шем расстоянии от контактной границы $[\eta(\tau_*) - \xi_*]|_{j=1}/[\eta(\tau_*) - \xi_*]|_{j=\frac{1}{2}} \approx 0{,}5$ чем для цилиндрической волны.

В заключение следует заметить, что для дальнейшего при $\tau > \tau_*$ описания волнового процесса в газонаполненной полости необходим одновременный учет и расходящейся волны в ней, т.е. распространяющейся к контактной поверхности волны сжатия с начальными условиями при $\tau = \tau_*$ на фронте $\xi = \xi_*$, $P_* = P(\xi_*)$, $v_* = v(\xi_*)$ и за ним $\xi < \xi_*$, $P(\xi) = P_{0g}$, $v(\xi) \equiv 0$, которая порождает волну разрежения, понижающую давление в полости при $\xi < \xi_*$. В результате взаимодействия расходящейся волны сжатия с распространяющейся навстречу ей первоначальной волной разрежения формируется сходящаяся к центру симметрии ударная волна (см. [5]). Естественно, что для количественного описания этих явлений модифицированное приближение Кирквуда–Бете не годится и необходимо использовать более сложные численные методы расчета [6–8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Акуличев В.А., Богуславский Ю.Я., Иоффе А.И., Наугольных К.А.* Излучение сферических волн конечной амплитуды // Акуст. журн. 1967. Т. 8. № 1. С. 115–123.
2. *Коул Р.* Подводные взрывы. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 495 с.
3. *Наугольных К.А., Рой Н.А.* Электрические заряды в воде (гидродинамическое описание). М.: Наука, 1981. 155 с.
4. *Петухов Ю.В.* Модифицированное приближение Кирквуда–Бете, позволяющее рассчитывать полный профиль взрывной волны и ее спектр вблизи источника // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 2. С. 317–323.
5. *Berger S.A., Holt M.* Implosive phase of a spherical explosion in sea water // Phys. Fluids 1962. V. 5. № 4. P. 426–431.
6. *Newmann J., Richtmyer R.D.* A method for the numerical calculations of hydrodynamic shocks // J. Appl. Phys. 1950. V. 51. № 3. P. 232–237.
7. *Годунов С.К.* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Матем. сб. 1959. Т. 47, № 3. С. 271–306.
8. *Шуршалов Л.В.* Расчет мощных подводных взрывов // Изв. АН СССР, Сер. Мех. жидк. и газа. 1971. № 5. С. 36–40.

Иститут прикладной физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
19.10.90

УДК 534.874.2

© 1991 г.

В.П. Усов

ВЗАИМНЫЙ ИМПЕДАНЦ ИЗЛУЧЕНИЯ ДВУХ КОЛЬЦЕВЫХ ПОРШНЕЙ НА БЕСКОНЕЧНОМ ПЛОСКОМ ЖЕСТКОМ ЭКРАНЕ

Получены аналитические выражения для взаимного импеданца излучения двух идентичных кольцевых поршневых излучателей, расположенных на бесконечном плоском жестком экране. Приведены результаты расчетов.

Рассмотрим взаимодействие двух идентичных кольцевых поршней на бесконечном плоском жестком экране (рис. 1). Воспользуемся для этой цели методом, предложенным Боукемпом [1, 2], в соответствии с которым комплексный механический импеданц излучения плоского излучателя любой конфигурации на бесконечном плоском жестком экране может быть вычислен путем интегрирования квадрата характеристики направленности по действительным и мнимым углам γ сферической системы координат

$$Z_0 = \rho c \frac{S^2}{\lambda^2} \frac{|\bar{v}|^2}{|v_0|^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2+j\infty} [R(\gamma, \varphi)]^2 \sin\gamma \, d\gamma \, d\varphi, \tag{1}$$

где ρc – характеристический импеданц среды; S – активная поверхность излучателя; λ – длина волны; $|\bar{v}|$ – усредненная по поверхности излучателя колебательная скорость; $|v_0|$ – колебательная скорость в точке приведения; φ и γ – углы сферической системы координат; $R(\gamma, \varphi)$ – характеристика направленности излучателя.

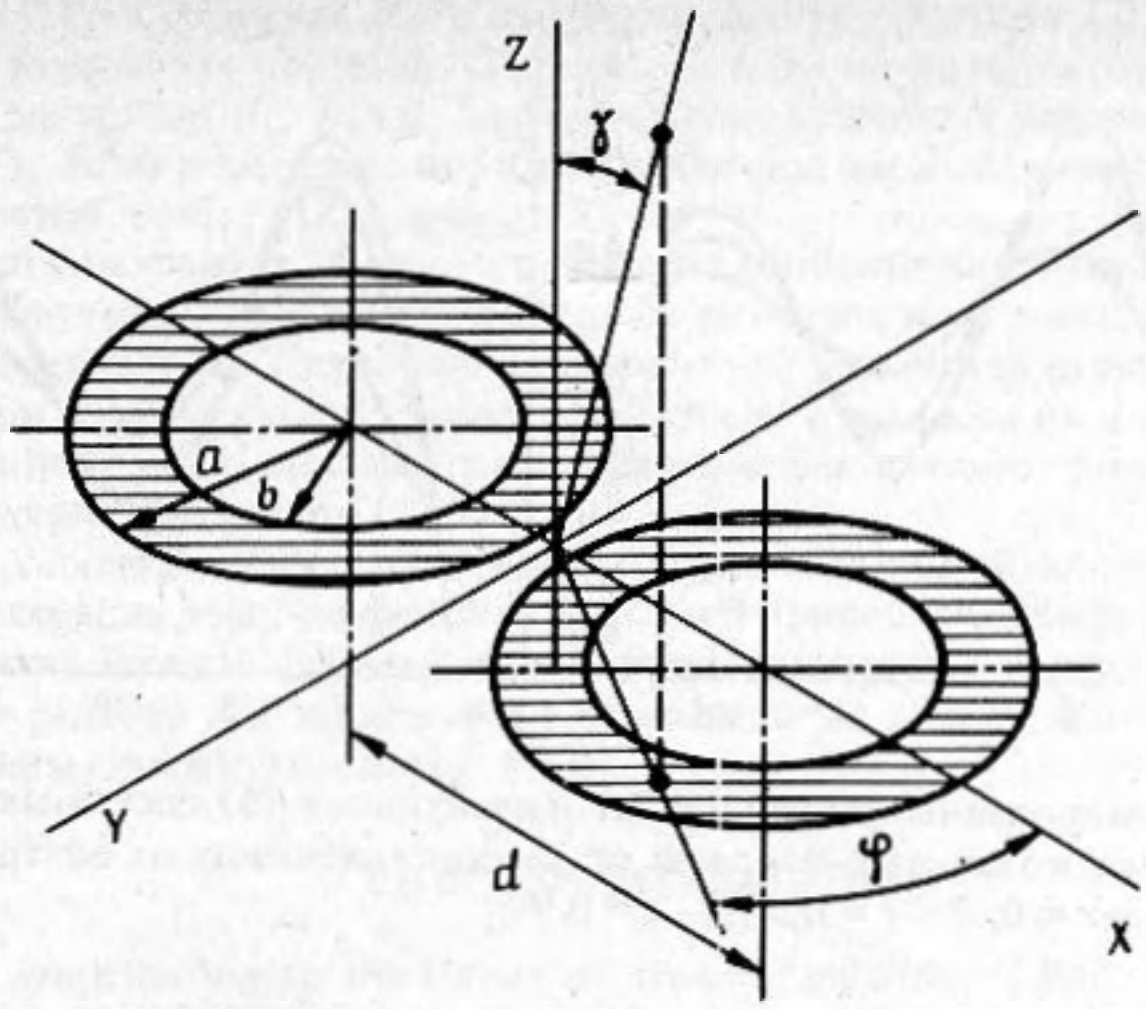

Рис. 1. Координатная система и расположение кольцевых поршней

Путь интегрирования по углу γ должен быть следующим [2]:

$$\int_0^{\pi/2+j\infty} = \int_0^{\pi/2} + \int_{\pi/2+j0}^{\pi/2+j\infty}, \tag{2}$$

где интеграл от 0 до $\pi/2$ определяет активную составляющую импеданца излучения, а интеграл от $\pi/2+j0$ до $\pi/2+j\infty$ – реактивную.

В обозначениях координатной системы (рис. 1) характеристика направленности двух кольцевых поршней будет иметь вид

$$R(\gamma,\varphi)=\frac{1}{(1-r^2)}\left[\frac{2J_1(ka\sin\gamma)}{ka\sin\gamma}-r^2\frac{2J_1(rka\sin\gamma)}{rka\sin\gamma}\right]\cos\left(\frac{kd}{2}\sin\gamma\sin\varphi\right), \tag{3}$$

где a – внешний радиус кольцевого поршня; $r=b/a$ – нормированный внутренний радиус кольцевого поршня; $k=2\pi/\lambda$ – волновое число; J_1 – функция Бесселя первого рода первого порядка; d – расстояние между центрами кольцевых поршней.

Возведение выражения (3) в квадрат приводит к следующим соотношениям:

$$[R(\gamma,\varphi)]^2=\frac{2}{(1-r^2)^2(ka)^2}\left\{\frac{[J_1(ka\sin\gamma)]^2}{(\sin\gamma)^2}+\frac{r^4[J_1(rka\sin\gamma)]^2}{r^2(\sin\gamma)^2}-\frac{2r^2J_1(ka\sin\gamma)J_1(rka\sin\gamma)}{r(\sin\gamma)^2}\right\}\cdot$$
$$\cdot[1+\cos(kd\sin\gamma\sin\varphi)]. \tag{4}$$

После подстановки выражения (4) в формулу (1) и преобразований получим полный механический импеданц излучения системы из двух идентичных кольцевых поршней. При этом учитывается, что при поршневом характере колебаний излучателей $|\bar{v}|=|v_0|$.

$$Z_0=2\rho ca^2(A_1+A_2+A_3+B_1+B_2+B_3)=(Z_{11}+Z_{22}+Z_{12}+Z_{21}), \tag{5}$$

где

$$A_1=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2+j\infty}\frac{[J_1(ka\sin\gamma)]^2}{(\sin\gamma)^2}\sin\gamma d\gamma d\varphi=\pi\left\{1-\frac{J_1(2ka)}{ka}\right\}+j\frac{\pi}{(ka)}H_1(2ka), \tag{6}$$

$$A_2=\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2+j\infty}\frac{r^2[J_1(rka\sin\gamma)]^2}{(\sin\gamma)^2}\sin\gamma d\gamma d\varphi=\pi r^2\left\{1-\frac{J_1(2rka)}{(rka)}\right\}+j\frac{\pi r}{(ka)}H_1(2rka), \tag{7}$$

$$A_3=-2r^2\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2+j\infty}\frac{J_1(ka\sin\gamma)J_1(rka\sin\gamma)}{r(\sin\gamma)^2}\sin\gamma d\gamma d\varphi=-\pi r^2(ka)^2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(ka)^{2n}}{2^n(n+1)!\,(2n+1)!!}\times$$
$$\times\,{}_2F_1(-n,-1-n;2;r^2)-$$
$$-j2\pi r^2(ka)\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{m+n}(r)^{2n}(ka)^{2(m+n)}}{2^{(2n+m)}(2m+1)!!\,(n+1)!\,m!\,n!}\,{}_2F_1(0{,}5,-m-0{,}5;n+2;r^2), \tag{8}$$

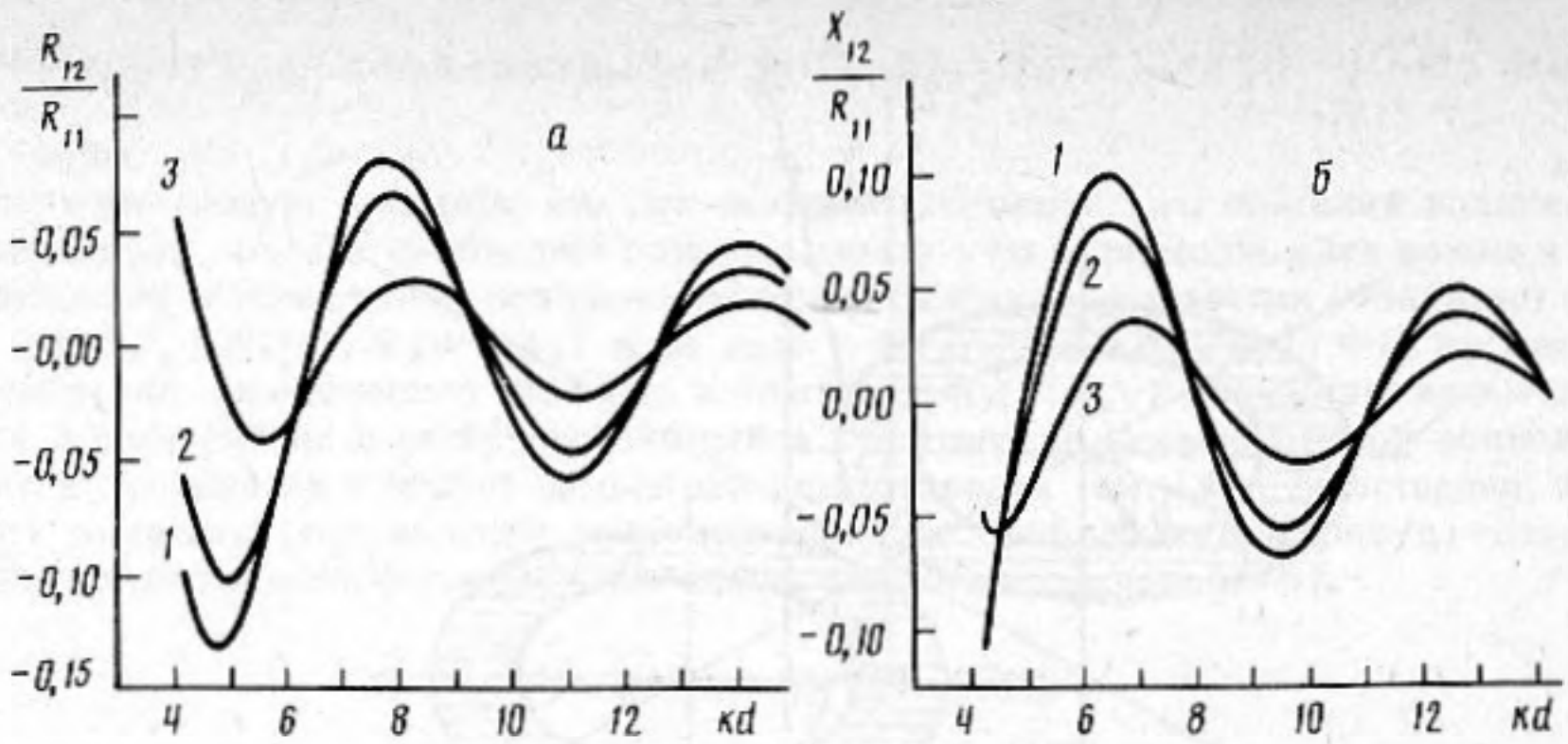

Рис. 2. Зависимость нормированных активной (*а*) и реактивной (*б*) составляющих взаимного импеданса излучения двух кольцевых поршней от расстояния между их центрами kd при волновом размере $ka = 2$: *1* – $r = 0$; *2* – $r = 0{,}5$; *3* – $r = 0{,}9$

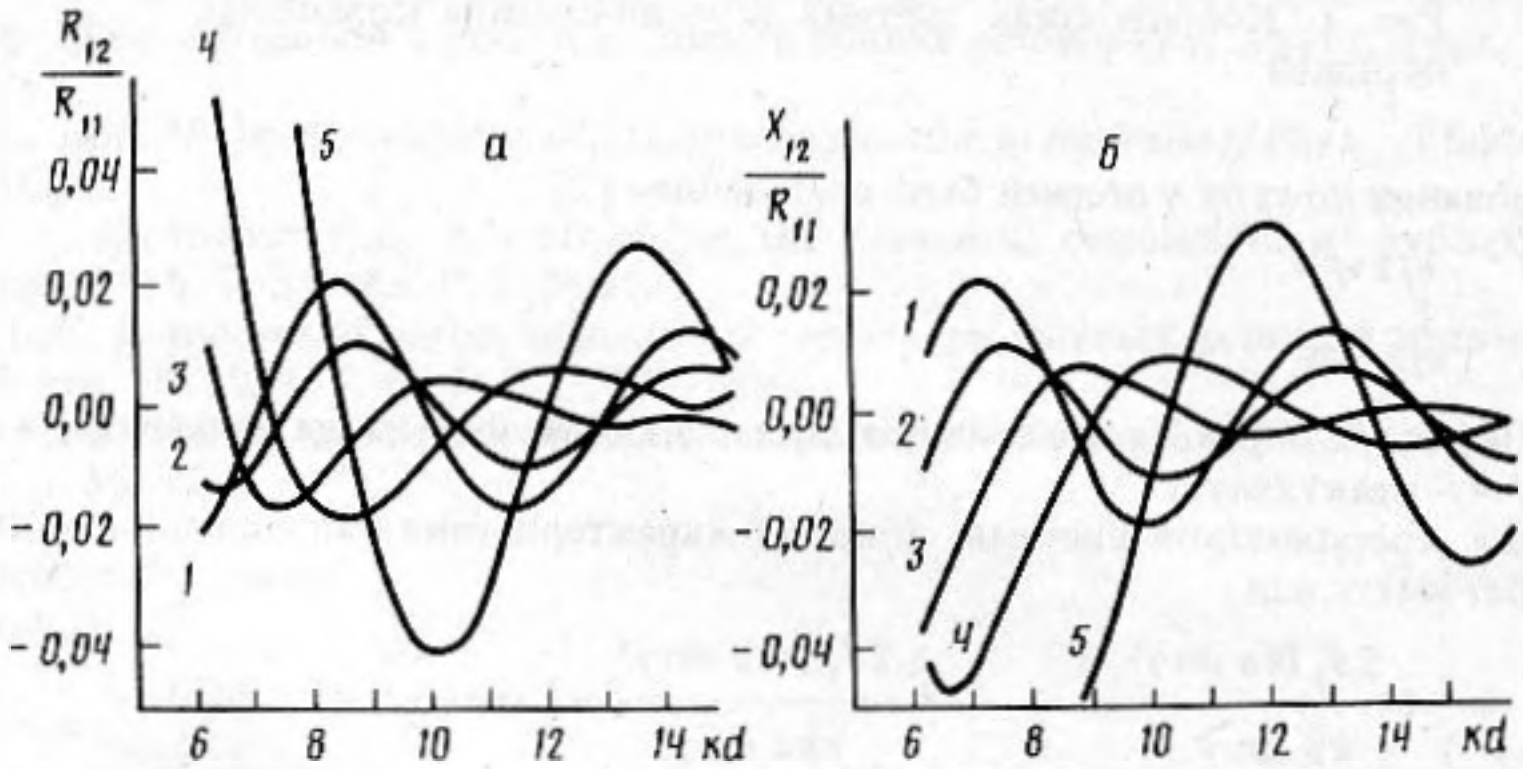

Рис. 3. Зависимость нормированных активной (*а*) и реактивной (*б*) составляющих взаимного импеданса излучения двух кольцевых поршней от расстояния между их центрами kd при волновом размере $ka = 3$: *1* – $r = 0{,}1$; *2* – $r = 0{,}3$; *3* – $r = 0{,}5$; *4* – $r = 0{,}7$; *5* – $r = 0{,}9$

$$B_1 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2+j\infty} \frac{[J_1(ka\sin\gamma)]^2}{(\sin\gamma)^2}\cos(kd\sin\gamma\sin\varphi)\sin\gamma\, d\gamma\, d\varphi = 2\pi \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+n+1/2)}{\pi^{1/2} m!\, n!}\left(\frac{a}{d}\right)^{m+n} \times$$

$$\times J_{m+1}(ka)\, J_{n+1}(ka)\, h^{(2)}_{m+n}(kd), \tag{9}$$

$$B_2 = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2+j\infty} \frac{r^2[J_1(rka\sin\gamma)]^2}{(\sin\gamma)^2}\cos(kd\sin\gamma\sin\varphi)\sin\gamma\, d\gamma\, d\varphi =$$

$$= 2\pi r^2 \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+n+1/2)}{\pi^{1/2} m!\, n!}\left(\frac{ra}{d}\right)^{m+n} J_{m+1}(rka)\, J_{n+1}(rka)\, h^{(2)}_{m+n}(kd), \tag{10}$$

$$B_3 = -\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2+j\infty} \frac{2r J_1(ka\sin\gamma) J_1(rka\sin\gamma)}{(\sin\gamma)^2}\cos(kd\sin\gamma\sin\varphi)\sin\gamma\, d\gamma\, d\varphi =$$

$$= -4\pi r \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(m+n+1/2)}{m!\, n!\, \pi^{1/2}}\left(\frac{a^{m+n} r^n}{d^{m+n}}\right) J_{m+1}(ka)\, J_{n+1}(rka)\, h^{(2)}_{m+n}(kd). \tag{11}$$

Интегрирование в формулах (6) – (11) выполнялось в соответствии с методиками, предложенными в работах [3, 4]. В этих формулах H_1 – функция Струве первого порядка; Γ – гамма-функция; ${}_2F_1(\alpha, \beta; \gamma; z)$ – гипергеометрический ряд; $h^{(2)}_{m+n}(kd)$ – сферическая функция Ханкеля второго рода порядка $(m+n)$.

Слагаемые A_1, A_2, A_3 в формуле (5) в соответствии с выражением (2) определяют собственный импеданц излучения кольцевых поршней $(Z_{11} + Z_{22})$ и легко приводятся к выражениям, полученным в работе [3]. Слагаемые B_1, B_2, B_3 характеризуют взаимный импеданц излучения кольцевых поршней $(Z_{12} + Z_{21})$. Если кольцевые поршни одинаковы и колеблются синфазно с одной и той же колебательной скоростью, то $Z_{11} = Z_{22}$ и $Z_{12} = Z_{21}$.

Взаимный импеданц излучения обычно нормируют относительно активной составляющей собственного импеданца излучения. При малых волновых размерах кольцевых поршней ($ka \leqslant 1$) нормированные активная и реактивная составляющие взаимного импеданца излучения не зависят от радиуса поршня a и от нормированного внутреннего радиуса r, а графики их в виде функции от расстояния между центрами поршней d совпадают с графиками для взаимного импеданца излучения круглых поршней, приведенными в работе [2].

При возрастании геометрических размеров кольцевых поршней влияние отверстий становится заметным. Для иллюстрации этого эффекта на рис. 2 и 3 приводятся графики нормированных активной и реактивной составляющих взаимного импеданца излучения для некоторых значений нормированного внутреннего радиуса r в зависимости от расстояния между центрами поршней. Волновые размеры поршней равны соответственно 2,0 и 3,0.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bouwkamp C.J.* A contribution to the theory of acoustic radiation // Phil. Res. Rep. 1946. V. 1. № 4. P. 251–277.
2. *Pritchardt R.L.* Mutual acoustic impedance between radiators in an rigid plane // J. Acoust. Soc. Amer. 1960. V. 32. № 6. P. 730–737.
3. *Усов В.П.* Импеданц излучения и коэффициент осевой концентрации кольцевого поршня на бесконечном плоском жестком экране // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 5. С. 801–805.
4. *Усов В.П.* Импеданц излучения концентрической системы кольцевых излучателей на бесконечном плоском жестком экране // Прикладная акустика. Вып. 5. Таганрог: ТРТИ, 1977. С. 51–60.

Научно-исследовательский
институт "БРИЗ"

Поступило в редакцию
29.11.90