УДК 534.2:532.527

Л. М. Лямшев, А. Т. Скворцов

РАССЕЯНИЕ ЗВУКОВЫХ ВОЛН ЛОКАЛИЗОВАННОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Исследование взаимодействия акустических колебаний с неоднородностями магнитного поля является одной из традиционных задач физической акустики, магнитной гидродинамики (МГД) и физики плазмы (см., например, [1–6] и литературу). В плане практических приложений эффекты такого рода представляют интерес для стабилизации нарастающих акустических возмущений в различных МГД устройствах [5, 6] (генераторах, плазмотронах и т. д.) и в связи с созданием средств акустической диагностики турбулентных МГД потоков.

В настоящей работе в борновском приближении рассматривается задача о рассеянии звука на локализованной неоднородности магнитного поля, параметры которой (возмущение магнитного поля) быстро убывают при удалении от неоднородности. На практике магнитные неоднородности такого вида могут формироваться как сторонними источниками магнитного поля, так и локализованными МГД возмущениями, возбуждаемыми в самой рассеивающей среде (вихри, волновые пакеты, солитоны и т. д. (см., например, [7, 8])).

Будем проводить рассмотрение в МГД приближении, полностью пренебрегая диссипативными процессами. Будем также считать, что характерная величина возмущения магнитного поля удовлетворяет условию

$$H^2 \ll \rho_0 c^2, \tag{1}$$

где ρ_0 – невозмущенная плотность среды, c – скорость звука. В этом случае система уравнений магнитной гидродинамики имеет вид [9]

$$\dot{\mathbf{h}} = \operatorname{rot}[\mathbf{v}\times\mathbf{H}], \quad \dot{\rho}+\rho_0 \operatorname{div}\mathbf{v}=0, \quad \rho_0\dot{\mathbf{v}}=-c^2\nabla\rho+\mathbf{f}, \tag{2)-(4}$$

где $\mathbf{H}=\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ – распределение рассеивающего магнитного поля; $\mathbf{h}=\mathbf{h}(\mathbf{r}, t)$ – его возмущение, связанное со звуковой волной (полное магнитное поле есть $\mathbf{H}+\mathbf{h}$, $|\mathbf{h}| \ll |\mathbf{H}|$); $\mathbf{f}=\{f_i\}$; $f_i=\partial\sigma_{ij}/\partial x_j$;

$$\sigma_{ij}=-[H_i h_j + h_i H_j - (\mathbf{Hh})\delta_{ij}]/4\pi - \tag{5}$$

линеаризованный максвелловский тензор. Считаем, что характерное время изменения поля $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ много больше периода звуковой волны, так что в (2)–(4) применимо квазистационарное приближение.

При помощи (2)–(4), (5) можно получить [4]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - c^2\Delta\right)\rho = \frac{\partial^2}{\partial x_i\,\partial x_j}\sigma_{ij}. \tag{6}$$

В силу условия (1) правая часть (6) мала и можно воспользоваться стандартным приемом теории возмущений [10]. Для этого записываем полное звуковое поле в виде суммы $\rho=\rho^{(i)}+\rho^{(s)}$, где $\rho^{(i)}$ отвечает падающей звуковой волне, $\rho^{(s)}$ – рассеянное поле ($\rho^{(s)}\ll\rho^{(i)}$). Выбирая $\rho^{(i)}$ в виде плоской звуковой волны единичной амплитуды: $\rho^{(i)}=\exp[i(\omega_0 t-\mathbf{k}_0\mathbf{r})]$, где $\omega_0=c|\mathbf{k}_0|$ – частота звуковой волны, $\mathbf{k}_0$ – ее волновой вектор, и учитывая, что в этом случае $\mathbf{v}=\mathbf{k}_0\rho^{(i)}c/\rho_0 k_0$, в борновском приближении из (2), (5), (6) получаем [4]

$$\frac{\rho^{(s)}}{\rho^{(i)}} = f(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0)\frac{e^{ik_0R}}{R}, \quad k_0R\gg 1, \tag{7}$$

где

$$f(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = -\frac{1}{4\pi}\frac{\omega_0^2}{c^4} n_i n_j Q_{ij}(\mathbf{q}) -$$

– амплитуда рассеяния; $R=|\mathbf{R}|$; R – радиус-вектор точки наблюдения (начало координат находится внутри магнитной неоднородности); $\mathbf{n}=\mathbf{R}/R$; $\mathbf{n}_0=\mathbf{k}_0/k_0$; $\mathbf{q}=k_0(\mathbf{n}-\mathbf{n}_0)$;

$$Q_{ij}(\mathbf{q}) = Q_{ij}(\mathbf{q}, \mathbf{n}_0) = \int Q_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{n}_0)\, e^{i\mathbf{qr}} d^3\mathbf{r}; \tag{8}$$

$$Q_{ij}(\mathbf{r}, \mathbf{n}_0) = -\frac{1}{4\pi}\left[(\mathbf{n}_0\mathbf{H})(n_{0i}H_j+n_{0j}H_i-(\mathbf{n}_0\mathbf{H})\delta_{ij})+4\pi\left(2+i\frac{\mathbf{n}_0\nabla}{k_0}\right)\sigma_{ij}^{(0)}\right]; \tag{9}$$

$\sigma_{ij}^{(0)} = -(H_iH_j-H^2\sigma_{ij}/2)/4\pi$ – «невозмущенный» максвелловский тензор.

Из формул (7)–(9) видно, что рассеяние звуковых волн магнитной неоднородностью определяется как величиной самого магнитного поля, так и величиной его пространственных производных (последнее слагаемое в (9)).

Эффективность рассеяния в рассматриваемом случае удобно характеризовать при помощи сечения $\sigma=\int|f|^2dO$, где dO – элемент телесного угла, f – амплитуда рассеяния (7).

Пусть неоднородность магнитного поля имеет характерный пространственный масштаб $\sim a$. Воспользовавшись формулами (7)–(9) и учитывая известные особенности рассеяния в пределе длинных и коротких волн [10] (см. также [11]), можно получить следующую оценку для сечения рассеяния:

$$\sigma\approx a^2(\omega_0 a/c)^2(H^2/\rho c^2)^2. \tag{10}$$

В силу условия (1) сечение рассеяния магнитной неоднородностью всегда меньше ее геометрического сечения.

Можно показать (аналогично тому, как это было сделано в [10]), что область применимости всего борновского приближения и, следовательно, оценки (10) состоит в выполнении неравенства $\omega\ll\omega_*$, где $\omega_*=(\rho c^2/H^2)c/a$.

Применим полученные результаты к задаче о рассеянии звука локализованным МГД вихрем. В этом случае кроме рассеяния на неоднородности магнитного поля, порождаемой вихрем, будет происходить и рассеяние на гидродинамическом поле скорости вихря. Последний эффект хорошо известен и неоднократно исследовался (см., например, [11]). В частности, было получено, что сечение рассеяния в этом случае допускает оценку [11]

$$\sigma\approx a^2(\omega_0 a/c)^2(V/c)^2, \tag{11}$$

где a – характерный размер вихря, V – характерная скорость в нем ($V\ll c$). Из сравнения (10) и (11) получаем, что при выполнении условия

$$H<\sqrt{\rho cV} \tag{12}$$

рассеяние в основном происходит на гидродинамическом поле вихря, а при выполнении противоположного неравенства более интенсивно рассеивает звук порождаемая вихрем неоднородность магнитного поля.

В типичной для турбулентных МГД потоков ситуации имеет место равнораспределение магнитной и кинетической энергии, при котором [9] $H^2/8\pi\sim\rho V^2/2$ или $V\sim H/\sqrt{4\pi\rho}=V_A$, где V_A – альфеновская скорость. В этом случае возмущения магнитного поля удовлетворяют неравенству (12) и звуковые волны наиболее интенсивно рассеиваются на гидродинамических возмущениях скорости потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дж. Алерс.* Измерение очень малых изменений скорости звука и их применение для изучения твердого тела // Физическая акустика. Т. IVA/Под ред. Мэзона У. М.: Мир, 1969. С. 322–344.
2. *Вайнштейн С. И., Зельдович Я. Б., Рузмайкин А. А.* Турбулентное динамо в астрофизике. М.: Наука, 1989.
3. *Campos L. M. B. C.* On the generation and radiation of magneto-acoustic waves // J. Fluid Mech. 1977. V. 81. № 3. P. 529–549.
4. *Лямшев Л. М., Скворцов А. Т.* Рассеяние звуковых волн локализованным возмущением магнитного поля // Всесоюз. науч. сем. «Взаимодействие акустических волн с плазмой». Ереван: АН АрмССР, 1989. С. 11–13.
5. *Руткевич И. М.* Усиление звуковых волн и акустическая неустойчивость в движущейся неоднородной плазме // Там же. С. 69–74.
6. *Руткевич И. М., Токарь П. М.* Роль отсечки двумерных акустических волн в возникновении неустойчивости звуковых МГД-течений // МЖГ. 1988. № 2. С. 26–37.
7. *Петвиашвили В. И., Похотелов О. А.* Уединенные вихри в плазме // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 9. С. 1127–1144.
8. *Silaev I. I., Skvortsov A. T.* Solitary toroidal vortex in magnetic hydrodynamics // IV International Workshop on Nonlinear and Turbulent Processes in Physics/Ed. Sitenko A. G., Zakharov V. E., Chernousenko V. M. Kiev: Naukova Dumka, 1989. V. 1. P. 418–420.
9. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982, 620 с.
10. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1974. 750 с.
11. *Лямшев Л. М., Скворцов А. Т.* Рассеяние звука вихревым солитоном в осесимметричном потоке со сдвигом скорости // Акуст. журн. 1989. Т. 35. С. 477–481.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева
Академии наук СССР

Поступило в редакцию
30.11.89