, поэтому искать его решение весьма сложно и трудоемко. Ясно, однако, что максимума логарифм достигает при минимуме суммы, стоящей в его правой части. Обратим внимание на то, что последняя является положительной квадратичной формой, следовательно, достигает своего минимума по параметру одновременно со своей четвертой степенью, которая представима 64 слагаемыми вида

$$a^+_{\omega_i} b_{\omega_i} c^+_{\omega_j} d_{\omega_j} e^+_{\omega_k} f_{\omega_k} g^+_{\omega_p} h_{\omega_p},$$

где $a, b, c, d, e, f, g, h = v, U$. Среди этих слагаемых есть инвариантные и неинвариантные к искривлению антенны. Инвариантную форму могут принять слагаемые, имеющие вид

$$U^+_{\omega_i} v_{\omega_i} U_{\omega_j} v^+_{\omega_j} U^+_{\omega_q} v_{\omega_q} U_{\omega_l} v^+_{\omega_l} =$$

$$= v_{\omega_i} v^+_{\omega_j} v_{\omega_q} v^+_{\omega_l} \sum_{m,n,p,t} \psi_m(z_0)\psi_m(z_k)\psi^+_n(z_0)\psi^+_n(z_k)\psi_p(z_0)\psi_p(z_k)\,\cdot$$

$$\cdot\,\psi^+_t(z_0)\psi^+_t(z_k)\exp[i(\kappa_m^{\omega_i} - \kappa_n^{\omega_j} - \kappa_p^{\omega_q} + \kappa_t^{\omega_l})r]\exp[i(\omega_i - \omega_j - \omega_q + \omega_p)\Delta x_k/c].$$

Легко видеть, что добавочный фазовый набег будет скомпенсирован при выборе частот

$$\omega_i + \omega_p = \omega_j + \omega_q. \tag{5}$$

Таким образом, из анализа четвертой степени логарифма правдоподобия получена схема некоторого эвристического алгоритма, инвариантного к искривлениям антенны. Он основан на объединении значений принимаемого поля в виде произведений четвертого порядка на четырех частотах, три из которых выбираются произвольно, а четвертая определяется однозначно по правилу (5). Теперь задача томографии решается для произведения полей четвертого порядка

$$M_4(r, z) = U_{\omega_1}(r, z)U^+_{\omega_2}(r, z)U^+_{\omega_3}(r, z)U_{\omega_4}(r, z) = M_4^0(r, z) + \Delta M_4(r, z),$$

где $M_4^0 = U^0_{\omega_1} U^{0+}_{\omega_2} U^{0+}_{\omega_3} U^0_{\omega_4}$ – невозмущенное произведение четвертого порядка.

Томографическая схема должна обеспечивать восстановление поправок гидрологии $\Delta k(z)$ по составленным описанным выше образом поправки к произведению четвертого порядка $\Delta M_4(r, z)$. Проведение преобразований, аналогичных приведенным для томографической схемы, использующей поле $U(r, z)$, приводит к системе, являющейся аналогом (3), которую в сокращенном виде можно переписать как

$$\Delta M_4(r, z_k) = \exp[i(\omega_1 - \omega_2 - \omega_3 + \omega_4)\Delta x_k/c] \sum_{j=1}^{M} \Delta k_j W_j(r_0, z_k), \tag{6}$$

где

$$W_j(r_0, z_k) = Q_{\omega_1} U^{0+}_{\omega_2} U^{0+}_{\omega_3} U^0_{\omega_4} + U^0_{\omega_1} Q^+_{\omega_2} U^{0+}_{\omega_3} U^0_{\omega_4} \omega_2/\omega_1 +$$

$$+ U^0_{\omega_1} U^{0+}_{\omega_2} Q^+_{\omega_3} U\omega_3/\omega_1 + U^0_{\omega_1} U^{0+}_{\omega_2} U^{0+}_{\omega_3} Q_{\omega_4} \omega_4/\omega_1,$$

$\Delta k_j = \dfrac{\omega_1}{c^2} \Delta c_j$. Здесь $Q_{\omega_i} \equiv Q_j(r_0, z_k)|_{\omega_i}$, $U^0_{\omega_i} \equiv U^0(r_0, z_k)|_{\omega_i}$.

Формула (6) является конечной формулой простейшей томографической схемы. Она аналогична по своей структуре формуле (2), но является инвариантной по отношению к незначительным (порядка сотни метров) искривлениям антенны при специальном выборе частот (5), так как при этом вся информация об этих искривлениях сосредоточена в экспоненциальном множителе, который оказывается близким к единице.

Для численной проверки метода была составлена программа, производящая расчет произведения четвертого порядка описанного выше типа, с помощью которой производилось моделирование работы алгоритма. Выяснено, что произведение слабо зависит от смещения по дальности до 0,5 км, т.е. искривления антенны, приводящие к смещению ее узлов до нескольких сот метров (что можно ожидать на практике), не приводят к заметным ухудшениям результатов. Вместе с тем результат чувствителен к большому рассогласованию по дальности, что делает метод годным для целей практической томографии. Аналогичные результаты получены и для глубинной зависимости, хотя в этом случае произведение обладает большей чувствительностью. Были проведены также вычисления с целью оценить влияние изменения гидрологического профиля. Показано, что регулярные отклонения в задании профиля скорости звука, связанные, например, с опусканием оси подводного звукового канала, не приводят к сколь-либо заметным изменениям результата, в то время как случайные искажения профиля в пределах ± 3 м/с оказываются весьма чувствительными.

Таким образом, рассмотренный в статье способ томографии океана по данным, полученным с одной или нескольких вертикальных антенн большой протяженности и основанный на результатах метода нелинейной теории возмущений, позволяет сделать его работоспособным при неизвестном искривлении профиля вертикальных антенн в разумных пределах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометиздат, 1982.
2. *Буров В.А., Сергеев С.Н.* Решение обратной задачи рефракции методом нелинейной теории возмущений // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 3. С. 431–436.

Московский государственный
университет им. М.В. Ломоносова

Поступило в редакцию
28.01.91

УДК 534.222.2

© 1992 г. В.А. Воронин, В.В. Котляров, В.П. Кузнецов,
С.П. Тарасов, В.И. Тимошенко

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИЕМНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ С БОЛЬШОЙ БАЗОЙ

В океанологических исследованиях направленный прием низкочастотных акустических сигналов возможен с использованием бестелесных параметрических антенн с большой базой [1]. В основе явления параметрического приема звука лежит взаимодействие низкочастотных и высокочастотных волн различных пространственно-временных масштабов. Направленные свойства параметрической антенны зависят от ее относительной длины, т.е. расстояния между излучающим и приемным