

где $\dot{q}_{iu\phi}^n$ — скорость колебаний, возбуждаемых вспомогательным источником (взаимный эксперимент) в точках приложения сил $Q_{i\infty}^n$ (точки контакта амортизаторов с фундаментом k -й машины); V_u — объемная колебательная скорость, возбуждаемая вспомогательным источником в точке среды, где определяется p^k .

В случае, если исследователь определяет вклад отдельной машины в общую вибрацию установки, значение наводимой k -й машиной вибрации \dot{q}^k может быть определено по формуле

$$\dot{q}^k = \frac{\sum_n \sum_i \dot{q}_i^n Z_{ia}^n \text{ пер } \dot{q}_{iu\phi}^n}{Q_u},$$

где Q_u — сила, развиваемая вспомогательным источником в точке установки, в которой определяется вклад k -й машины; $\dot{q}_{iu\phi}^n$ — вибрация, возбуждаемая силой Q_u в местах крепления амортизаторов k -й машины к фундаментальным или рамным конструкциям.

Приведенные выражения написаны для случая гармонических колебаний. Вклад отдельного механизма в общее звуковое или вибрационное поле можно определить и в полосе частот. Например, взаимный спектр вибрации установки в полосе частот $\Delta\omega$, обусловленный работой k -й машины, равен

$$s_{\dot{q}^k \dot{q}^k} = \frac{s_{Q^k Q^k} s_{\dot{q}_{u\phi}^k \dot{q}_{u\phi}^k} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^m \text{Re} (s_{\dot{q}_{u\phi}^k \dot{q}_{u\phi}^n} s_{Q^n Q^k})}{s_{Q_u Q_u}}.$$

При вычислении $s_{Q^k Q^k}$ и $s_{Q^n Q^k}$ силы Q^n и Q^k определяются по формуле (1) с использованием $Z_{ia}^n \text{ пер} (\Delta\omega)$, определенных экспериментально как комплексные коэффициенты в полосе частот прозрачности анализирующего фильтра по формуле

$$Z_{ia}^n (\Delta\omega) = \frac{Q_{\text{эф}} (\Delta\omega)}{\dot{q}_{\text{эф}} (\Delta\omega)} [\text{Re } \gamma_{Q\dot{q}} (\Delta\omega) + j \text{Im } \gamma_{Q\dot{q}} (\Delta\omega)]$$

при возбуждении шумом в полосе частот, где $\gamma_{Q\dot{q}}$ — функция когерентности между силой на выходе и скоростью вибрации на входе амортизатора при его искусственном возбуждении в полосе частот. Значения коэффициентов потерь резинометаллических и резинокордных амортизаторов находятся в пределах 0,1—0,3. Поэтому, как показано в [1], можно выполнять расчеты колебаний конструкций с амортизаторами с погрешностью не более 10%, используя значения сопротивлений $Z (\Delta\omega)$, определенных в относительной полосе прозрачности фильтра не более 10%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попков В. И. Виброакустическая диагностика и снижение виброактивности судовых механизмов. Л.: Судостроение, 1974, С. 222.

Поступило в редакцию
02.03.88

УДК 534.2 : 532

© 1990 г.

А. Г. Ромакин, В. В. Титаренко

О ЗАТУХАНИИ ПИЛООБРАЗНОЙ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ В ТРУБЕ I

Ниже предложен метод расчета процесса затухания пилообразной волны давления в трубе, основанный на применении аппроксимаций Паде.

В [1] с помощью аппроксимаций Паде рассчитан более точно, чем в обычно используемом приближении слабых ударных волн (см. библиографические ссылки в [1], а также работы [2—7]), процесс распространения плоских пилообразных волн давления в неограниченном пространстве. Однако для ряда приложений представляют интерес закономерности распространения пилообразных волн давления в трубах. Влияние стенок трубы рассмотрено в [4]. Исследовано также уравнение для коэффициента затухания $d(1/\delta)/d(x/\lambda)$, которое можно записать в виде

$$\frac{d(1/\delta)}{d(x/\lambda)} = \frac{6\gamma}{R\delta^3} \Delta S + \frac{3}{2} \alpha \lambda \left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{2} \right). \quad (1)$$

δ	$\Delta S/c_V$	$(\gamma^2-1)\delta^3/(12\gamma^2)$	[1/1]	[2/2]
0,01	$0,40 \cdot 10^{-7}$	1,505	0,000	0,000
0,1	$0,35 \cdot 10^{-4}$	15,53	0,015	0,000
0,5	$0,27 \cdot 10^{-2}$	88,25	1,362	0,003
1,0	$0,13 \cdot 10^{-1}$	203,8	8,060	0,047

Здесь $\delta = (p_2 - p_1)/p_1$; p_2, p_1 — пики давления пилообразной волны; x — расстояние, пройденное волной; λ — длина волны; γ — показатель адиабаты; R — универсальная газовая постоянная; ΔS — приращение энтропии. Второе слагаемое в уравнении (1) определяет в акустическом приближении скорость диссипации энергии волны на стенках трубы, коэффициент α в нем имеет вид [4]

$$\alpha = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{(\text{Pr})^{1/2}} \right) \left(\frac{\omega \nu}{2a^2} \right)^{1/2},$$

где r — радиус трубы, ω — частота, ν — кинематическая вязкость газа, Pr — число Прандтля газа, a — скорость звука в газе.

В приближении слабых ударных волн приращение энтропии ΔS заменяется первым слагаемым разложения ΔS в ряд Тейлора по степеням малого параметра δ . Тогда вместо уравнения (1) получим [4]

$$\frac{d(1/\delta)}{d(x/\lambda)} = \frac{\gamma + 1}{2\gamma} + \frac{3}{2} \alpha \lambda \left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{2} \right). \quad (2)$$

Аналитическое решение уравнения (2) с начальным условием $\delta = 0,04$ при $x = 0$ изображено на рисунке (кривая 1). При $\delta > 0,1$ наблюдается отличие решения от экспериментальных данных ([2], кружки), увеличивающееся с ростом δ . Этот факт объясняется в [4] большой погрешностью в аппроксимации ΔS .

Учтем более точно приращение энтропии. Для этого преобразуем асимптотическое разложение ΔS при $\delta \rightarrow 0$, используя аппроксимации Паде (см. [8]). Расчеты, приведенные в таблице, показывают, что даже наиболее простая аппроксимация Паде порядка [1/1] с высокой точностью приближает $\Delta S/c_V$. Во втором столбце таблицы дано точное значение $\Delta S/c_V$, в следующих — относительная ошибка в процентах, допускаемая при определении $\Delta S/c_V$ с помощью соответственно приближения слабых ударных волн, аппроксимаций Паде порядка [1/1] и [2/2] (c_V — удельная теплоемкость при постоянном объеме).

Заменяя в уравнении (1) ΔS ее аппроксимацией Паде порядка [1/1], получим

$$\frac{d(1/\delta)}{d(x/\lambda)} = \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \frac{10\gamma^2 - (4\gamma^2 - 1)\delta}{10\gamma^2 + (11\gamma^2 + 1)\delta} + \frac{3}{2} \alpha \lambda \left(\frac{1}{\delta} + \frac{1}{2} \right). \quad (3)$$

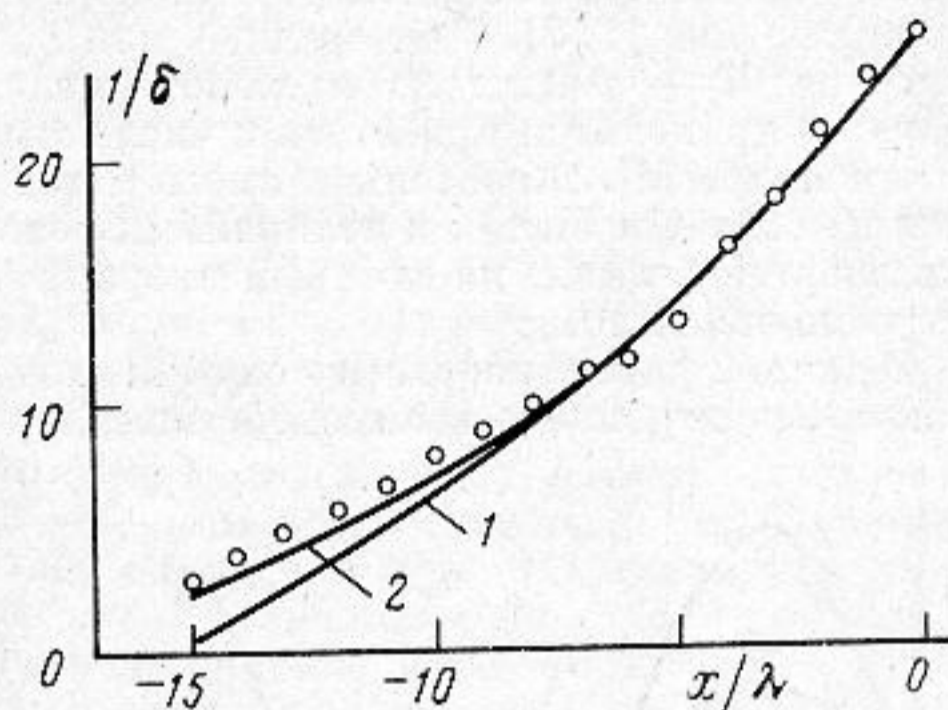
Интегрирование уравнения (3) при тех же начальных условиях показывает, что его решение (кривая 2) имеет более широкую область применимости, чем решение уравнения (2), и практически совпадает с численным решением «точного» уравнения (1). Расчеты проводились для $\gamma = 1,4$ и значения $\alpha \lambda = 0,046$, что соответствует взятым в эксперименте [2] исходным данным: $r = 0,955$ см, $\omega/(2\pi) = 540$ Гц, $\nu = 0,15$ см²/с, $\lambda = 63$ см, $\text{Pr} = 0,72$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ромакин А. Г., Тутаренко В. В. Об улучшении приближения слабых ударных волн // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 2. С. 303—305.
2. Medwin H. Attenuation of guided, repeated shock wave in gases // J. Acoust. Soc. Amer. 1964. V. 36. № 5. P. 870—877.
3. Temkin S. Propagating and standing sawtooth waves // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 45. № 1. P. 224—227.
4. Temkin S. Attenuation of guided, weak sawtooth waves // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 46. № 1. Pt 2. P. 267—271.
5. Nakamura A., Takeuchi R. Propagation of finite amplitude sound pulses in air through a circular pipe // Acustica. 1969/70. V. 22. P. 88—95.
6. Nakamura A. Comparison of energy dissipation between N and repeated sawtooth waves with finite amplitude // J. Acoust. Soc. Japan. (E). 1983. V. 4. P. 1—4.
7. Temkin S., Maxham D. Nonlinear lengthening of a triangular pulses // Phys. Fluids. 1985. V. 28. № 10. P. 3013—3017.
8. Бейкер Дж., мл., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде. М.: Мир, 1986. 502 с.

Саратовский политехнический институт

Поступило в редакцию
05.11.88



Затухание пилообразной волны в трубе: 1 — приближение слабых ударных волн (2) уравнения (1); 2 — численное решение и аппроксимация Паде [1/1] уравнения (1); светлые точки — эксперимент [2]