АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том 36 1990 Вып. 6

УДК 534.26

© 1990 г.

С. И. Ковинская, А. С. Никифоров

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ПЛАСТИН С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ПО ПОВЕРХНОСТИ ИМПЕДАНСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Рассмотрена трехслойная пластина, контактирующая с одной стороны с акустической средой, возбуждаемая линейной силой, действующей либо со стороны среды, либо с противоположной стороны. Модель колебаний трехслойной пластины представляет собой связанные через продольные колебания упругого слоя изгибные колебания наружных пластин. Рассмотрены предельные случаи: симметричная конструкция, пластина с упругим слоем, пластина на упругом основании и, наконец, случай отсутствия у одной из пластин изгибной жесткости.

Решение задачи получено с помощью преобразования Фурье и метода перевала. Проведен анализ решения в области малых волновых размеров упругого слоя. Показано, что при возбуждении конструкции со стороны акустической среды существуют частоты, на которых излучение конструкции уменьшается, при возбуждении с противоположной стороны на тех же частотах происходит увеличение излучения. Значение этих частот зависит от угла наблюдения относительно направления действия силы. Показано вырождение широкополосного эффекта волноводной виброизоляции в эффект в узкой полосе частот.

Результаты исследования излучения изгибно колеблющейся пластины под действием сосредоточенной силы, впервые проведенного в работе [1], содержат фундаментальный вывод о том, что в области низких частот излучение практически не зависит от свойств пластины. В некоторых случаях, однако, модель пластины должна рассматриваться в более сложной постановке, например для пластины с волноводной виброизоляцией [2], пластины на винклеровском основании либо пластины, соединенной с упругим слоем [3]. В работе [4] было показано, что пластины с указанными выше свойствами могут быть описаны как частные случаи трехслойной пластины. В свою очередь излучение трехслойной пластины было рассмотрено в работе [5], однако слишком общая постановка не позволила автору не только рассмотреть влияние свойств присоединенной пластины на излучение (влияние распределенного импеданса), но также рассмотреть изменение излучения такой пластины в зависимости от того, возбуждается ли контактирующая со средой пластина либо пластина, присоединенная к ней. Отсутствие последнего привело автора к ошибочному выводу об уменьшении излучения трехслойной пластины по отношению к соответствующей эквивалентной независимо от способа возбуждения.

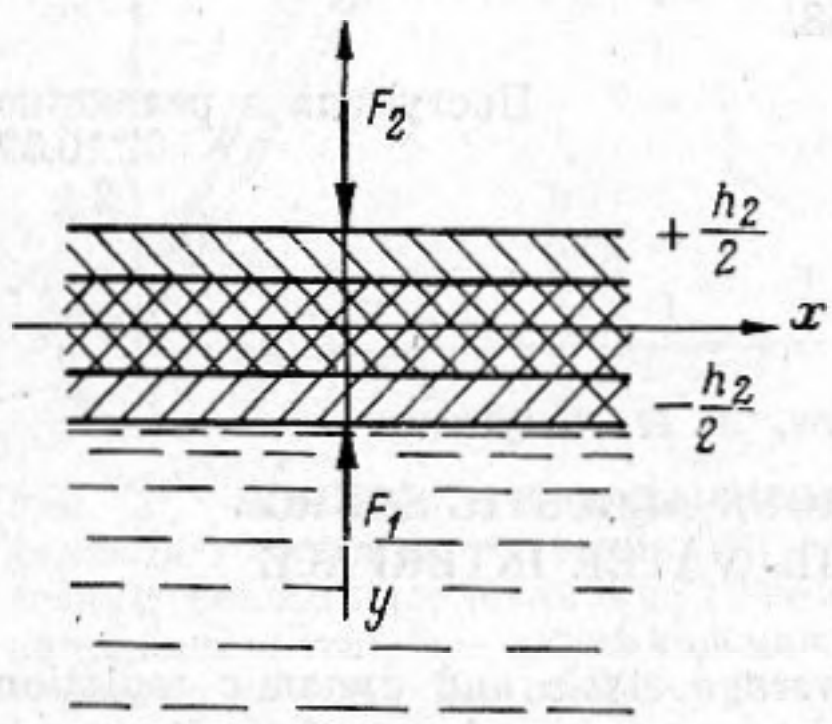

Схема размещения возбуждающих трехслойную пластину линейных сил

В настоящей работе рассмотрено излучение трехслойной пластины, один из слоев которой контактирует с акустической средой, а другой — с вакуумом, при возбуждении одной из наружных пластин линейной гармонической силой. Обобщение на сосредоточенную силу не представляет труда. Наружные пластины соединены между собой упругим слоем, способным совершать только колебания по толщине (рисунок). Система возбуждается либо силой F_2 ($F_1=0$),

либо силой F_1 ($F_2=0$). Параметры верхней пластины обозначим индексом 1, параметры пластины, контактирующей со средой — индексом 3, упругий слой имеет параметры с индексом 2. Примем следующие приближения: коэффициент потерь упругого слоя $\eta_2=0$; скорость продольных волн в слое c_{n2} много меньше скорости изгибных волн в пластинах, поэтому влияние упругого слоя на касательные перемещения поверхности пластин незначительно; изгибные колебания пластин можно рассматривать в рамках гипотезы «плоских нормалей» ($k_{и\,i}h_i \ll 1$; $i=1$; 3; $k_{и\,i}$, h_i — изгибное волновое число и толщина пластин).

Гармонические изгибные колебания пластин, продольные колебания слоя и уравнение для акустического давления запишем в виде

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - k_{и\,1}^4 u = -\frac{G_2}{D_1}\frac{\partial\psi}{\partial y}\bigg|_{y=\frac{h}{2}} + \frac{F_2\delta(x)}{D_1}; \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + k_{n2}^2\psi = 0,$$

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - k_{и\,3}^2 v = -\frac{G_2}{D_3}\frac{\partial\psi}{\partial y}\bigg|_{y=-\frac{h}{2}} + \frac{P}{D_3}\left(x, y = -\frac{h_2}{2} - h_3\right) +$$

$$+\frac{F_1}{D_3}\delta(x); \quad \Delta P + k_0^2 P = 0, \tag{1}$$

где u, v — поперечные смещения верхней и нижней пластин, D_i, m_i — изгибная жесткость и поверхностная масса пластин ($i=1$; 3), $k_{и\,2} = \omega(\rho_2/G_2)^{1/2}$ — волновое число продольных волн в слое, ψ — смещение продольных волн в слое, ρ_2, G_2, h_2 — плотность, модуль сжатия и толщина упругого слоя, P — давление в акустической среде, k_0 — волновое число в среде, $k_0=\omega/c_0$, c_0 — скорость звука в среде.

Система уравнений (1) рассматривается при граничных условиях контакта пластин на обеих поверхностях упругого слоя и контакта нижней пластины с акустической средой:

$$\psi\big|_{y=\frac{h_2}{2}} = u; \quad \psi\big|_{y=-\frac{h_2}{2}} = v; \quad v = \frac{1}{\rho_0\omega^2}\frac{\partial P}{\partial y}\bigg|_{y=-\frac{h_2}{2}-h_3}. \tag{2}$$

Преобразование Фурье по координате x выражений (1) и (2) приводит к следующему соотношению для давления:

$$P(x, y) = \frac{\rho_0\omega^2}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{v(\alpha)\, e^{y\sqrt{\alpha^2-k_0^2}}\, e^{i\alpha x}\, d\alpha}{\sqrt{\alpha^2-k_0^2}\, e^{\left(-\frac{h_2}{2}-h_3\right)\sqrt{\alpha^2-k^2}}}, \tag{3}$$

где

$$v(\alpha) = \begin{cases} F_1 \Big/ \left[D_3\cdot\left(\Delta_3 - \dfrac{G_2^2 k_{и\,1}^2}{D_1 D_3 \sin^2 k_{и\,2}h_2\cdot 1/\Delta_1}\right)\right], & \text{при } F_2=0, \quad (4) \\ F_2 \Big/ \left[-\dfrac{G_2 k_{и\,2}}{\sin k_{и\,2}h_2} + \dfrac{D_1 D_3 \sin k_{и\,2}h_2}{G_2 k_{и\,2}}\cdot\Delta_1\Delta_3\right] & \text{при } F_1=0, \quad (5) \end{cases}$$

$$\Delta_1 = \alpha^4 - k_{и\,1}^4 + \frac{k_{и\,2}G_2}{D_1\,\mathrm{tg}\,k_{и\,2}h_2}; \quad \Delta_3 = \alpha^4 - k_{и\,3}^4 + \frac{G_2 k_{и\,2}}{D_3\,\mathrm{tg}\,k_{и\,2}h_2} - \frac{\rho_0\omega^2}{D_3\sqrt{\alpha^2-k_0^2}}.$$

Обычная для вычисления (3) процедура — метод перевала. Для этого заменим $\alpha = k_0 \sin w$ и перейдем к полярным координатам по формулам $x = R\sin\varphi$; $y + \dfrac{h_3}{2} + h_3 = R\cos\varphi$. В результате этих подстановок формула (3) примет вид

$$P(R, \varphi) = \frac{i\rho_0\omega^2}{2\pi}\int\limits_{\Gamma} e^{ik_0 R\cos(w-\varphi)}\, v(k_0\sin w)\, dw, \tag{6}$$

где $v(k_0 \sin w)$ задается выражениями (4) либо (5) с соответствующей заменой переменной. Точка перевала определяется из уравнения $[\cos(w-y)]_w'=0$ и соответствует $w=\varphi$. В результате давление в акустической среде определяется выражением:

$$P(R,\varphi)=\frac{\rho_0\omega^2 e^{ik_0R}}{\sqrt{2\pi k_0 R}}v(k_0\sin\varphi). \qquad (7)$$

Рассмотрим последовательно влияние на акустическое излучение изменения массово-жидкостных свойств каждой из пластин и переноса силы с одного слоя на другой.

Пусть сила действует на пластину, контактирующую со средой ($F_2=0$). Если дополнительная пластина отсутствует ($D_1=0$, $m_1=0$), то давление описывается формулой

$$P(R,\varphi)=\frac{\rho_0\omega}{\sqrt{2\pi k_0 R}}\frac{e^{ik_0R}F_1\cos\varphi}{\rho_0c_0+i\omega\left(m_3+\frac{m_2\operatorname{tg}\nu}{\nu}\right)\cos\varphi\left[1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\sin^4\varphi\right]}, \qquad (8)$$

где

$$m_2=\rho_2\cdot h;\qquad \nu=k_{\text{и}\,2}\cdot h_2;\qquad \omega_2=c_0^2\sqrt{\left(m_3+m_2\frac{\operatorname{tg}\nu}{\nu}\right)\Big/D_3}.$$

Из сопоставления формулы (8) с известным результатом для одиночной пластины видно, что влияние упругого слоя сводится к появлению динамической массы пластины (вместо m_3 появляется масса $m_3+m_2\operatorname{tg}\nu/\nu$), величина которой может быть существенно больше, чем масса m_3, и обычное соотношение $\omega m_3 \ll \rho_0 c_0$, приводящее к дипольному характеру излучения, может не выполняться. На самых низких частотах влияние слоя незначительно и сводится к увеличению массы m_3 до величины m_3+m_2. Этот результат совпадает с полученным ранее [3].

Если обе пластины одинаковы ($m_1=m_3=m$; $D_1=D_3=D$; $k_{\text{и}\,1}=k_{\text{и}\,2}=k_{\text{и}}$), то в области частот, где $\nu\ll 1$, давление может быть представлено в виде

$$P_{(R,\varphi)}=\frac{\rho_0\omega^2F_1(-\omega^2m+G_2/h_2)}{\sqrt{2\pi k_0R}\left(\omega^2m-\frac{G_2}{h_2}\right)^2-\frac{G_2}{h_2}(1-k_{\text{и}\,2}^2h_2^2)-\frac{\rho_0\omega^2}{ik_0}\left(-\omega^2m+\frac{G_2}{h_2}\right)}. \qquad (9)$$

Рассматривая выражение (9) на оси $x=0$ (в максимуме дипольного излучения), можно увидеть, что на частотах «резонанса» верхней пластины с упругим слоем ($\omega^2m=G_2/h_2$) излучение равно нулю. Представляет интерес и частота, на которой $\omega^2m=\frac{G_2}{h_2}(1\pm\sqrt{1-k_{\text{и}\,2}^2h_2^2})$, т. е. «резонанс» пластины на упругости половины слоя. При этом излучение не зависит от свойств пластины без выполнения неравенства $\omega m\ll\rho_0c_0$.

Первая из названных частот соответствует частоте антивибрационного эффекта верхней пластины по отношению к нижней, проявляющегося лишь в направлении $\varphi=0$; в любом другом направлении эта частота изменяется и может быть найдена из соотношения

$$\omega^2m=\frac{G_2}{h_2}+k_0^4\cdot\sin\varphi D.$$

Вторая частота соответствует антисимметричным колебаниям пластин с определенной компенсацией их упругомассовых сил, приводящих к полной независимости излучения от свойств пластин, здесь также речь идет об угле $\varphi=0$, в другом направлении частота компенсации изменяется.

Рассмотрим волноводную виброизоляцию излучающей пластины (верхняя пластина обладает бесконечно малой жесткостью $D_1=0$). В области частот до резонанса упругого слоя по высоте ($k_{\text{и}\,2}h_2\ll 1$) давление на

оси $x=0$ имеет вид

$$P=\frac{\rho_0\omega^2}{\sqrt{2\pi k_0 R}}\frac{e^{ik_0R}F_0\left(m_1\omega^2-\frac{G_2}{h_2}\right)}{\frac{G_2}{h_2}+\Delta_3\left(m_1\omega^2-\frac{G_2}{h_2}\right)}. \tag{10}$$

Из формулы (10) следует, что на самых низких частотах $\left(m_1\omega^2\ll\ll\frac{G_2}{h_2}\right)$ влияние волноводной виброизоляции (ВВИ) на излучение пластины незначительно. На частоте ее эффективной работы давление на оси $x=0$ практически отсутствует. В соответствии с теорией волноводной виброизоляции [4] область ее эффективной работы расположена в частотном интервале $\left[\omega_0;\ \omega_0\sqrt{1+\frac{m_1+m_2}{m_3}}\right]$, где $\omega_0=\sqrt{G_2/h_2m_1}$. Однако из формулы (10) следует, что частотная область уменьшения излучения вследствие установки ВВИ сведена к одной частоте ω_0. Это обстоятельство вытекает из учета соколеблющейся массы среды, которая существенно больше поверхностной массы m_3.

Сравнивая излучение эквивалентной пластины с излучением пластины с ВВИ и трехслойной пластины с $h_1=h_3$ можно сделать вывод, совпадающий с выводом работы [5] об уменьшении излучения рассмотренных выше пластин по сравнению с эквивалентной.

Пусть дополнительная пластина обладает бесконечно большой жесткостью и массой ($m_1\to\infty$; $D_1\to\infty$). Излучающая пластина в этом случае находится на винклеровском основании. Давление описывается выражением

$$P(R,\varphi)=\frac{\rho_0\omega}{\sqrt{2\pi k_0R}}\frac{e^{ik_0R}F_2}{D_3k_0^4\sin^4\varphi-\omega^2m_3+\frac{G_2}{h_2}+\frac{i\omega\rho_0c_0}{\cos\varphi}}. \tag{11}$$

В области низких частот ($\omega\rho_0c_0\ll G_2/h_2$) излучение пластины на винклеровском основании не имеет дипольного характера и существенно меньше, чем излучение однородной пластины (P_0), так как отношение на оси $x=0$ $\left|\frac{P(R,0)}{P_0(R,0)}\right|=\frac{\omega\rho_0c_0}{G_2/h_2}$. С повышением частоты при выполнении неравенства ($\omega\rho_0c_0\gg G_2/h_2$) упругое основание перестает влиять на излучение пластины.

Пусть сила действует на пластину, соприкасающуюся с вакуумом ($F_1=0$). Если дополнительная пластина отсутствует ($D_3=0$; $m_3=0$), то выражение для давления на оси $x=0$ в области низких частот ($\nu\ll1$) имеет вид

$$P(R,0)=\frac{\rho_0\omega^2}{\sqrt{2\pi k_0y}}\frac{e^{ik_0y}F_2}{-\frac{G_2}{h_2}+\frac{D_1h_2}{G_2}\Delta_1\left(\frac{G_2}{h_2}+i\omega\rho_0c_0\right)}. \tag{12}$$

Из выражения (12) следует, что на «резонансе» при $\Delta_1=0$ ($\omega^2m_1=G_2/h_2$) излучение на оси превосходит таковое для пластины со свойствами, равными свойствам возбуждаемой пластины, и, кроме того, оно определяется массовой характеристикой (m_1) пластины или связанной с ней через равенство $\Delta_1=0$ упругостью слоя. Заметим, что равенство $\Delta_1=0$ на других углах φ вызывает описанную выше ситуацию на других частотах. Это явление отмечалось еще в работах И. И. Клюкина.

Случай равных пластин имеет особенность, заключающуюся в том, что на резонансе пластины с упругим слоем ($m\omega^2=G/h$) излучение так-

же увеличивается по сравнению с одной пластиной и определяется массой пластины m_2 (или G_2 – упругостью слоя). В отличие от случая возбуждения со стороны среды, второго «резонанса» (на упругости половины толщины слоя) нет, а имеющийся ($m\omega^2=G/h$) приводит не к уменьшению излучения, а к его увеличению. Явление объяснимое, если считать, что происходит динамическое усиление силы, возбуждающей излучающую пластину, а величина усиления зависит от свойств «резонансного контура» (массы m_1 и упругости G_2/h_2).

Рассмотрим случай волноводной виброизоляции (возбуждаемая пластина не обладает жесткостью $D_1=0$). Давление в среде описывается выражением:

$$P(R,\varphi)=\frac{\rho_0\omega^2}{\sqrt{2\pi k_0 R}}\times$$

$$\times e^{ik_0R}\frac{F_2}{-\dfrac{G_2k_{\text{и}\,2}}{\sin k_{\text{и}\,2}h_2}+\dfrac{D_3\sin k_{\text{и}\,2}h_2}{G_2k_{\text{и}\,2}}\Delta_3\left(k_0^4\sin\varphi-m_1\omega^2+\dfrac{k_{\text{и}\,2}G_2}{\operatorname{tg}k_{\text{и}\,2}h_2}\right)} \qquad (13)$$

Из формулы (13) следует, что в области низких частот на частоте $\omega=\sqrt{G_2/h_2m_1}$ также имеет место усиление излучения по оси $x=0$, величина которого определяется значениями m_1 и G_2/h_2. На других углах указанное явление имеет место на других частотах.

Обобщая полученные результаты, можно сделать вывод об уменьшении излучения трехслойной пластины в области низких частот по сравнению с эквивалентной в том случае, если возбуждающая сила действует на пластину, контактирующую со средой. Явление волноводной виброизоляции при таком возбуждении уменьшает излучение, но вырождается из эффекта в полосе частот до эффекта на одной частоте.

Существенное уменьшение поля достигается на частоте антивибрационного эффекта присоединенной пластины (разной для различных углов наблюдения). При возбуждении трехслойной пластины со стороны вакуума на определенной частоте имеет место увеличение излучения вследствие динамического увеличения силы, возбуждающей излучающую пластину, значение этой частоты будет различным для разных углов наблюдения.

Полученные значения давления проанализированы в области низких частот, т. е. частот, при которых по высоте упругого слоя не происходит изменения знака перемещений ($\nu<1$), в области более высоких частот излучение имеет сложный резонансный характер и может быть численно определено из формул (3)–(5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гутин Л. Я.* Звуковое поле бесконечной пластинки, возбуждаемой нормальной к ней сосредоточенной силой // Акуст. журн. 1964. Т. 10. № 4. С. 15–19.
2. *Исакович М. А., Кашина В. И., Тютекин В. В.* Экспериментальные исследования виброизоляции изгибных волн, создаваемых импедансными системами // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 3. С. 384–389.
3. *Барабанов В. В., Ляпунов В. Т.* Распространение изгибных волн в двухслойной пластине, граничащей с жидкостью // Акуст. журн. 1978. Т. 24. № 3. С. 435–436.
4. *Ковинская С. И., Никифоров А. С.* О волноводной изоляции изгибных волн // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 6. С. 792–798.
5. *Борисов Л. П.* Излучение звука трехслойной конструкцией. Колебания, излучение и демпфирование упругих структур. М.: Наука, 1973. С. 55–60.

Центральный научно-исследовательский институт им. А. Н. Крылова

Поступила в редакцию 04.12.89

S. I. Kovinskaya, A. S. Niktforov

ON A RADIATION OF PLATES UNDER A DISTRIBUTED SURFACE IMPEDANCE ACTION

A three-layer plate contacting on one side with an acoustic medium and exciting by a linear force acting from the side of the medium or from the opposite side is considered. Three-layer plate vibrations are represented as flexural vibrations of the external plates linked with longitudinal ones of the inner layer. Some limit cases are considered: a symmetrical construction, a plate with an elastic layer a plate on an elastic foundation and at last the case of an absence of a flexural stiffness of one of the plates.

A solution of the problem is obtained with the help of the Fourier transformation and the stationary phase method. A solution analysis for a range of small wave sizes of the inner layer is carried out. It is shown, that frequencies exist, for which a level of the construction radiation decreases, when the force acts from the acoustic medium side, and increases, when the force acts from the opposite side. Values of these frequencies depend on an angle of observation with respect to a direction of the force action. A wide-band effect of a waveguide vibration isolation is shown to degenerate into that one in a narrow frequency band.