$$= \frac{\Psi_+(k, \theta, z_>)\sqrt{k_l^2-k^2}}{(\Psi_+'(k, \theta, H))^2+(k_l^2-k^2)(\Psi_+(k, 0, H))^2}.$$

Таким образом,

$$\operatorname{Im} u(0, z) = \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi} d\theta \Bigg[\frac{\pi}{2}\sum_{j=1}^{M(\theta)} \Psi_j(\theta, z_<)\Psi_j(\theta, z_>) +$$

$$+ \int_0^{k_l} \frac{\Psi_+(k, \theta, z_<)\Psi_+(k, \theta, z_>)k(k_l^2-k^2)^{1/2}dk}{(\Psi_+'(k, \theta, H))^2+(k_l^2-k^2)(\Psi_+(k, \theta, H))^2}\Bigg]. \quad (10)$$

Переходя в (10) к пределу при $z \to z_0$, получим из (5), что мощность, излучаемая гармоническим источником в слоистой среде с плоскопараллельным течением, определяется как

$$W = \frac{\omega\rho}{8\pi^2}\int_0^{2\pi} d\theta \Bigg[\frac{\pi}{2}\sum_{j=1}^{M(\theta)} \Psi_j^2(\theta, z_0) +$$

$$+ \int_0^{k_l} \frac{k dk \Psi_+^2(k, \theta, z_0)(k_l^2-k^2)^{1/2}}{(\Psi_+'(k, \theta, H))^2+(k_l^2-k^2)(\Psi_+(k, \theta, H))^2}\Bigg]. \quad (11)$$

Заметим, что при скорости течения $v=0$ (11) переходит в выражение для мощности, излученной гармоническим источником в неподвижной слоистой среде [3]. Отметим, что уравнение (1) пригодно для описания звукового поля в движущейся среде, если градиент скорости течения мал по сравнению с частотой звука. В реальных ситуациях вертикальные градиенты скорости течения имеют величину порядка 10^{-2} с$^{-1}$ (см., например [6]), где приведено вертикальное распределение скорости Гольфстрима). Таким образом, уравнение (1) и соответственно выражение (3) для вектора Пойнтинга заведомо пригодны для звуковых частот, составляющих десятки или сотни герц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осташев В. Е.* Теория распространения звука в неоднородной движущейся среде (обзор) // Изв. АН СССР. ФАО. 1985. Т. 21. № 4. С. 358–373.
2. *Корн Г.* и *Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1970.
3. *Вдовичева Н. К., Шерешевский И. А.* Применение принципа предельной амплитуды для расчета поля в слоистой среде // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 10. С. 1265–1274.
4. *Журавлев В. А., Кобозев И. К., Кравцов Ю. А.* О мощности, излучаемой антенной в гидроакустическом волноводе. // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 6. С. 1051.
5. *Вдовичева Н. К., Окомелькова И. А., Шерешевский И. А.* О звуковом поле гармонического источника в слоистой среде с течением // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 1. С. 5–11.
6. *Григорьева Н. С., Явор М. И.* Метод нормальных волн для расчета акустического поля в океаническом волноводе, возмущенном течением // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 1. С. 39–43.

Институт прикладной физики
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
04.12.89

УДК 534.26

© 1990 г.

Ю. Й. Габиюнене, В. К. Шугуров

РАССЕЯНИЕ ВОЛНЫ ВЯЗКИМ ТЕЛОМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Излагается алгоритм расчета рассеяния волны вязким телом произвольной формы. Учитываются только скалярные волны, так что скорость описывается градиентом потенциалов φ_i в двух средах $i=1, 2$. Считается, что в первой среде волны распространяются без потерь, поэтому волновое число действительно: $k_1=\omega/c$, где ω – циклическая частота, c – скорость распространения волны. Вторая среда поглощает волну, поэтому волновое число k_2 является комплексным; мнимая часть $\operatorname{Im} k_2<0$ и определяется коэффициентом вязкости.

Основная трудность в решении граничной задачи заключается в определении решения, удовлетворяющего одновременно дифференциальному уравнению Гельм-

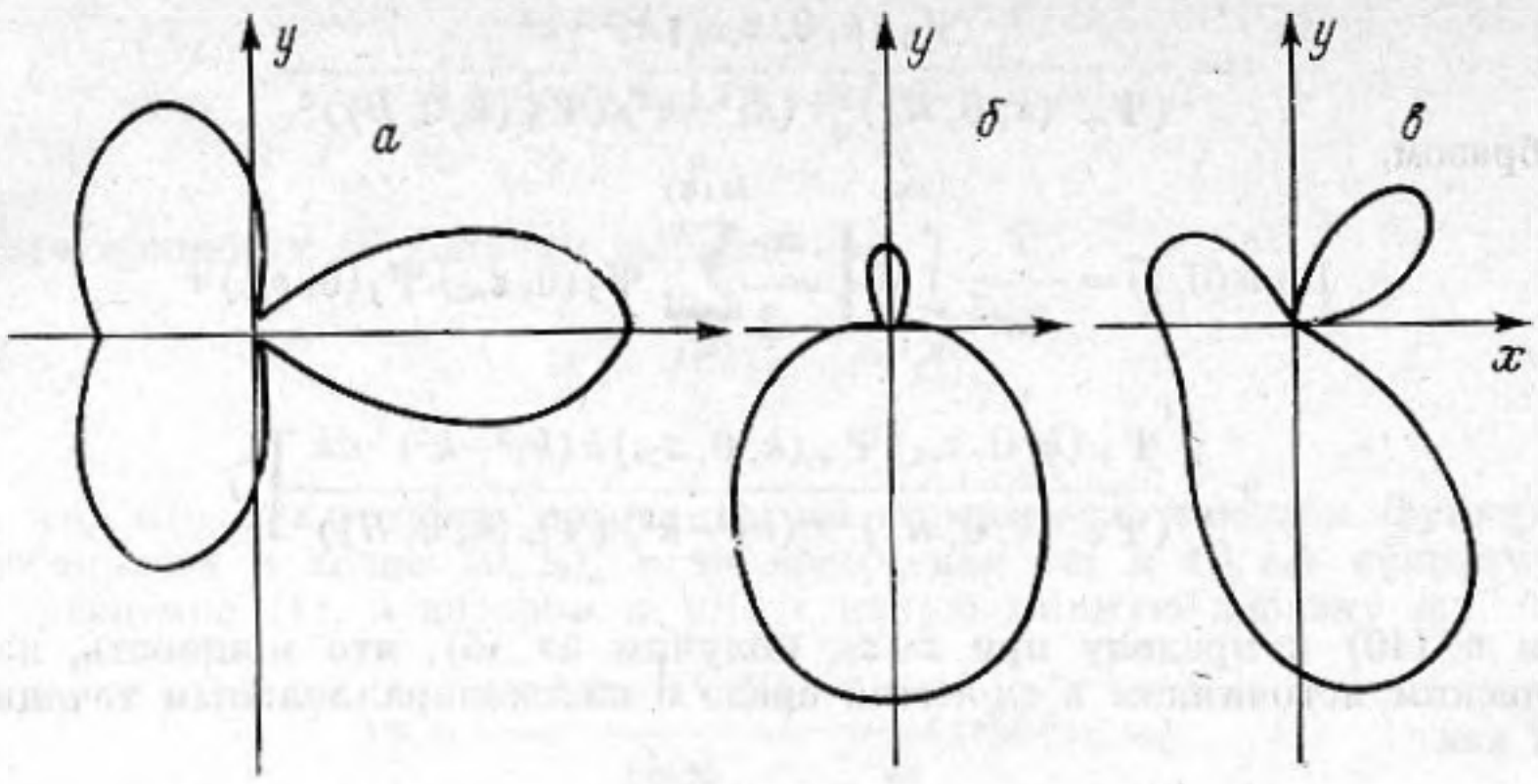

Рис. 1

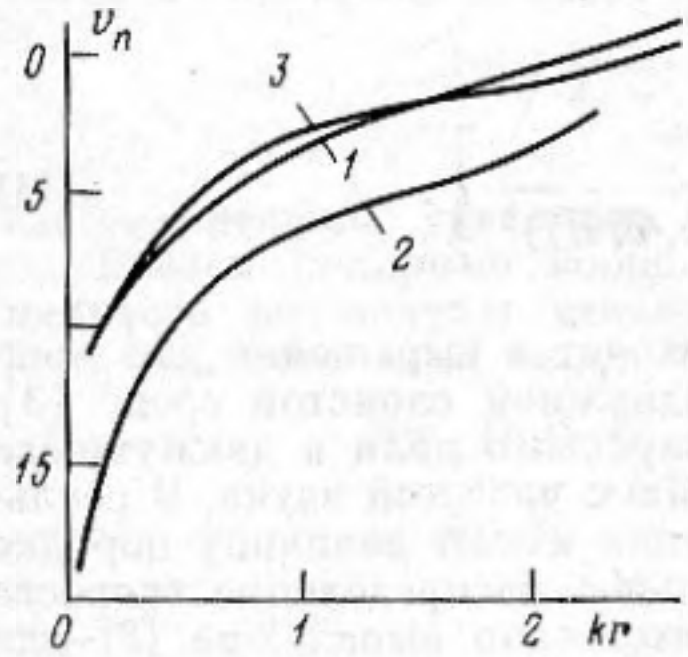

Рис. 2

Рис. 1. Диаграммы рассеяния энергии при падении плоской волны на прямой параллелепипед в плоскости XY: *а* – волна распространяется вдоль оси XX, *б* – вдоль оси YY, *в* – волновой вектор расположен в плоскости XY и составляет равные углы с осями XX и YY

Рис. 2. Распределение нормальной составляющей скорости вдоль прямых $kY_1=0{,}65$ и $kY_2=1{,}35$ в начальный момент времени. *1* – распределение v_n в случае волны, распространяющейся вдоль оси XX, *2* и *3* – зависимости v_n от положения точки на указанных прямых для волны с $k_x=k_y$, $k_z=0$

гольца и граничным условиям. Идея состоит в разделении решения уравнения от удовлетворения граничных условий. Это достигается представлением потенциалов

$$\varphi_i(\mathbf{r})=\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\int\mu_i(\mathbf{r}_s)\,h_0(k_i|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i|)\,dS \tag{1}$$

в виде интегралов по поверхности, разделяющей разные среды. Здесь $h_l(z)$ – сферическая функция Ганкеля второго рода. Произведение $h_l(kr)Y(l,m|\mathbf{r})$, $Y_{00}=1/\sqrt{4\pi}$, является решением уравнения Гельмгольца, записанное в сферической системе координат, поэтому и интеграл (1) удовлетворяет тому же уравнению при любой плотности $\mu_i(\mathbf{r}_s)$. Последняя определяется из граничных условий.

Равенство давлений в общем виде выражается формулой

$$\rho_1(\varphi^+(\mathbf{r})+\varphi_1{}^+(\mathbf{r}))=\rho_2\varphi_2{}^-(\mathbf{r}), \tag{2}$$

где φ – потенциал приходящей волны, который считается известным, ρ_i – плотность, обозначение $\varphi^+(\varphi^-)$ понимается как значение функции φ при стремлении точки к поверхности с внешней (внутренней) стороны. Условие для нормальной составляющей скорости имеет вид

$$\frac{\partial\varphi^+}{\partial n}+\frac{\partial\varphi_1{}^+}{\partial n}=\frac{\partial\varphi_2{}^-}{\partial n}. \tag{3}$$

При вычислении производных (3) в подынтегральных функциях при $\mathbf{r}-\mathbf{r}_S\to 0$ появляются сингулярности. Вблизи этих точек предельные значения находятся обычным путем. Вычисление производных в (3) удобнее проводить в локальной системе координат, начало которой совпадает с точкой поверхности $\mathbf{r}_S$, а ось ZZ направлена по внешней нормали. Тогда надо найти лишь производные по координате Z [1, 2]:

$$\frac{\partial}{\partial z}h_0(kr)\,Y(0,0)=-\frac{k}{\sqrt{3}}h_1(kr)\,Y(1,0).$$

Пересчет значений сферических функций в локальной системе через их значения в основном проводится при помощи матриц $D^l_{mm'}$, зависящих от соответствующих углов Эйлера (см., например, [2]). В результате получаем систему интегральных уравнений:

$$\rho_1(\varphi(\mathbf{r}_{S0})+\int\mu_1(\mathbf{r}_S)\,h_0(k_1|\mathbf{r}_{S0}-\mathbf{r}_S|)\,Y(0,0|\mathbf{r}_{S0}-\mathbf{r}_S)\,dS=$$

$$=\rho_2 \int \mu_2(\mathbf{r}_S)\, h_0(k_2|\mathbf{r}_{S0}-\mathbf{r}_S|)\, Y(0,0|\mathbf{r}_{S0}-\mathbf{r}_S)\, dS,$$

$$\frac{\partial\varphi(\mathbf{r}_{S0})}{\partial n}-\frac{i\sqrt{\pi}}{2k_1}\mu_1(\mathbf{r}_{S0})-\frac{k_1}{\sqrt{3}}\int \mu_1(\mathbf{r}_S)\, h_1(k_1|\mathbf{r}_{S0}-\mathbf{r}_S|)\times$$

$$\times\sum_{m=-1}^{1}[D^1[\psi_{S0},\theta_{S0},\Phi_{S0})]^{-1}_{0,m}\, Y(1,m|\mathbf{r}_{S0}-\mathbf{r}_S)\, dS=$$

$$=\frac{i\sqrt{\pi}}{2k_2}\mu_2(\mathbf{r}_{S0})-\frac{k_2}{\sqrt{3}}\int \mu_2(\mathbf{r}_S)\, h_1(k_2|\mathbf{r}_{S0}-\mathbf{r}_S|)\times \tag{4}$$

$$\times\sum_{m=-1}^{1}[D^1[\psi_{S0},\theta_{S0},\Phi_{S0})]^{-1}_{0,m}\, Y(1,m|\mathbf{r}_{S0}-\mathbf{r}_S)\, dS.$$

Интегралы в последнем уравнении понимаются в смысле главного значения, ψ_{s0}, θ_{s0}, Φ_{s0} – углы Эйлера, переводящие выделенную систему в локальную. Система (4) решалась численно методом Боголюбова – Крылова [3].

В качестве примера приведем результаты расчета рассеяния плоской волны прямым параллелепипедом из глицерина, находящимся в воде, со сторонами в безразмерных единицах $ka_X=3$, $ka_Y=2$, $ka_Z=1$. На рис. 1 показаны диаграммы радиальной составляющей p_r вектора потока энергии в плоскости XY. На рис. 2 показано распределение нормальной составляющей скорости в момент времени $t=0$ вдоль прямых $kY_1=0{,}65$ и $k_{Y2}=1{,}35$. Скорости в соответствующих точках обеих прямых совпадают из-за симметрии задачи (сама симметричность в решении не использовалась). Для получения скорости в любой момент времени (предполагается зависимость в виде $\exp(i\omega t)$) необходимо иметь также мнимую составляющую градиента потенциала, которая здесь не приводится.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кратцер А., Франц В.* Трансцендентные функции. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
2. *Юцис А. П., Бандзайтис А. А.* Теория момента количества движения в квантовой механике. Вильнюс: Изд-во Мокслас, 1977.
3. *Канторович Л. В., Крылов В. И.* Приближенные методы высшего анализа. М.– Л.: Госиздат физ.-мат. лит., 1982.

Вильнюсский университет

Поступило в редакцию 28.11.89

УДК 534.26:534.23:534.222.1

© 1990 г.

В. П. Глотов

ДИСПЕРСИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА В ПОРИСТОМ МОРСКОМ ГРУНТЕ

Показано, что скорость продольных волн в морских осадках заметно меньше, чем скорость в воде, при отношении плотностей $\gamma\geqslant 2{,}6\div 4$, особенно для мелкозернистых структур.

В проблеме распространения звуковых волн в мелком море особое место занимает изучение свойств пористого морского грунта, так как влияние его чрезвычайно велико, особенно при скоростях продольных волн меньших, чем скорость звука в прилегающей морской воде. В литературе последних лет упорно бытует мнение, что этот отрицательный по знаку скачок в скоростях звука на границе раздела вода – грунт достигает величины не менее 3÷5%. Впервые этот обобщенный результат был получен Гамильтоном на основе статистического анализа натурных и лабораторных экспериментальных данных [1]. Теоретического обоснования этому феномену до сих пор не было, хотя в литературе прошлых лет дисперсия звука в водных эмульсиях, сходных по своим параметрам с пористым морским грунтом, рассматривалась во многих работах. Наиболее фундаментальной работой по данному вопросу является работа Рытова и его учеников (эмульсия ртути в воде и т. п.) [2]. Однако для практических оценок дисперсии в пористых грунтах пользоваться результатами этой работы затруднительно, так как при ее публикации были допущены существенные описки, искажающие суть эффекта.