АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXV 1989 Вып. 5

УДК 534.26

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОЛЗУЩИХ ВОЛН ВОКРУГ СТАТИСТИЧЕСКИ НЕРОВНОЙ СФЕРЫ

Лысанов Ю. П., Попов Ю. Ю.

Рассмотрено влияние малых случайных неровностей на распространение ползущих волн вокруг сферической поверхности. В предельных случаях крупномасштабных и мелкомасштабных неровностей найдены простые аналитические выражения для амплитуд и волновых чисел ползущих волн. Обсуждаются эффекты резонансного усиления и фокусировки поверхностных ползущих волн.

Для различных приложений гидроакустики и радиофизики [1—4] важно учесть влияние малых случайных неровностей поверхностей тел больших волновых размеров на рассеянное поле. В высокочастотной области рассеянное поле согласно геометрической теории дифракции можно представить в виде суммы геометрооптической и дифракционной составляющих, причем последняя интерпретируется как суперпозиция ползущих волн, огибающих препятствие. Отдельные попытки определения поля ползущих волн, распространяющихся вокруг неровных выпуклых тел [1—3], представляются неудовлетворительными. Эти работы выполнены в рамках метода последовательных приближений, который, во-первых, не дает возможности определить влияние неровностей на комплексные волновые числа ползущих волн, во-вторых, не описывает новый тип ползущих волн, распространяющихся исключительно из-за наличия неровностей и не возбуждающихся на гладкой сфере.

В настоящей работе для определения поля ползущих волн, распространяющихся вокруг сферы, покрытой малыми случайными неровностями, применяется другая модификация теории возмущений — метод нелокального граничного условия, лишенный указанных недостатков. Этот метод ранее применялся при исследовании влияния неровностей на распространение ползущих волн вокруг статистически неровной цилиндрической поверхности [5]. Использование этого метода в задаче рассеяния звука на сфере позволяет обнаружить качественно новый эффект — значительное усиление поля поверхностной ползущей волны. В задаче рассеяния звука на бесконечном цилиндре [5] этот эффект отсутствует.

Рассмотрим задачу дифракции плоской волны $p_i = \exp(-ikr\cos\theta)$ (временной множитель $\exp(-i\omega t)$ будем всюду опускать) на неровной сфере, поверхность которой в сферических координатах $\{r, \theta, \varphi\}$ описывается уравнением $r = a + \zeta(\theta, \varphi)$, где a — радиус средней (подстилающей) поверхности, ζ — случайная функция с нулевым средним значением, k — волновое число. В области $r > a + \zeta(\theta, \varphi)$ полное поле $p^{(j)}$ ($j = 1$ относится к мягкой, $j = 2$ — к жесткой поверхности) удовлетворяет уравнению Гельмгольца, а на поверхности неровной сферы — граничным условиям Дирихле $p^{(1)} = 0$ или Неймана $dp^{(2)}/dn = 0$, где d/dn — производная по нормали к поверхности. Будем искать среднее поле (усредненное по реализациям неровной поверхности) в предположении малости ($|\mathbf{k}\zeta| \ll 1$) и пологости ($|\nabla\zeta| \sim |k\zeta|$) неровностей, что дает возможность применять теорию возмущений [6].

Перенесем граничные условия на поверхность гладкой сферы путем разложения в ряд Тэйлора по малому параметру $k\zeta$, удерживая первые три члена разложения. Проведя статистическое усреднение и используя формулу Грина, несложно получить нелокальные граничные условия для среднего поля $\langle p^{(j)}(r, \theta, \varphi)\rangle$ (угловыми скобками обозначено усреднение по ансамблю реализаций ζ) на поверхности $r = a$. В предположении

о статистической однородности поверхности (при этом коэффициент корреляции $N_1 = \langle \zeta(\theta, \varphi)\, \zeta(\theta', \varphi')\rangle \sigma^{-2}$ зависит лишь от угла ψ между лучами, проведенными из центра сферы через точки $\{a, \theta, \varphi\}$ и $\{a, \theta', \varphi'\}$, $\sigma^2 \equiv \langle \zeta^2 \rangle$) нелокальные граничные условия на поверхности $r = a$ имеют вид

$$\langle p^{(1)}(r, \theta, \varphi)\rangle + \frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} \langle p^{(1)}(r, \theta, \varphi)\rangle =$$

$$= a^2\sigma^2 \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} N_1(\theta, \varphi, \theta', \varphi') \frac{\partial \langle p^{(1)}(r_1, \theta', \varphi')\rangle}{\partial r_1} \times$$

$$\times \frac{\partial^2 G_1(r, \theta, \varphi, r_1, \theta', \varphi')}{\partial r \partial r_1}\bigg|_{r_1=a} \sin\theta'\, d\varphi'\, d\theta',$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\sigma^2}{2}\frac{\partial^3}{\partial r^3}\right) \langle p^{(2)}(r, \theta, \varphi)\rangle = \sigma^2 a^2 \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \Bigg\{ -\frac{\partial^2 G_2(r, \theta, \varphi, a, \theta', \varphi')}{\partial r^2} \times$$

$$\times \left[N_1(\psi) \frac{\partial^2}{\partial r_1^2} \frac{1}{a^2} \frac{\partial N_1(\psi)}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial \theta'} \frac{\partial}{\partial \theta'} \right] + \frac{1}{a^2} \frac{\partial G_2(r, \theta, \varphi, a, \theta', \varphi')}{\partial \psi} \frac{\partial N_1}{\partial \psi} \frac{\partial^2}{\partial r_1^2} -$$

$$- \frac{1}{a^4} \frac{\partial G_2(r, \theta, \varphi, a, \theta', \varphi')}{\partial \psi} \frac{\partial^2 N_1(\psi)}{\partial \psi^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta'} \frac{\partial}{\partial \theta'} \Bigg\} \times$$

$$\times \langle p^{(2)}(r_1, \theta', \varphi')\rangle\,|_{r_1=a} \sin\theta'\, d\varphi'\, d\theta', \tag{1}$$

где $G_j(r, \theta, \varphi, r_1, \theta', \varphi')$ — функция Грина невозмущенной задачи. На основе уравнения (1) с учетом вида падающей волны находим

$$\langle p^{(j)}\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \exp(-i\pi n/2)\, P_n(\cos\theta)\, [j_n(kr) - A_n^{(j)} h_n^{(1)}(kr)], \tag{2}$$

где

$$A_n^{(j)} = \widehat{M}_n^{(j)} j_n(x) / \widehat{M}_n^{(j)} h_n^{(1)}(x),$$

$$\widehat{M}_n^{(1)} = 1 + \frac{k^2\sigma^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - k^2\sigma^2 C_n^{(1)} \frac{\partial}{\partial x},$$

$$\widehat{M}_n^{(2)} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{k^2\sigma^2}{2} \frac{\partial^3}{\partial x^3} - \frac{k^2\sigma^2}{2} \left(C_n^{(2)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{x^2} C_n^{(3)} \right),$$

$$C_n^{(1)} = \frac{1}{2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \frac{h_l^{(1)\prime}(x)}{h_l^{(1)}(x)} \int_0^{\pi} N_1(\theta) P_l(\cos\theta)\, P_n(\cos\theta) \sin\theta\, d\theta.$$

$$C_n^{(2)} = \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) \int_0^{\pi} \left[\frac{h_m^{(1)\prime\prime}(x)}{h_m^{(1)\prime}(x)} P_m(\cos\theta)\, N_1(\theta) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{x^2} \frac{h_m^{(1)}(x)}{h_m^{(1)\prime}(x)} P_m^1(\cos\theta)\, N_1'(\theta) \right] P_n(\cos\theta) \sin\theta\, d\theta, \tag{3}$$

$$C_n^{(3)} = \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) \int_0^{\pi} \left[\frac{h_m^{(1)\prime\prime}(x)}{h_m^{(1)\prime}(x)} P_m(\cos\theta)\, N_1'(\theta) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{x^2} \frac{h_m^{(1)}(x)}{h_m^{(1)\prime}(x)} P_m^1(\cos\theta)\, N_1''(\theta) \right] P_n^1(\cos\theta) \sin\theta\, d\theta,$$

$h_m^{(1)}$ — функция Ханкеля первого рода, P_n^m — полиномы Лежандра, $x \equiv ka$.

Полученное решение в виде ряда (2) описывает среднее поле при произвольных радиусах подстилающей поверхности. Однако поскольку этот ряд медленно сходится при больших волновых размерах сферы, когда $x \gg 1$, преобразуем его по методу Зоммерфельда—Ватсона [7] к интегральному виду

$$\langle p\rangle = p_{\text{г}} + p_{\text{д}}, \tag{4}$$

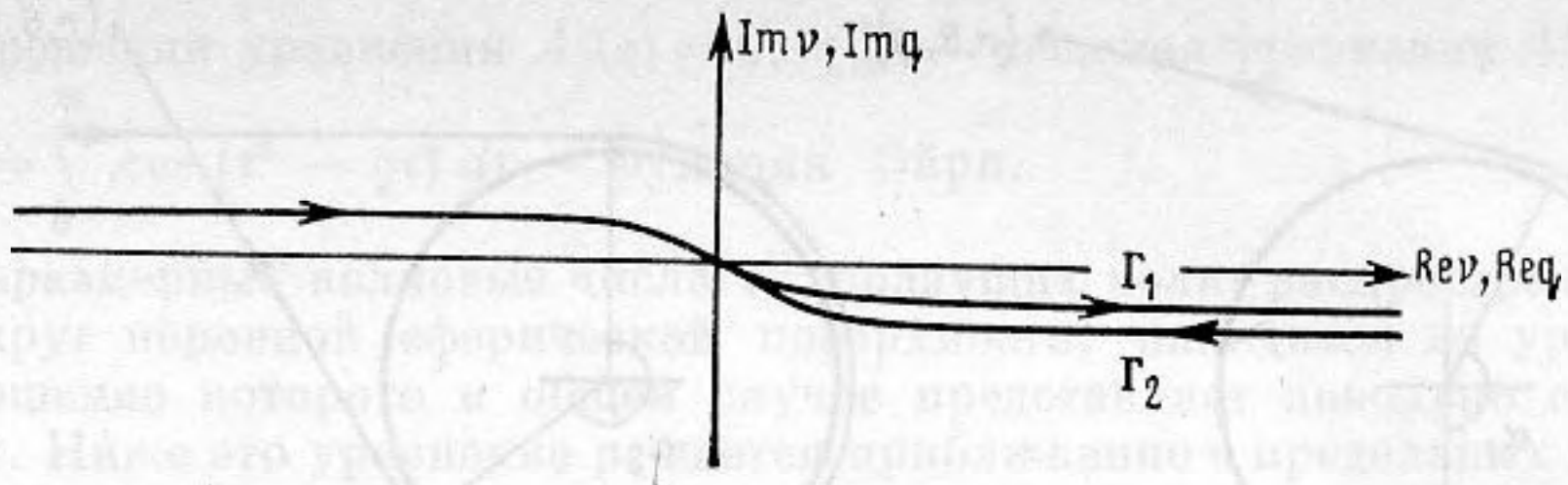

Рис. 1. Контуры интегрирования в комплексных плоскостях ν, q

где в зоне геометрической тени $p_г = 0$,

$$p_\partial^{(j)} = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2} \int\limits_{\Gamma_1} \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}\nu}}{\cos \pi\nu} \nu P_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos\theta) \frac{D^{(j)}_{\nu-\frac{1}{2}}(x, kr)}{\widehat{M}^{(j)}_{\nu-\frac{1}{2}} h^{(j)}_{\nu-\frac{1}{2}}(x)} d\nu, \tag{5}$$

в освещенной области

$$p_г^{(j)} = e^{-i\frac{\pi}{4}} \int\limits_{\Gamma_1} e^{i\frac{\pi}{2}\nu} \nu Q^{(1)}_{\nu-\frac{1}{2}}(-\cos\theta) \frac{D^{(j)}_{\nu-\frac{1}{2}}(x, kr)}{\widehat{M}^{(j)}_{\nu-\frac{1}{2}} h^{(1)}_{\nu-\frac{1}{2}}(x)} d\nu, \tag{6}$$

$$p_\partial^{(j)} = -\frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{2} \int\limits_{\Gamma_1} \frac{e^{i\frac{\pi}{2}\nu}}{\cos \pi\nu} \nu P_{\nu-\frac{1}{2}}(\cos\theta) \frac{D^{(j)}_{\nu-\frac{1}{2}}(x, kr)}{\widehat{M}^{(j)}_{\nu-\frac{1}{2}} h^{(1)}_{\nu-\frac{1}{2}}(x)} d\nu, \tag{7}$$

где $\quad D^{(j)}_\nu(x, z) = \widehat{M}^{(j)}_\nu [h^{(2)}_\nu(z) h^{(1)}_\nu(x) - h^{(1)}_\nu(z) h^{(2)}_\nu(x)]$,

$$Q^{(1)}_\nu(z) = P_\nu(z)/2 + iQ_\nu(z)/\pi,$$

$Q_\nu(z)$—функция Лежандра второго рода, контур интегрирования Γ_1 показан на рис. 1. Слагаемое $p_г$ из (4), определяемое выражением (6), описывает геометрооптическое поле, анализ которого выходит за рамки настоящей работы. Интегралы (5), (7), описывающие дифракционное поле p_∂, представим в виде ряда по вычетам

$$p_\partial^{(j)} = \sum_{s=1}^{\infty} p_s^{(j)}, \tag{8}$$

причем положение полюсов подынтегральных выражений (5), (7) определяется из уравнения для безразмерных волновых чисел $\nu_s^{(j)}$:

$$\widehat{M}^{(j)}_\nu h^{(1)}_\nu(x) = 0. \tag{9}$$

Каждый член ряда в правой части (8) описывает ползущую волну. При выполнении условий $x \gg 1$, $kr - x \gg x^{1/3}$ с использованием аппроксимации Дебая для функций Ханкеля и асимптотических представлений для функции Лежандра [8] можно получить простые приближенные выражения для слагаемых p_s. При $0 < \varepsilon \leqslant \theta \leqslant \pi - \varepsilon$, $|\nu_s^{(j)}| \varepsilon \gg 1$ (в этом случае точка наблюдения лежит вдали от полупрямых $\theta = 0$ и $\theta = \pi$) в освещенной области

$$p_s^{(j)} = \frac{f(kr, x)}{\sqrt{\sin\theta}} W_s^{(j)} \frac{e^{i(\nu\alpha_2 - \pi/4)} + e^{i(\nu\alpha_1 + \pi/4)}}{1 + e^{2i\pi\nu}} \Bigg|_{\nu=\nu_s^{(j)}}, \tag{10}$$

а в зоне тени

$$p_s^{(j)} = i \frac{f(kr, x)}{\sqrt{\sin\theta}} W_s^{(j)} \frac{e^{i(\nu\alpha_1 - \pi/4)} + e^{i(\nu\alpha_2 + \pi/4)}}{1 + e^{2i\pi\nu}} \Bigg|_{\nu=\nu_s^{(j)}}, \tag{11}$$

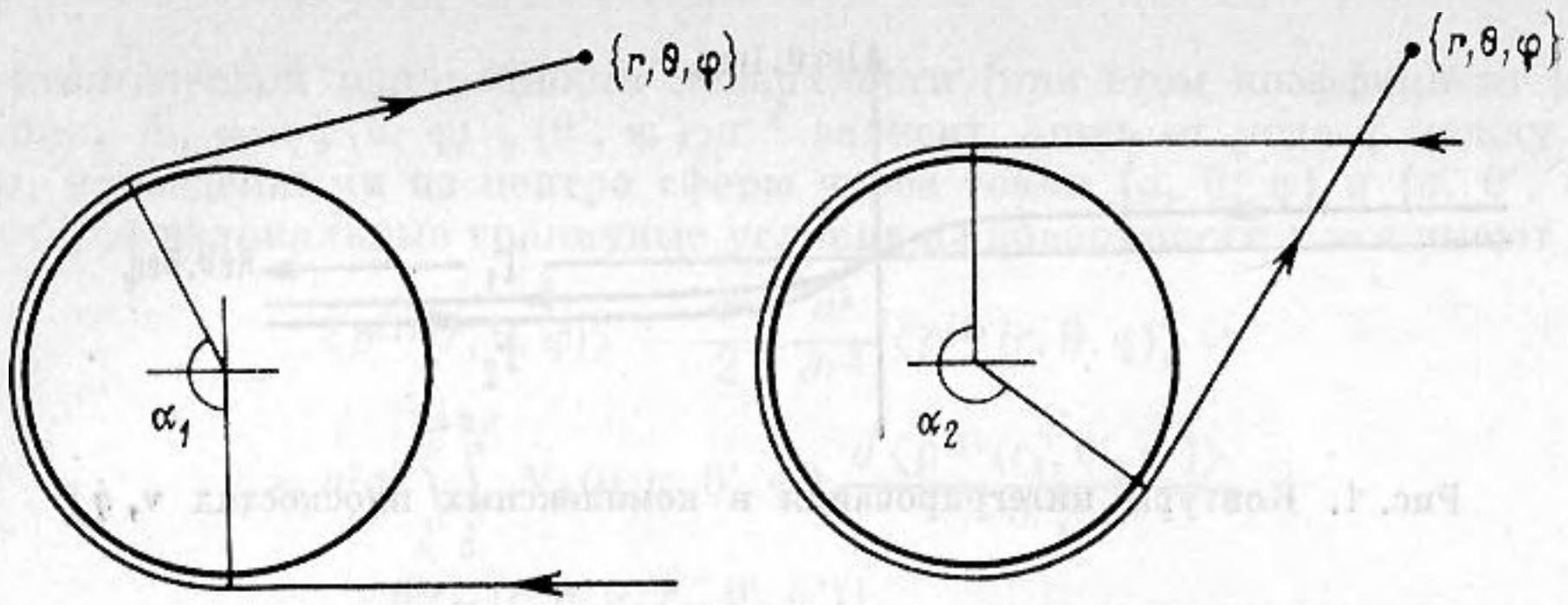

Рис. 2. Два возможных пути распространения ползущих волн

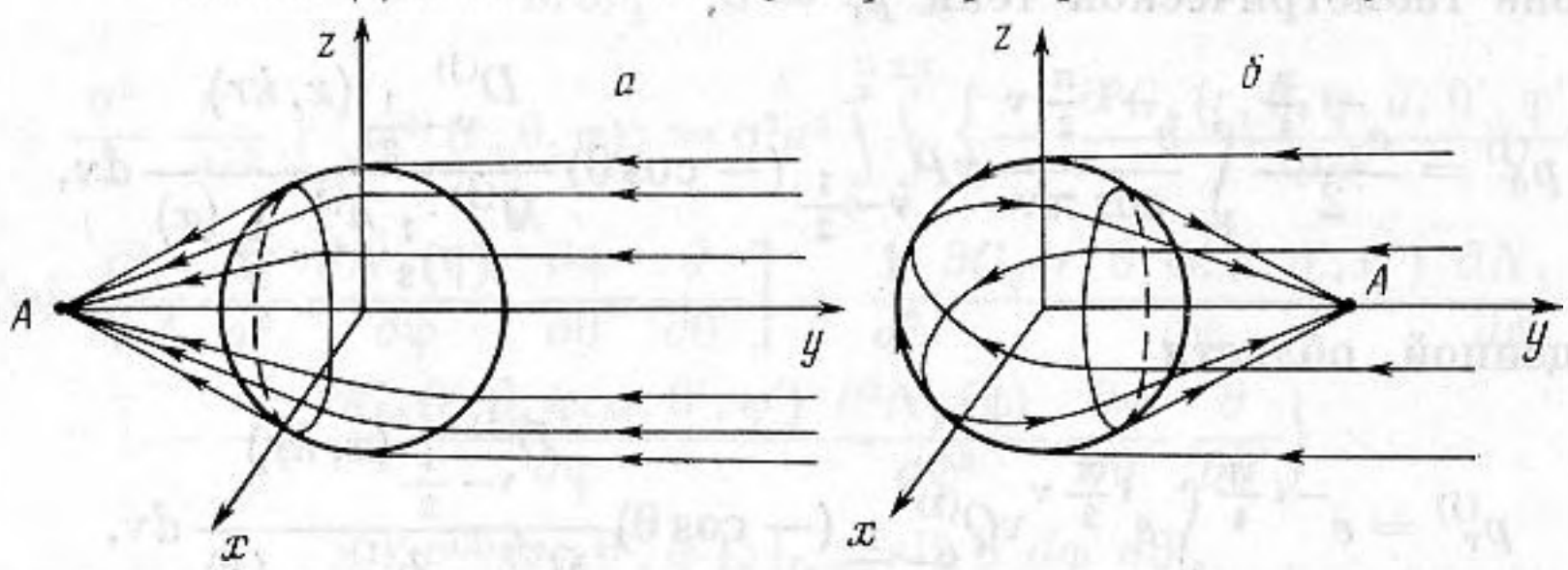

Рис. 3. Фокусировка ползущих волн: *а* — в зоне геометрической тени, *б* — в освещенной области

где

$$f(kr, x) = \frac{x^{5/6} e^{i\sqrt{k^2r^2-x^2} - \frac{2}{3} i\pi}}{\sqrt{2kr}\,(k^2r^2 - x^2)^{1/4}}, \tag{12}$$

α_1 и α_2 — угловые длины дуг, которые огибают ползущие волны при распространении по и против часовой стрелки (см. рис. 2), $\nu_s^{(j)}$ — корни уравнения (9), $W_s^{(j)}$ — амплитуды ползущих волн:

$$W_s^{(j)} = 2\sqrt{\pi}\,\frac{e^{-i\frac{5}{6}\pi}}{x^{1/3}}\,\frac{\widehat{M}^{(j)}_{\nu-\frac{1}{2}}\,h^{(2)}_{\nu-\frac{1}{2}}(x)}{\widehat{M}^{(j)}_{\nu-\frac{1}{2}}\,h^{(1)}_{\nu-\frac{1}{2}}(x)}\Bigg|_{\nu=\nu_s^{(j)}}. \tag{13}$$

При $|\nu_s^{(j)}| \gg 1$ $|\nu_s^{(j)}|\,\varepsilon \leqslant 1$, $0 \leqslant \theta \leqslant \varepsilon$ или $0 \leqslant \pi - \theta \leqslant \varepsilon$ (в этом случае точка наблюдения лежит вблизи полупрямых $\theta = 0$ или $\theta = \pi$ соответственно) в освещенной области

$$p_s^{(j)} = \sqrt{2\pi}\,f(kr, x)\sqrt{x}\,\frac{W_s^{(j)}}{1 + e^{2i\pi\nu}}\,e^{i\nu\left(\frac{3}{2}\pi - \arccos\frac{a}{r}\right)} J_0(\nu\theta)\big|_{\nu=\nu_s^{(j)}}, \tag{14}$$

а в зоне тени

$$p_s^{(j)} = i\sqrt{2\pi}\,f(kr, x)\sqrt{x}\,\frac{W_s^{(j)}}{1 + e^{2i\pi\nu}}\,e^{i\nu\left(\frac{\pi}{2} - \arccos\frac{a}{r}\right)} J_0(\nu(\pi - \theta))\big|_{\nu=\nu_s^{(j)}}. \tag{15}$$

Формулы (14), (15) описывают эффект фокусировки ползущих волн на полупрямых $\theta = 0$ и $\theta = \pi$, который обусловлен тем, что на этих лучах сходятся ползущие волны из всех точек «светящейся» окружности (см. рис. 3) [7], а не из двух точек, как в случае, когда точка наблюдения не лежит на этих лучах.

В отсутствие неровностей (абсолютно отражающая гладкая сфера) дифракционное поле также дается выражениями (8), (10)—(15), где волновые числа $\nu_s^{(j)} = \nu_{s0}^{(j)}$, амплитуды ползущих волн $W_s^{(j)} = W_{s0}^{(j)}$,

$$\nu_{s0}^{(j)} = x + (x/6)^{1/3} q_{s0}^{(j)} \exp(i\,\pi/3),$$

$$W_{s0}^{(1)} = \frac{\pi^{3/2} 3^{-1} 6^{-1/3}}{[A'(q_{s0}^{(1)})]^2}, \quad W_{s0}^{(2)} = \frac{\pi^{3/2} 6^{-1/3}}{q_{s0}^{(2)}\,[A(q_{s0}^{(2)})]^2}, \tag{16}$$

$q_{s0}^{(1)}$ — решения уравнения $A(q)=0$, $q_{s0}^{(2)}$ — решения уравнения $A'(q)=0$, $A(q)=\int\limits_0^\infty \cos(\tau^3-q\tau)\,d\tau$ — функция Эйри.

Безразмерные волновые числа $\nu_s^{(j)}$ ползущих волн, распространяющихся вокруг неровной сферической поверхности, находятся из уравнения (9), решение которого в общем случае представляет довольно сложную задачу. Ниже это уравнение решается приближенно в предельных случаях крупномасштабных и мелкомасштабных неровностей.

Для крупномасштабных неровностей, если выполнено неравенство $l/a \gg \pi$, в выражениях (3) можно выполнить интегрирование по переменной θ, используя медленность изменения функции $N_1(\theta)$. После несложных преобразований можно показать, что уравнение (9) с точностью до членов первого порядка малости по $k\sigma$ эквивалентно уравнению $h_\nu^{(1)}(x \pm k\sigma)=0$ — для мягкой и $h_\nu^{(1)\prime}(x \pm k\sigma)=0$ — для жесткой поверхностей. Тогда волновые числа определяются выражением $\nu_s^{(j)}=\nu_{s0}^{(j)} \pm k\sigma$, а амплитуды — $W_s^{(j)}=W_{s0}^{(j)}/2$. Таким образом, крупномасштабные неровности на сферической поверхности, как и в случае цилиндрической поверхности [5], приводят к расщеплению каждой ползущей волны на две волны, распространяющиеся с близкими фазовыми скоростями.

Для анализа обратного предельного случая мелкомасштабных неровностей ($kl \ll 1$) удобно представить ряды, входящие в выражения (3), в виде интегралов по методу Зоммерфельда—Ватсона. В результате преобразований для коэффициентов $C_\nu^{(j)}$ получаем выражения

$$C_{\nu-\frac{1}{2}}^{(1)}=i\frac{x}{kl}\int\limits_{\Gamma_2}\int\limits_0^\infty \frac{h_\mu^{(1)\prime}(x)}{h_\mu^{(1)}(x)}N(y)\,P_\mu(\cos yl/a)\,F_1(q,y)\,dy\,dq,$$

$$C_{\nu-\frac{1}{2}}^{(2)}=\frac{2ix}{kl}\int\limits_{\Gamma_2}\int\limits_0^\infty\left[R_1(\mu,y)\,N(y)-\frac{N'(y)}{xkl}R_2(\mu,y)\right]F_1(q,y)\,dy\,dq,$$

$$C_{\nu-\frac{1}{2}}^{(3)}=\frac{2ix^2}{(kl)^2}\int\limits_{\Gamma_2}\int\limits_0^\infty\left[R_1(\mu,y)\,N'(y)-\frac{N''(y)}{xkl}R_2(\mu,y)\right]F_2(q,y)\,dy\,dq,$$

где $N(y)=N_1(yl/a)$, l — радиус корреляции неровностей, $\mu=qa/l-{}^1/_2$, $F_j(q,y)=q\,\mathrm{tg}\,(\pi qa/l)\cdot P_{\nu-\frac{1}{2}}^{j}(\cos yl/a)$,

$$R_1(\mu,y)=\frac{h_\mu^{(1)\prime\prime}(x)}{h_\mu^{(1)\prime}(x)}P_\mu(\cos yl/a),\quad R_2(\mu,y)=\frac{h_\mu^{(1)}(x)}{h_\mu^{(1)\prime}(x)}P_\mu^1(\cos yl/a);$$

интегрирование по q проводится по контуру Γ_2 (рис. 1). Пользуясь асимптотическими представлениями для функций Ханкеля и Лежандра [8] и разлагая подынтегральные выражения в ряд по малому параметру kl, из (9) получаем уравнения для мягкой поверхности:

$$h_{\nu-\frac{1}{2}}^{(1)}(x)+k^2\sigma^2 2^{-1}h_{\nu-\frac{1}{2}}^{(1)\prime\prime}(x)+y_1 h_{\nu-\frac{1}{2}}^{(1)\prime}(x)=0 \tag{17}$$

и для жесткой поверхности

$$h_{\nu-\frac{1}{2}}^{(1)\prime}(x)+y_1\nu^2(2x^2)^{-1}h_{\nu-\frac{1}{2}}^{(1)}(x)=0, \tag{18}$$

где $y_1=-k\sigma^2 l^{-1}\int\limits_0^\infty N'(y)/y\,dy$. Решая уравнения (17), (18) так, как это делалось в работе [5], для безразмерных волновых чисел $\nu_s^{(j)}$ находим в случае мягкой поверхности

$$\nu_s^{(1)}=\nu_{s0}^{(1)}+y_1,\quad W_s^{(1)}=W_{s0}^{(1)}, \tag{19}$$

в случае жесткой поверхности при $y_1 x^{1/3} \gg 1$

$$\nu_s^{(2)} = \nu_{s0}^{(1)} + 2/y_1, \quad W_s^{(2)} = W_{s0}^{(1)}, \tag{20}$$

а при $y_1 x^{1/3} \ll 1$

$$\nu_s^{(2)} = \nu_{s0}^{(2)} + (x/6)^{2/3} 3y_1 \exp(-i\pi/3) [2q_{s0}^{(2)}]^{-1},$$

$$W_s^{(2)} = W_{s0}^{(2)} [1 + (x/6)^{1/3} 3y_1 \exp(i\pi/3) [q_{s0}^{(2)}]^{-2}]. \tag{21}$$

Структура выражений (19)—(21) аналогична структуре соответствующих выражений для комплексных волновых чисел $\nu_s^{(j)}$ ползущих волн, распространяющихся вокруг статистически неровной цилиндрической поверхности [5]. Поэтому влияние малых случайных неровностей на распространение ползущих волн вокруг сферической поверхности оказывается таким же (качественно), что и в случае цилиндрической поверхности [5]. Сказанное, однако, не относится к эффектам, связанным с распространением поверхностных ползущих волн, рассматриваемых ниже.

Уравнение (18), справедливое для абсолютно жесткой поверхности, покрытой мелкомасштабными неровностями, помимо найденных выше корней $\nu_s^{(2)}$ имеет еще одно решение $\nu_п$, которое при $\exp(xy_1^3/24) \ll 1$ определяется выражением $\nu_п = x[1 + y_1^2/8 + (xy_1)^{-1} + iy_1^2 \exp(-xy_1^3/12)/2$. Дифракционное поле, описываемое рядом (8), в этом случае должно быть дополнено слагаемым $p_п$, определяющим поле поверхностной ползущей волны. Поле $p_п$ в различных пространственных областях определяется выражениями (10)—(12), (14), (15) с безразмерным волновым числом $\nu_п$ и комплексной амплитудой $W_п = \pi^{1/2} x^{2/3} \cdot y_1^2 \exp(2i\pi/3 - xy_1^3/12)$. Такая волна распространяется исключительно из-за наличия неровностей и не возбуждается на гладкой сфере. При $a \to \infty$ эта волна вырождается в обычную поверхностную волну с фазовой скоростью $c_ф = c(1 - y_1^2/8)$, распространяющуюся без затухания вдоль статистически неровной в среднем плоской поверхности [6].

Поскольку безразмерное волновое число $\nu_п$ при

$$a \operatorname{Im} k \ll 1, \quad \exp(-xy_1^3/12)\, xy_1^2/2 \ll 1 \tag{22}$$

имеет малую мнимую часть, поверхностная ползущая волна является слабозатухающей, что приводит к возникновению резонансов. Резонансы наблюдаются при $x[1 + y_1^2/8 + (xy_1)^{-1}] = m + 1/2$, где m — целое, т. е. на таких частотах, при которых на длине окружности радиуса a укладывается нечетное число полуволн. Это объясняется тем, что ползущие волны, распространяющиеся вокруг сферы, при переходе через фокальные полупрямые $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ испытывают скачок фазы, равный $\pi/2$. Для поля поверхностной ползущей волны в резонансе из (10), (14) в освещенной области вдали от фокальной полупрямой $\theta = 0$ находим

$$p_п = \frac{e^{i\sqrt{k^2r^2-x^2}}\sqrt{x}}{\sqrt{2\pi kr \sin\theta}\,(k^2r^2 - x^2)^{1/4}} \left[e^{i(\nu\alpha_2 - \pi/4)} + e^{i(\nu\alpha_1 + \pi/4)}\right]\Big|_{\nu=\nu_п}$$

и вблизи от фокальной полупрямой $\theta = 0$

$$p_п = \frac{e^{i\sqrt{k^2r^2-x^2}}x}{\sqrt{kr}\,(k^2r^2 - x^2)^{1/4}} J_0(\nu\theta)\, e^{i\nu\left(\frac{3}{2}\pi - \arccos\frac{a}{r}\right)}\Big|_{\nu=\nu_п}. \tag{23}$$

В зоне тени в резонансе из (11), (15) вдали от фокальной полупрямой $\theta = \pi$ получаем

$$p_п = i\frac{e^{i\sqrt{k^2r^2-x^2}}\sqrt{x}}{\sqrt{2\pi kr \sin\theta}\,(k^2r^2 - x^2)^{1/4}} \left[e^{i(\nu\alpha_1 - \pi/4)} + e^{i(\nu\alpha_2 + \pi/4)}\right]\Big|_{\nu=\nu_п}$$

и вблизи от фокальной полупрямой $\theta = \pi$

$$p_п = i\frac{e^{i\sqrt{k^2r^2-x^2}}}{\sqrt{kr}\,(k^2r^2 - x^2)^{1/4}} J_0[\nu(\pi - \theta)]\, e^{i\nu\left(\frac{\pi}{2} - \arccos\frac{a}{r}\right)}\Big|_{\nu=\nu_п}.$$

В обратном направлении ($\theta = 0$) при $ka^2 \ll r$ из (23) получаем $p_{\text{п}} = i\,(-1)^m \exp(ikr)\, a/r$. Из этого выражения следует, что вклад поверхностной ползущей волны в рассеянное поле при выполнении условий (22) в резонансе сравним с геометрооптической составляющей. В этом случае амплитуда поля поверхностной ползущей волны в обратном направлении $|p_{\text{п}}| = a/r$, что вдвое больше, чем модуль звукового давления зеркально отраженной волны. Этот эффект объясняется совместным действием двух физических механизмов; с одной стороны, резонансного усиления поля на определенных частотах из-за конструктивной интерференции поверхностных ползущих волн, а с другой — их фокусировкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Chen J. M., Kim S. J.* Scattering of acoustic waves by a penetrable sphere with statistically corrugated surface // J. Acoust. Soc. Amer. 1967. V. 42. № 1. P. 1—5.
2. *Chen J. M.* Scattering of scalar waves by a convex transparent object with statistical surface irregularities // J. Math. Phys. 1968. V. 49. № 3. P. 439—450.
3. *Fan W., Chen J. M.* Scattering of a plane longitudinal elastic wave by a large convex rigid object with a statistically corrugated surface. I. Perturbation solution // J. Math. Phys. 1974. V. 15. № 6. P. 831—841.
4. *Maerfeld J. F. G.-C., Maguer P.* Abnormal backscattering of low ronghness surface of metallic object immersed in water // Acoustical imaging. 1982. V. 12. P. 733—742.
5. *Попов Ю. Ю.* Распространение ползущих волн вокруг статистически неровной цилиндрической поверхности // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 2. С. 324—330.
6. *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
7. *Nussenzveig H. M.* High-frequency scattering by an impenetrable sphere // Ann. Phys. 1965. V. 34. № 1. P. 23—95.
8. Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамовица. М., Стиган И. М.: Наука, 1979.

Акустический институт
им. Н. Н. Андреева

Отделение гидроакустики
Института гидромеханики
Академии наук УССР

Поступила в редакцию
3.X.1988