АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 37 1991 Вып. 6

УДК 539.3 + 532.5:534.1
© 1991 г.

С.Н. Бешенков, С.Ф. Горбань

ЗВУКОИЗЛУЧЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН В ЖИДКОСТИ

Рассматривается излучение звука при одномерных (по формам цилиндрического изгиба и осесимметричных) колебаний трехслойных пластин, закрепленных в бесконечном жестком экране и возбуждаемых сосредоточенными нагрузками. Исследуются зависимости резонансных значений звукового давления от параметров слоев и демпфирующих свойств заполнителя. Анализируется изменение величины и пространственного распределения давления при удалении от поверхности пластины.

Упругие структуры, помещенные в жидкую среду и возбуждаемые гармоническими нагрузками, являются распространенными источниками звука и рассматривались в большом числе работ. Применительно к ограниченным однородным пластинам соответствующие исследования проводились разными методами в [1–5]. Более сложными и вследствие этого менее изученными являются задачи излучения звука трехслойными пластинами, широко используемыми в авиа- и судостроении. Создаваемые ими звуковые поля анализировались с учетом конечности размеров пластины в работах [6, 7]. Распределение колебательной скорости по поверхности пластины находилось при этом без учета влияния среды на ее колебания. Ниже рассматриваются плоская и осесимметричная задачи излучения звука при вынужденных колебаниях трехслойных пластин, закрепленных в бесконечном жестком экране. Решение строится с учетом влияния создаваемого в среде давления на колебания пластины. Для описания движения пластины используются уравнения, построенные с привлечением гипотез о несжимаемости заполнителя в поперечном направлении и линейном распределении тангенциальных перемещений по его толщине.

Опуская временной множитель $\exp(-i\omega t)$ и вводя в нагрузку, действующую на пластину, реакцию излучения, выражение [7] для прогиба круглой трехслойной пластины запишем в виде

$$w = \sum_{k=1}^{\infty} w_k J_0\left(s_k \frac{r}{a}\right), \tag{1}$$

$$w_k = \frac{2s_k}{a^2 J_1(s_k)} \frac{B_k}{\Delta_k}(M+\delta T) - \frac{2h}{aJ_1(s_k)} \frac{A_k}{\Delta_k} T - \frac{B_k(q_k+p_k)}{\Delta_k}.$$

Здесь q_k, p_k – коэффициенты разложений в ряды Бесселя возбуждающей нагрузки $q(r)$ и реакции среды $p(r)$, s_k – нули функции Бесселя $J_0(x)$, M, T – сосредоточенные момент и касательная нагрузка, прикладываемые к контуру для полного удовлетворения краевым условиям. Остальные коэффициенты выражаются через параметры пластины и частоту возбуждения по формулам работы [7].

Аппроксимируя неизвестное распределение $p(r)$ звукового давления по поверхности пластины кусочно-линейной функцией, получаем

$$p_k = \sum_{j=1}^{N+1} p_j z_{kj},$$

$$z_{kj} = \frac{2}{a^2 J_1^2(s_k)} \left[\int\limits_{(j-1)\Delta r}^{j\Delta r} \frac{j\Delta r - r}{\Delta r} J_0\left(s_k \frac{r}{a}\right) r dr - \right. \tag{2}$$

$$\left. - \int\limits_{(j-2)\Delta r}^{(j-1)\Delta r} \frac{(j-2)\Delta r - r}{\Delta r} J_0\left(s_k \frac{r}{a}\right) r dr \right],$$

где N – число кольцевых участков, на которые разбита пластина, p_j – звуковые давления на границах этих участков. При $j = 1$ и $j = N + 1$ в формуле для z_{kj} отбрасываются соответственно второй и первый интегралы.

Так как выражение (1) удовлетворяет только условию равенства нулю прогиба на контуре, то его подстановка в оставшиеся два краевые условия приводит к системе алгебраических уравнений для отыскания неизвестных значений M и T. Решение этой системы может быть представлено в виде

$$M = M_q + \sum_{j=1}^{N+1} M_j p_j, \quad T = T_q + \sum_{j=1}^{N+1} T_j p_j, \tag{3}$$

где слагаемые M_q и T_q определяются характером возбуждающей нагрузки, а M_j, T_j связаны с возникающей при колебаниях пластины реакцией среды и получаются из формул для M_q, T_q заменой коэффициентов q_k на z_{kj}. В случае защемления контура явные выражения для M_q и T_q приведены в [7] (так они обозначены M и T, так как реакция излучения не учитывалась и $\sum\limits_{j=1}^{N+1} M_j p_j$ отсутствовали).

Разность звуковых давлений, действующих в точке $r = (m-1)\Delta r$ по обе стороны пластины, выражается через ее прогиб с помощью интеграла Гюйгенса

$$p_m = \frac{\omega^2 \rho_0 n}{2\pi} \int\limits_0^a \int\limits_0^{2\pi} w(\rho) \frac{\exp(ik_0 R_m)}{R_m} \rho d\theta d\rho,$$
$$R_m^2 = (m-1)^2 \Delta r^2 + \rho^2 - 2(m-1)\Delta r \rho \cos\theta, \tag{4}$$

в котором $k_0 = \omega / c_0$ – волновое число, ρ_0, c_0 – параметры среды. Коэффициент n равен 1 или 2 при наличии жидкости соответственно с одной или двух сторон пластины.

Подставляя (1) в (4), с учетом (2) и (3), приходим к системе алгебраических уравнений для отыскания узловых значений звукового давления на поверхности пластины:

$$\sum_{j=1}^{N+1} a_{mj} p_j = b_m, \quad m = 1, 2, \ldots, N+1, \tag{5}$$

$$a_{mj} = \sum_{k=1}^{\infty} w'_{kj} I_{km} - \frac{2\pi}{\omega^2 \rho_0 n} \delta_{mj}, \quad \delta_{mj} = \begin{cases} 1, & m = j, \\ 0, & m \neq j, \end{cases}$$

$$b_m = -\sum_{k=1}^{\infty} w'_k I_{km}, \quad I_{km} = \int\limits_0^a \int\limits_0^{2\pi} J_0\left(s_k \frac{r}{a}\right) \frac{\exp(ik_0 R_m)}{R_m} r d\theta dr,$$

$$w'_k = w_k(M_q \to M;\ T_q \to T;\ p_k = 0),$$
$$w'_{kj} = w'_k(M_j \to M_q;\ T_j \to T_q;\ z_{kj} \to q_k).$$

Символическая запись $w'_k = w_k(\ldots)$ означает, что для перехода к w'_k в формуле для w_k необходимо положить $p_k = 0$ и заменить M, T на M_q, T_q.

Аналогично может быть решена задача об излучении звука при вынужденных колебаниях трехслойной пластины-полосы. В частном случае свободного опирания краев получим

$$w = -\sum_{k=1}^{\infty} \frac{B_k}{\Delta_k} \left(q_k + \sum_{j=1}^{N+1} p_j z_{kj} \right) \sin \frac{k\pi x}{l}, \tag{6}$$

$$z_{k1} = \frac{2N}{k^2\pi^2}\left(\frac{k\pi}{N} - \sin\frac{k\pi}{N}\right), \quad z_{k,N+1} = -z_{k1}\cos k\pi,$$

$$z_{kj} = \frac{2N}{k^2\pi^2}\left[-\sin\frac{k\pi i}{N} + 2\sin\frac{k\pi(i-1)}{N} - \sin\frac{k\pi(i-2)}{N}\right],$$

$j = 2, 3, \ldots, N.$

Коэффициенты B_k и Δ_k в (6) вычисляются по формулам работы [7] после замены s_k/a на $k\pi/l$.

Подставляя последнее выражение в интеграл

$$p(x) = \frac{i\omega^2\rho_0 n}{2}\int_0^l w(x_1)H_0^{(1)}(k_0\,|x - x_1|)dx \tag{7}$$

и полагая в нем $x = (m-1)\Delta l$, $m = 1, 2, \ldots, N+1$, получаем систему алгебраических уравнений относительно узловых значений реакции среды. Коэффициенты этой системы вычисляются по формулам

$$a_{mj} = -\sum_{k=1}^{\infty} z_{kj}\frac{B_k}{\Delta_k}I_{km} + \frac{2i\delta_{mj}}{\omega^2\rho_0 n};$$

$$b_m = \sum_{k=1}^{\infty}\frac{q_k B_k}{\Delta_k}I_{km}, \quad I_{km} = \int_0^l H_0^{(1)}(k_0|(m-1)\Delta l - x|)\sin\frac{k\pi x}{l}dx. \tag{8}$$

Определив из решения полученных систем неизвестные значения p_j далее находим распределение прогиба по поверхности пластины, а затем звуковое давление в любой точке среды.

Приведем результаты расчетов звукоизлучения трехслойных пластин, контактирующих одной стороной с водой и возбуждаемых сосредоточенными нагрузками. Интегралы I_{km} в формулах (5) и (8) представлялись суммой интегралов по отдельным участкам пластины, на каждом из которых они вычислялись по квадратурным формулам Гаусса. Точность полученных результатов контролировалась путем изменения числа участков разбиения и членов, удерживаемых в рядах. Их значения, как показал численный анализ, можно выбирать из соотношений $N = 6n$ и $k = n + 2$, где n – номер ближайшего резонанса. Дальнейшее увеличение этих параметров практически не сказывалось на результатах.

Выполненные исследования показали, что на определенных частотах возбуждения модули звукового давления в различных точках на поверхности пластины, а также их мнимые составляющие достигают максимума, в то время как действительные части меняют знак. Это соответствует последовательным резонансам пластины, смещенным по сравнению со случаем ее колебаний в вакууме в область более низких частот. Значения этих частот и абсолютных величин звукового давления в центре трехслойной пластины-полосы приведены во второй строке табл. 1, а характер изменения составляющих давления при удалении от резонанса показан на рис. 1. Пластина составлена из алюминиевых обшивок толщиной $\delta = 3\cdot10^{-3}$ м, заполнителя ПХВ ($E = 5\cdot10^7$ Н $\cdot$ м$^{-2}$; $\nu = 0{,}4$; $\rho = 0{,}3\cdot10^3$ кг $\cdot$ м$^{-3}$) толщиной $2h = 2\cdot10^{-2}$ м и возбуждается силой $F = 10^3\delta(x - l/2)$ Н $\cdot$ м$^{-1}$. Четные резонансы при этом отсутствуют. Распределение каждой из составляющих давления по поверхности пластины при фиксированной частоте возбуждения в целом повторяет распределение прогиба, но на краях пластины их значения отличны от нуля и убывают с заходом на экран. При удалении от поверхности пластины эти зависимости постепенно принимают вид пологих кривых, приблизительно параллельных плоскости пластины (см. рис. 2). При малых значениях z, т.е. вблизи пластины, давление, как это видно из рис. 3, интенсивно убывает по квазиэкспоненциальному закону. Для резонансной частоты возбуждения $\omega = 1510$с$^{-1}$ сказанное иллюстрируют графики на рис. 3.

Влияние рассеяния энергии в материале пластины на создаваемое им звуковое поле

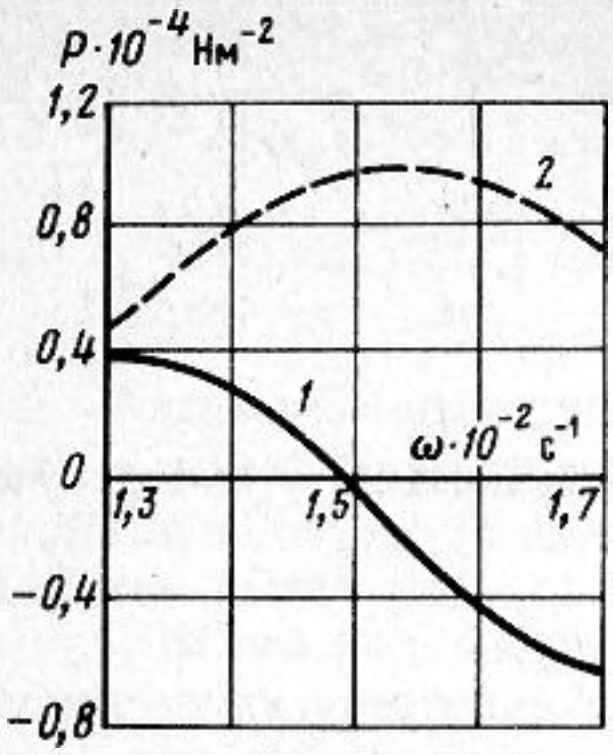

Рис. 1

Рис. 1. Изменение звукового давления под центром пластины вблизи первого резонанса: *1* – Re *p*, *2* – Im *p*

Рис. 2. Пространственное распределение давления на различных расстояниях *z* от поверхности пластины при частоте возбуждения $\omega = 1200$ с$^{-1}$: *1* – Re *p* при $z = 0$, *2* – Im *p* при $z = 0$; *3* – Re *p* при $z = l/2$; *4* – Im *p* при $z = l/2$

Рис. 3. Изменение давления под центром пластины при удалении от ее поверхности

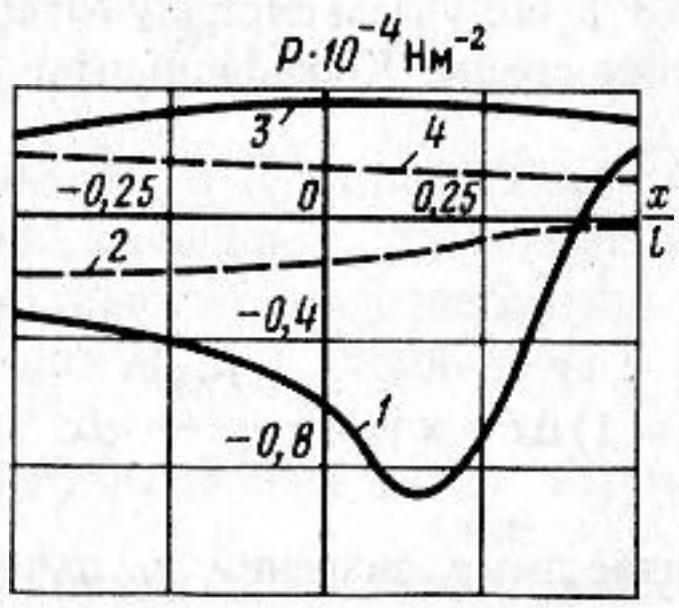

Рис. 2

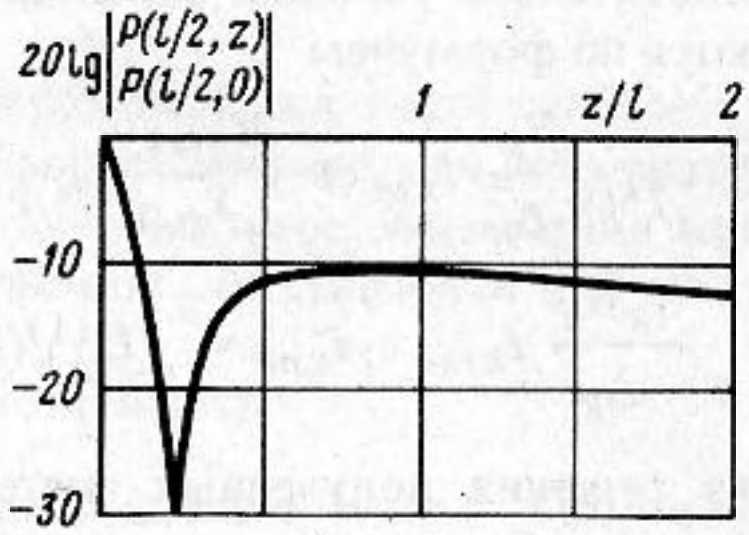

Рис. 3

учитывалось введением комплексных упругих постоянных заполнителя. Резонансные величины звукового давления в центре пластины при различных значениях коэффициента потерь η представлены в третьей и четвертой строках табл. 1. Видно, что заметное снижение давления достигается только при сравнительно больших значениях η, когда демпфирование колебаний за счет рассеяния энергии в материале становится сравнимым с их демпфированием жидкостью.

Результаты расчетов резонансных частот и модулей давления в центре круглых трехслойных пластин, возбуждаемых сосредоточенной силой $F = 10(\delta(r)/2\pi r)H$ приведены в табл. 2. Конструкция 1 составлена из алюминиевых слоев толщиной $\delta = 0{,}3 \cdot 10^{-2}$ м заполнителя ЭК ($E = 25 \cdot 10^7$ Нм$^{-2}$; $\nu = 0{,}4$; $\rho = 1{,}5 \cdot 10^3$ кг $\cdot$ м$^{-3}$) толщиной $2h = 3 \cdot 10^{-2}$ м и имеет радиус $a = 0{,}6$ м. Последующие конструкции отличаются от нее только одним каким-нибудь параметром, а все остальные совпадают. Изменяемый параметр и его новое значение указаны во второй колонке, причем индекс 1 относится к материалу обшивок. Числа в знаменателе дробей представляют собой резонансные частоты колебаний пластин в вакууме (собственные частоты).

Анализ результатов показывает, что в отличие от амплитуд резонансных колебаний

Таблица 1

Вариант	ω_1 (с$^{-1}$)	$\lvert p \rvert_1 \cdot 10^{-4}$ Н $\cdot$ м$^{-2}$	ω_3	$\lvert p \rvert_3 \cdot 10^{-4}$	ω_5	$\lvert p \rvert_5 \cdot 10^{-4}$
Колебания в вакууме	854	–	3065	–	6021	–
При контакте с водой при $\eta = 0$	158	1,04	1510	9,054	3704	13,23
То же при $\eta = 0{,}1$	158	0,783	1510	2,807	3704	3,132
То же при $\eta = 0{,}5$	158	0,423	1510	0,8208	3704	1,020
Однородная алюминиевая толщиной $0{,}822 \cdot 10^{-2}$ м	88	1,178	2234	7,047	7680	8,02

Таблица 2

№	Значение изменяемого параметра	ω_1 (c^{-1})	$\lvert p \rvert_1 \cdot 10^{-2}$ $H \cdot м^{-2}$	ω_2	$\lvert p \rvert_2 \cdot 10^{-3}$	ω_3	$\lvert p \rvert_3 \cdot 10^{-3}$
1	–	288/798	6,211	1162/2058	1,767	2312/3420	3,595
2	$a = 0{,}3$ м	898/1878	15,22	3158/4534	4,934	5874/7418	9,719
3	$\delta = 0{,}15 \cdot 10^{-2}$ м	242/704	7,829	1040/1942	1,874	2150/3308	3,777
4	$n = 0{,}75 \cdot 10^{-2}$ м	200/672	9,751	894/1870	2,354	1906/3224	4,637
5	$E = 1{,}25 \cdot 10^{8}$ $H \cdot м^{-2}$	224/622	7,684	870/1536	2,543	1706/3534	5,047
6	$\rho = 0{,}75 \cdot 10^{3}$ $кг \cdot м^{-3}$	296/1004	6,092	1240/2590	1,835	2544/4300	3,833
7	$E_1 = 0{,}36 \cdot 10^{11}$ $H \cdot м^{-2}$	252/690	7,687	1074/1906	1,757	2202/3254	3,545
8	$\rho_1 = 1{,}35 \cdot 10^{3}$ $кг \cdot м^{-3}$	292/858	6,174	1190/2210	1,791	2392/3670	3,71

пластины, уменьшающихся при смещении резонансов в область высоких частот, резонансные значения создаваемого ею звукового давления могут как возрастать, так и убывать в зависимости от начального значения частоты и величины смещения. Этот факт можно объяснить, если обратиться к интегралу Гюйгенса, из которого следует, что величина давления пропорциональна как квадрату частоты возбуждения, так и амплитуде колебаний, уменьшающейся при смещении резонанса в область более высоких частот.

В заключение отметим, что резонансные максимумы излучения трехслойной пластины смещены от соответствующих максимумов однородной пластины такого же веса в низкочастотную область и расположены они чаще. Объясняется это характерным для трехслойных пластин сильным влиянием сдвиговых деформаций на их поперечные колебания. Исключение, впрочем, может составлять основной резонанс пластин с легкими низкопрочными заполнителями. Сказанное иллюстрируют данные, приведенные во второй и последней строках табл. 1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Alper S., Mograb E.B.* Radiation from the forced harmonic vibrations of a clamped circular plate in an acoustic fluid // J. Acoust. Soc. Amer. 1970. V. 48. № 3. Pt 2. P. 681–691.
2. *Голованов В.А. и др.* Рассеяние и излучение звука упругими оболочками в жидкости: Препринт № 261. М.: Ин-т проблем механики АН СССР, 1985. 70 с.
3. *Filippi P.* Sound radiation by baffled plates and related boundary integral equations // J. Sound and vibrat. 1985. V. 100. № 1. P. 69–81.
4. *Бешенков С.Н.* Вынужденные колебания и излучение звука круглой пластиной, взаимодействующей с жидкостью // ПММ. 1989. Т. 53. Вып. 5. С. 761–765.
5. *Бешенков С.Н., Волкова Т.Д.* Вынужденные колебания и акустические свойства прямоугольной пластины, взаимодействующей со средой // Изв. АН СССР. МТТ. 1990. № 4. С. 164–169.
6. *Голоскоков Е.Г., Бешенков С.Н.* Упругоакустические задачи динамики трехслойных конструкций. Харьков: Вища шк., 1980. 120 с.
7. *Бешенков С.Н., Горбань С.Ф.* Излучение звука при вынужденных колебаниях круглой трехслойной пластины // Прикл. механика. 1990. Т. 26. № 2. С. 108–112.

Запорожский государственный университет

Поступила в редакцию 15.11.90

S.N. Beshenkov, S.F. Gorban

SOUND RADIATION OF FINITE THREE-LAYERED PLATES IN LIQUID

Method of calculation of sound radiation caused by forced one-dimensional (axi-symmetrical or with the from of cylindrical bend) vibrations of baffled three-layered plates contacting from one or two sides with liquid is presented. Plate deformations are described by equations which are derived using hypothesis of incompressibility of a filler in transverse direction and linear distribution of tangential displacements on cross-section. Dependences of sound pressure resonant values on physical and geometrical characteristics of layers and damping properties of the filler are investigated. Variations of value and space distribution of pressure with the increasing of the distance from the plate surface are analysed. Comparison of sound radiation of three-layered plate and homogeneous one with the same weight is carried out.