

В.Г. Ковалев, В.Б. Фридендер

ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО ВОЛНОВОГО ПАКЕТА В ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ

В ряде работ, выполненных в последнее время, рассмотрены механизмы резонансного нелинейного рассеяния звука на свободной поверхности: параметрическое [1], комбинационное [2], вынужденное комбинационное в присутствии пузырьков газа [3].

В реальном океане всегда присутствуют как низкочастотные, так и высокочастотные шумы [4]. В связи с этим повышенная нелинейность приповерхностного слоя океана, обусловленная наличием большого количества пузырьков газа, может привести к затуханию звука на шумах большей либо меньшей частоты. В этом случае возможно появление распадной неустойчивости первого порядка (вынужденное рассеяние Манделъштама – Бриллюэна) звукового сигнала, обуславливающей нарастание шумовых волн, рассеянных на значительный угол.

В данной работе исследуются подобного рода неустойчивости звука высокой частоты (порядка резонансной частоты пузырьков) на звуковых шумах низкой частоты.

В силу определяющего вклада пузырьковой нелинейности [5, 6], гидродинамической нелинейностью можно пренебречь, при этом система уравнений, описывающая звуковые волны в газожидкостной среде, имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \varphi + c_0^2 n \frac{\partial V}{\partial t} = 0,$$

$$\ddot{V} + \omega_0^2 V - 4\pi R_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{(\gamma + 1) \omega_0^2}{2V_0} V^2 + \frac{1}{6V_0} (\ddot{V}V + \dot{V}^2), \quad (1)$$

где φ – гидродинамический потенциал скоростей; V – возмущенный объем пузырька; R_0 и V_0 – равновесные значения радиуса и объема пузырька соответственно; c_0 – невозмущенная скорость звука в жидкости; n – количество пузырьков газа в единице объема; ω_0 – резонансная частота пузырька; γ – показатель адиабаты в уравнении состояния газа.

Преобразование системы (1) к гидродинамическому типу

$$\dot{\varphi} - \psi = 0, \quad \dot{\psi} - c_0^2 \Delta \varphi + c_0^2 n U = 0, \quad \dot{V} - U = 0,$$

$$\dot{U} + \omega_0^2 V - 4\pi R_0 \psi = \frac{2\pi R_0}{3V_0} V \psi + \frac{U^2}{6V_0} + \frac{(3\gamma + 2)\omega_0^2}{6V_0} V^2$$

позволяет ввести нормальные переменные a_k и b_k

$$\psi = \frac{\omega_0^2 - \Omega^2}{4\pi R_0} (b_k + b_{-k}^*) + \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{4\pi R_0} (a_k + a_{-k}^*),$$

$$\varphi \approx \frac{i(\omega_0^2 - \Omega^2)}{4\pi R_0 \Omega} (b_k - b_{-k}^*) + \frac{i(\omega_0^2 - \omega^2)}{4\pi R_0 \omega} (a_k - a_{-k}^*),$$

$$V = (b_k + b_{-k}^*) + (a_k + a_{-k}^*), \quad U = -i\Omega(b_k - b_{-k}^*) - i\omega(a_k - a_{-k}^*),$$

где ω соответствует высокочастотной части спектра, Ω – низкочастотной, что приводит к уравнениям взаимодействия высокочастотной волны с низкочастотной [7]

$$\frac{\partial a_k}{\partial t} + i\omega_k a_k = -i \int (\Gamma_{k_1 k_2} b_{k_1} + \Gamma_{k_1^* k_2} b_{-k_1}^*) a_{k_2} \delta_{k-k_1-k_2} dk_1 dk_2 -$$

$$-i \int W_{k k_1 k_2} a_{k_1}^* a_{k_2} a_{k_3} \delta_{k+k_1-k_2-k_3} dk_1 dk_2 dk_3, \quad (2)$$

$$\frac{\partial b_k}{\partial t} + i\Omega_k b_k = -i \int \Gamma_{k k_1 k_2}^* a_{k_1} a_{k_2} \delta_{k-k_1-k_2} dk_1 dk_2.$$

Здесь Γ и W – коэффициенты трех- и четырехволнового взаимодействия

$$\Gamma_{k k_1 k_2} = \frac{1}{6V_0} \frac{\Omega_k}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2 - \omega_k^2}{\omega_k^2 - \Omega_k^2} [3(\gamma + 1)\omega_0^2 + \omega_{k_1} \omega_{k_2} - \frac{1}{2}(\omega_{k_1}^2 + \omega_{k_2}^2)],$$

$$U_{k k_1 k_2} = \frac{1}{12V_0} \frac{\omega_k}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2 - \Omega_k^2}{\Omega_k^2 - \omega_k^2} [3(\gamma + 1)\omega_0^2 - \omega_{k_1} \omega_{k_2} - \frac{1}{2}(\omega_{k_1}^2 + \omega_{k_2}^2)],$$

$$U_{k k_1 k_2} = \frac{i}{3} (U_{k k_1 k_2} + U_{k_1 k k_2} + U_{k_2 k_1 k}),$$

$$V_{kk_1k_2} = \frac{1}{12V_0} \frac{\omega_k}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2 - \Omega_k^2}{\Omega_k^2 - \omega_k^2} [3(\gamma + 1)\omega_0^2 + \omega_{k_1}\omega_{k_2} - \frac{1}{2}(\omega_{k_1}^2 + \omega_{k_2}^2)],$$

Общий вид коэффициента $W_{kk_1k_2k_3}$ через U и V выписан в [8], для спектрально узкого волнового пакета ($k_i \sim k_0$) W примет вид

$$W_{k_0k_0k_0k_0} = -2 \left[\frac{U_{2k_0k_0k_0}^2}{\omega_{2k_0} + 2\omega_{k_0}} + \frac{V_{2k_0k_0k_0}^2}{\omega_{2k_0} - 2\omega_{k_0}} + 4 \frac{V_{k_0k_00}^2}{\omega(0)} \right],$$

$$\omega(0) = \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 + 4\pi R_0 c_0^2 n}.$$

В дальнейшем нас будет интересовать только коэффициент Γ , который в случае спектрально узкого высокочастотного волнового пакета ($k_i \sim k_0$) принимает вид

$$\Gamma_{kk_0k_0} = (\gamma + 1)/(2) (\Omega_k)/(V_0) (\omega_0^2 - \omega_k^2)/(\omega_k^2 - \Omega_k^2).$$

Анализ уравнений (2) с позиций [7] показывает, что неустойчивость исходной высокочастотной волны связана с возникновением пары высокочастотных волн с волновыми векторами $k_0 \pm p$ и двумя низкочастотными волнами с волновыми векторами $\pm p$. В фурье-пространстве вблизи поверхности $\omega_{k_0} = \omega_{k_0-p} + \Omega_p$ в пределе $A^2 \rightarrow 0$, где A — амплитуда основной волны высокочастотного пакета, можно получить условие неустойчивости пакета по отношению к данному возмущению [7]

$$(\omega_{k_0} - \omega_{k_0-p} + \Omega_p)^2 < 4|A|^2 |\Gamma_{p, k_0-p, k_0}|^2.$$

Максимум инкремента возникающей неустойчивости

$$\gamma_{\max} = |A| |\Gamma_{p, k_0-p, k_0}| = \frac{3}{2} \frac{A}{V_0} \frac{c_0^3 \epsilon_0 (\gamma + 1) p}{R_0^2 (\omega_1^2 - c_0^2 p^2)}, \quad (3)$$

где

$$\epsilon_0 = nV_0, \quad \omega_1^2 = \omega_0^2 + \frac{3\epsilon_0 c_0^2}{R_0^2}.$$

Численные оценки (3) показывают, что для реальных условий (приповерхностный слой океана)

$$\epsilon_0 \sim 10^{-6}, \quad \omega_1, \omega_0 \sim 10^5 \text{ с}^{-1}, \quad c_0 = 1500 \text{ м/с},$$

$$R_0 \sim 10^{-4} \text{ м}, \quad \gamma = 1,4, \quad A/V_0 = 0,1, \quad \lambda = \frac{2\pi}{p} \sim 10^2 \text{ м},$$

$$\gamma_{\max} \approx 0,6 \text{ с}^{-1}.$$

Учитывая, что основной вклад в механизм нелинейного взаимодействия вносят резонансные пузырьки, а также распределение пузырьков по размерам, полученную оценку (4) необходимо уменьшить, по меньшей мере, на один порядок.

Таким образом, времена рассеяния звука на пузырьках и на поверхности жидкости могут оказаться соизмеримыми, что требует учета обоих процессов при исследованиях вынужденного комбинационного рассеяния звука на поверхности океана [2] и генерации низкочастотного звука при возбуждении поверхностных возмущений ультразвуковыми пучками [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гончаров В.В., Наугольных К.А., Рыбак С.А. О возбуждении поверхностных волн звуком // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1979. Т. 15. № 5. С. 431–434.
2. Варавин В.Ю., Наугольных К.А., Рыбак С.А. О генерации поверхностных волн при комбинационном рассеянии звука // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1970. Т. 16. № 15. С. 510–516.
3. Ковалев В.Г., Наугольных К.А., Рыбак С.А., Фридендер В.Б. О возбуждении поверхностных волн звуком в жидкости с пузырьками газа // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 4. С. 542–543.
4. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 264 с.
5. Заболотская Е.А., Соляян С.И. Излучение гармоник и комбинационных частот воздушными пузырьками // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 3. С. 472–474.
6. Руденко О.В., Соляян С.И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1974. 287 с.
7. Захаров В.Е., Рубенчик А.М. О нелинейном взаимодействии высокочастотных и низкочастотных волн // ЖПМТФ. 1972. № 5. С. 84–98.

8. Захаров В.Е., Кузнецов Е.А. Гамильтоновский формализм для систем гидродинамического типа: Препринт № 186. Новосибирск.: ИАЭ СО АН СССР, 1982. 50 с.
9. Наугольных К.А., Рыбак С.А., Третьякова С.Ю. Генерация низкочастотного звука при возбуждении поверхностных возмущений ультразвуковыми пучками // Акуст. журн. 1989. Т. 35. № 6. С. 1100-1103.

Институт импульсных процессов и технологий
Академии наук УССР

Поступило в редакцию
09.11.88
После исправления
02.03.90

УДК 534.26

© 1992 г.

С.И. Ковинская, Г.И. Меделян

О ПРОДОЛЬНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ТОРЦЕВЫМИ ПЛАСТИНАМИ

Большое число инженерных конструкций представляет собой цилиндрические оболочки с торцевыми пластинами, возбуждаемыми силами, действующими в одной из пластин и направленными параллельно оси оболочки. Рассмотрим механическую проводимость такой конструкции с целью определения резонансных частот продольных колебаний и конструктивных возможностей изменения положений резонансов и уровней этих колебаний. Введем упрощения, которые позволят сократить вычисления и получить аналитическое решение задачи: оболочка рассматривается как полая цилиндрическая балка; возбуждение одной из пластин обладает центральной симметрией; пластины, контактирующие с оболочкой, неограничены (рис. 1, а). Положение, альтернативное по отношению к каждому из предложенных упрощений, приведет лишь к некоторому изменению характеристик, не меняя сути результатов. Система уравнений, описывающая колебания пластин и балки, имеет вид:

$$\begin{aligned} \nabla^2 w_1 - k_1^4 w_1 &= \frac{f_0}{D_1 2\pi r} \delta(r), \\ \nabla^4 w_2 - k_2^4 w_2 &= 0, \quad \frac{d^2 u}{dx^2} + k^2 u = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

и решается при следующих условиях контакта:

$$\begin{aligned} u|_{x=0} = w_1|_{r=a}, \quad u|_{x=l} = w_2|_{r=a}, \\ q_1 = -ES \frac{du}{dx} \Big|_{x=0} \frac{1}{2\pi a}, \quad q_2 = ES \frac{du}{dx} \Big|_{x=l} \frac{1}{2\pi a}. \end{aligned} \quad (2)$$

При этом обозначено: w_i – поперечные перемещения пластины ($i = 1; 2$), $u(x)$ – продольные перемещения балки, расположенной при $0 \leq x \leq l$, k_i – волновые числа колебаний пластины ($k_i^4 = \omega^2 m_i / D_i$, m_i , D_i – поверхностная масса и изгибная жесткость пластин), S – площадь сечения балки, a – ее радиус, (при этом считается, что толщина балки $\delta \ll a$), q_i – плотность силы, действующей со стороны пластины на балку, k – волновое число продольных колебаний балки.

Представим решение для колебаний балки и пластин в виде [1]:

$$\begin{aligned} u(x) &= A \cos kx + B \sin kx, \\ w_1(r) &= \frac{if_0}{8 \sqrt{m_1 D_1} \omega} [H_0^{(1)}(k_1 r) + \frac{2i}{\pi} K_0(k_1 r)] + \\ &+ \begin{cases} i \frac{\pi a q_1}{4 \sqrt{m_1 D_1} \omega} [J_0(ak_1) H_0^{(1)}(k_1 r) + \frac{2i}{\pi} K_0(k_1 r) I_0(k_1 a)], & r \geq a, \\ i \frac{\pi a q_1}{4 \sqrt{m_1 D_1} \omega} [J_0(k_1 r) H_0^{(1)}(k_1 a) + \frac{2i}{\pi} I_0(k_1 r) K_0(k_1 a)], & r \leq a, \end{cases} \\ w_2(r) &= \begin{cases} i \frac{\pi a q_2}{4 \sqrt{m_2 D_2} \omega} [J_0(ak_2) H_0^{(1)}(k_2 r) + \frac{2i}{\pi} K_0(k_2 r) I_0(k_2 a)], & r \geq a, \\ i \frac{\pi a q_2}{4 \sqrt{m_2 D_2} \omega} [J_0(rk_2) H_0^{(1)}(ak_2) + \frac{2i}{\pi} I_0(k_2 r) K_0(k_2 a)], & r \leq a. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$