АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Том XXXV 1989 Вып. 2

УДК 534.232

ФОРМИРОВАНИЕ ФОКУСИРОВАННОГО ПУЧКА АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ПЛОСКОЙ СИСТЕМОЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Гужев С. Н., Маев Р. Г., Чернозатонский Л. А.

Теоретически рассматривается возбуждение объемных акустических волн в жидкости встречно-штыревым преобразователем, расположенным на плоскости раздела пьезокристалла и жидкости. Приводится ряд фазированных систем ВШП, позволяющих сформировать линейно фокусированный пучок акустических волн в объеме жидкости. Рассчитана структура фокальных областей таких систем, находящихся на границе раздела вода – ниобат лития.

В последнее время большой интерес вызывает изучение методами акустической микроскопии механических свойств поверхностей материалов путем измерения скорости рэлеевских и других типов поверхностных и приповерхностных волн [1, 2]. Рассматриваемая система встречно-штыревых преобразователей (ВШП) представляет собой плоскую линзу, дающую возможность получить в иммерсионной среде линейно фокусированный пучок объемных волн. Она может использоваться аналогично известной цилиндрической линзе, применяемой для исследования анизотропии механических свойств поверхностей [3].

Работа системы основана на способности ВШП возбуждать объемную волну в среде, прилегающей к поверхности [4]. Нас будут интересовать объемные волны в иммерсионной жидкости, в качестве которой в акустической микроскопии обычно используется вода. Прежде чем перейдем к фокусирующим системам, проведем расчет акустического поля единичного ВШП в жидкости, граничащей с поверхностью, на которой расположен преобразователь. Затем рассмотрим ряд фазированных систем ВШП и рассчитаем структуру акустического поля в фокальной области для каждой из них.

Расположение преобразователя на границе раздела сред показано на фиг. 1. Подложка занимает нижнее полупространство $z<0$ и представляет собой пьезоэлектрик, характеризуемый плотностью ρ, тензором упругих модулей c_{ijkl}, тензором пьезопостоянных e_{ijk}, и диэлектрической проницаемостью ε_{ij}. Полупространство $z>0$ занято диэлектрической жидкостью плотности $\rho_ж$ со скоростью звука $v_ж$ и проницаемостью ε_0. На поверхность $z=0$ пьезоэлектрика нанесены с периодом l электроды в виде бесконечно длинных полос ширины q, параллельных оси y. Электроды предполагаются бесконечно тонкими и идеально проводящими.

Возбуждение акустических волн ВШП на границе пьезокристалла и жидкости достаточно подробно рассмотрено в [5]. Здесь ограничимся необходимыми для дальнейшего выкладками, предварительно отметив, что расчет проводится в приближении малой пьезосвязи. В качестве подложки примем YZ-срез $LiNbO_3$, широко используемый в устройствах на ПАВ.

Выбрав систему координат так, чтобы ось z была нормальна к поверхности подложки, а ось x параллельна оси Z кристаллографической ориентации $LiNbO_3$, запишем уравнения движения кристалла:

$$\rho\frac{\partial^2 U_x}{\partial t^2}=c_{33}\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2}+c_{44}\frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2}+(c_{13}+c_{44})\frac{\partial^2 U_z}{\partial x\partial z}-e_{33}\frac{\partial E_x}{\partial x}-e_{15}\frac{\partial E_z}{\partial z},$$

$$\rho\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2}=c_{11}\frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2}+c_{44}\frac{\partial^2 U_z}{\partial x^2}+(c_{13}+c_{44})\frac{\partial^2 U_x}{\partial x\partial z}-e_{22}\frac{\partial E_z}{\partial z}-e_{15}\frac{\partial E_z}{\partial x}-$$

$$-e_{31}\frac{\partial E_x}{\partial z}, \qquad (1)$$

U – смещение в кристалле, **E** – внешнее электрическое поле. Для решения (1) воспользуемся преобразованим Фурье по координате x. Фурье-компоненты электрического поля $\overline{E}_x(k, z)$ и $\overline{E}_z(k, z)$ записываются в виде [6]

$$\overline{E}_x(k, z)=\overline{E}(k)\exp m|k|z,$$

$$\overline{E}_z(k, z)=-i(\operatorname{sign} k)\, m\overline{E}(k)\exp m|k|z, \quad z<0,$$

где

$$\overline{E}(k)=i\frac{\pi}{2K(s')}NF(k)V_0\exp(-i\omega t), \qquad (2)$$

$$F(k)=\sum_{n=0}^{\infty}P_n(\cos\eta)\left\{\frac{\sin[(2n+1+kl/\pi)N\pi]}{(2n+1+kl/\pi)N\pi}-\right.$$

$$\left.-\frac{\sin[(2n+1-kl/\pi)N\pi]}{(2n+1-kl/\pi)N\pi}\right\},$$

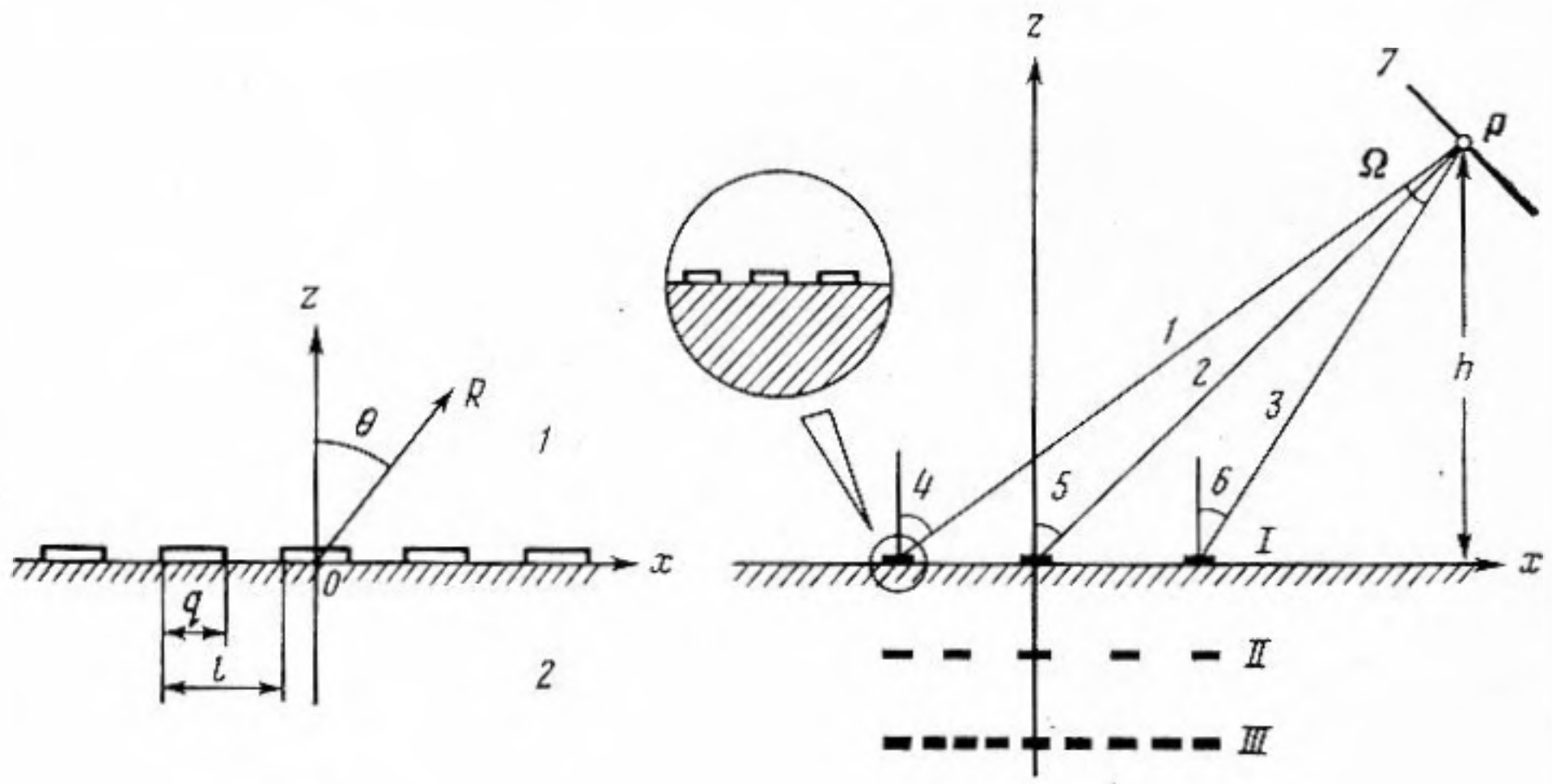
N – число пар электродов в преобразователе, $K(s')$ – полный эллиптический интеграл первого рода от дополнительного модуля $s'=\sqrt{1-s^2}$, $s=\sin\frac{\eta}{2}$, $\eta=\frac{\pi q}{l}$, $m=\sqrt{\varepsilon_{33}/\varepsilon_{22}}$, $P_n(\cos\eta)$ – полиномы Лежандра, $V_0\exp\times$ $\times(-i\omega t)$ – напряжение на преобразователе.

Решение системы (1) имеет вид

$$\overline{U}_x(k, z)=A_1\exp(\alpha_1 kz)+A_2\exp(\alpha_2 kz)+\frac{a}{k}\overline{E}(k)\exp(mkz),$$

$$\overline{U}_z(k, z)=i\left[p_1A_1\exp(\alpha_1 kz)+p_2A_2\exp(\alpha_2 kz)+\frac{b}{k}\overline{E}(k)\exp(mkz)\right], \qquad (3)$$

где амплитуды A_1 и A_2 собственных решений неизвестны. Коэффициенты проникновения акустических колебаний вглубь кристалла α_1 и α_2 опреде-



Фиг.1 Фиг.2

Фиг. 1. ВШП и система координат. *1* – жидкость, *2* – кристалл

Фиг. 2. Фазированная система ВШП: P – фокус, $h=100\lambda$, $\Omega=17°$, *1* – R_{-1}, *2* – R_0, *3* – R_1, *4* – $\theta_{-1}=51{,}7°$, *5* – $\theta_0=45°$, *6* – $\theta_1=34{,}5°$, *7* – линия $z=200\lambda-x$, I – система 3 ВШП, II – 5 ВШП, III – 9 ВШП

ляются выражением

$$\alpha_{1,2}=\left\{\frac{1}{2c_{11}c_{44}}\left[-B\pm\sqrt{B^2-4c_{11}c_{44}\left(\rho\frac{\omega^2}{k^2}-c_{33}\right)\left(\rho\frac{\omega^2}{k^2}-c_{44}\right)}\right]\right\}^{1/2} \tag{4}$$

$$B=c_{11}\left(\rho\frac{\omega^2}{k^2}-c_{33}\right)+c_{44}\left(\rho\frac{\omega^2}{k^2}-c_{44}\right)+(c_{13}+c_{44})^2.$$

Коэффициенты p_i, $i=1, 2$, задают траектории движения частиц в парциальных акустических волнах:

$$p_i=\frac{c_{44}\alpha_i^2+\rho\frac{\omega^2}{k^2}-c_{33}}{\alpha_i(c_{13}+c_{44})}, \tag{5}$$

коэффициенты a и b — эффективность возбуждения вынужденного движения под действием электрического поля:

$$a=\frac{1}{d}\left[i\left(m^2c_{11}+\rho\frac{\omega^2}{k^2}-c_{44}\right)(e_{33}-m^2e_{15})+m^2(c_{13}+c_{44})(e_{15}-me_{22}-ie_{31})\right],$$

$$b=\frac{1}{d}\left[\left(m^2c_{44}+\rho\frac{\omega^2}{k^2}-c_{33}\right)m(e_{15}-me_{22}-ie_{31})-im(c_{13}+c_{44})(e_{33}-m^2e_{15})\right],$$

$$d=\left(m^2c_{44}+\rho\frac{\omega^2}{k^2}-c_{33}\right)\left(m^2c_{11}+\rho\frac{\omega^2}{k^2}-c_{44}\right)+m^2(c_{13}+c_{44})^2.$$

Жидкость, занимающую полупространство $z>0$, будем считать идеальной и, вводя потенциал смещения φ, такой что $\mathbf{U}^{ж}=\nabla\varphi$, запишем уравнение движения и переменное давление в жидкости в виде

$$\Delta\varphi+\frac{\omega^2}{v_ж^2}\varphi=0, \tag{6}$$

$$p=-\omega^2\rho_ж\varphi. \tag{7}$$

Внешнее электрическое поле не вызывает какого-либо вынужденного движения жидкости, поэтому решение уравнения (6) представляет акустическую волну с неизвестной амплитудой A_3:

$$\bar{\varphi}(k,z)=\frac{A_3}{k}\exp\left(-z\sqrt{k^2-\frac{\omega^2}{v_ж^2}}\right), \tag{8}$$

где $v_ж$ — скорость звука в жидкости.

Движения в кристалле и жидкости согласуются граничными условиями при $z=0$: непрерывностью нормальных смещений и напряжений и отсутствием тангенциальных напряжений на поверхности кристалла. Используя выражения (3), (7), (8), запишем систему граничных условий в виде

$$ip_1A_1+ip_2A_2+\sqrt{1-\frac{\omega^2}{k^2v_ж^2}}A_3=-mb\frac{\bar{E}(k)}{k},$$

$$(c_{13}+c_{11}\alpha_1p_1)A_1+(c_{13}+c_{11}\alpha_2p_2)A_2+\rho_ж\frac{\omega^2}{ik^2}A_3=-(c_{13}a+mc_{11}b)\frac{\bar{E}(k)}{k}, \tag{9}$$

$$(\alpha_1-p_1)A_1+(\alpha_2-p_2)A_2=m(b-a)\frac{\bar{E}(k)}{k}.$$

Неизвестные амплитуды A_i, $i=1, 2, 3$, находятся из системы (9) обычным методом решения систем неоднородных линейных уравнений:

$$A_i=\frac{\Delta_i}{\Delta}\frac{\bar{E}(k)}{k},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} ip_1 & ip_2 & \sqrt{1-\frac{\omega^2}{k^2 v_ж^2}} \\ c_{13}+c_{11}\alpha_1 p_1 & c_{13}+c_{11}\alpha_2 p_2 & -i\rho_ж \frac{\omega^2}{k^2} \\ \alpha_1 - p_1 & \alpha_2 - p_2 & 0 \end{vmatrix} \tag{10}$$

— главный определитель системы (9), а из Δ_i нас интересует Δ_3, так как он определяет амплитуду A_3 волны в жидкости:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} ip_1 & ip_2 & -mb \\ c_{13}+c_{11}\alpha_1 p_1 & c_{13}+c_{11}\alpha_2 p_2 & -(c_{13}a+mc_{11}b) \\ \alpha_1 - p_1 & \alpha_2 - p_2 & m(b-a) \end{vmatrix}.$$

Потенциал смещения в жидкости получим после обратного преобразования Фурье:

$$\varphi(x,z,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_3}{\Delta}\frac{\bar{E}(k)}{k}\exp\left(-z\sqrt{k^2-\frac{\omega^2}{v_ж^2}}\right)\exp(ikx-i\omega t)\,dk. \tag{11}$$

Для оценки интеграла (11) перейдем от координат (x, z) к полярным координатам (R, θ): $x=R\sin\theta$, $z=R\cos\theta$ (фиг. 1). Тогда (11) примет вид

$$\varphi(R,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \beta(k)\exp[iR\gamma(k)]\,dk, \tag{12}$$

где $\beta(k) = \frac{1}{2\pi}\frac{\Delta_3}{\Delta}\frac{\bar{E}(k)}{k}$, $\gamma(k) = \sqrt{k_ж^2-k^2}\cos\theta + k\sin\theta$, $k_ж = \frac{\omega}{v_ж}$ (множитель $\exp(-i\omega t)$ опущен). На достаточном удалении от преобразователя, т. е. при больших R, интеграл (12) можно оценить методом стационарной фазы. Условие стационарности $d\gamma(k)/dk=0$ выполняется при $k=k_0=\pm k_ж\sin\theta$. Наличие двух значений k_0 обусловлено тем, что вследствие симметрии преобразователь излучает объемные волны по обе стороны от вертикальной оси z. Поскольку для обоих k_0 формулы одинаковы, рассмотрим $k_0=k_ж\sin\theta$, которое соответствует положительным θ. При этом значении $\gamma(k_0)=k_ж$, $\gamma''(k_0)=-1/k_ж\cos^2\theta$. Следует отметить, что функция $\beta(k)$ также включает осциллирующий множитель: $\beta(k) = D(k)\frac{\sin klN}{klN}$ где $D(k)$ — медленно меняющаяся функция от k. На расстояниях R, значительно превышающих размер преобразователя $2lN(R\gamma(k)\gg klN)$, $\sin klN$ медленно меняется по сравнению с экспонентой $\exp[iR\gamma(k)]$; поэтому его можно не включать в фазовый множитель. В результате для интеграла (12) получим

$$\varphi(R,\theta) = \sqrt{\frac{2\pi k_ж\cos^2\theta}{R}}\,e^{-i\frac{\pi}{4}}\,\beta(k_0)\exp(iRk_ж) =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2\pi k_ж R}}\,\mathrm{tg}\,\theta e^{-i\frac{\pi}{4}}\left.\frac{\Delta_3}{\Delta}\right|_{k_0}\bar{E}(k_0)\exp(iRk_ж). \tag{13}$$

В этом выражении последний сомножитель определяет фазу волны, а множитель $\bar{E}(k_0)$ — диаграмму направленности излучения. Главный лепесток диаграммы направленности имеет максимум под углом $\theta = \arcsin\frac{v_ж}{2lf}$ (f — частота) и меняет наклон при изменении периода l электродов в ВШП.

Перейдем к анализу фазированных систем, состоящих из нескольких

преобразователей. Рассмотрим систему из трех преобразователей (фиг. 2, система *I*), расположенных так, что направления максимумов их диаграмм направленности пересекаются в выбранной точке (в фокусе) P, и излученные ВШП волны складываются в этой точке синфазно. Для определенности примем угол максимума излучения центрального преобразователя равным 45°, расстояние от фокуса в точке P до границы раздела сред $h=100\lambda$ (λ – длина волны в жидкости). Условие фазировки выполняется, если расстояния R_i, $i=-1, 0, 1$, от центров преобразователей до фокуса отличаются на целое число длин волн. Примем $R_{-1}-R_0=R_0-R_1=20\lambda$. При этом удвоенный угол раскрытия системы, т. е. угол, который система ВШП занимает, если смотреть из точки P, равен $\theta_{-1}-\theta_1\simeq 17°$.

Если в системе *I* между имеющимися ВШП расположить еще по одному преобразователю так, чтобы $R_{i-1}-R_i=10\lambda$, то получим фазированную систему из 5 ВШП (фиг. 2, система *II*). Дополнив таким же образом систему II, получим фазированную систему из 9 ВШП, в которой $R_{i-1}-R_i=5\lambda$ (фиг. 2, система *III*). Периоды l_i электродов в преобразователях взяты в соответствии с условием пересечения направлений максимумов излучения ВШП в фокусе P.

Акустическое давление в жидкости, создаваемое системой ВШП, представляется суммой давлений от каждого преобразователя, и, учитывая (7), можем записать

$$p=\sum_i p_i=-\omega^2\rho_ж\sum_i \varphi_i. \tag{14}$$

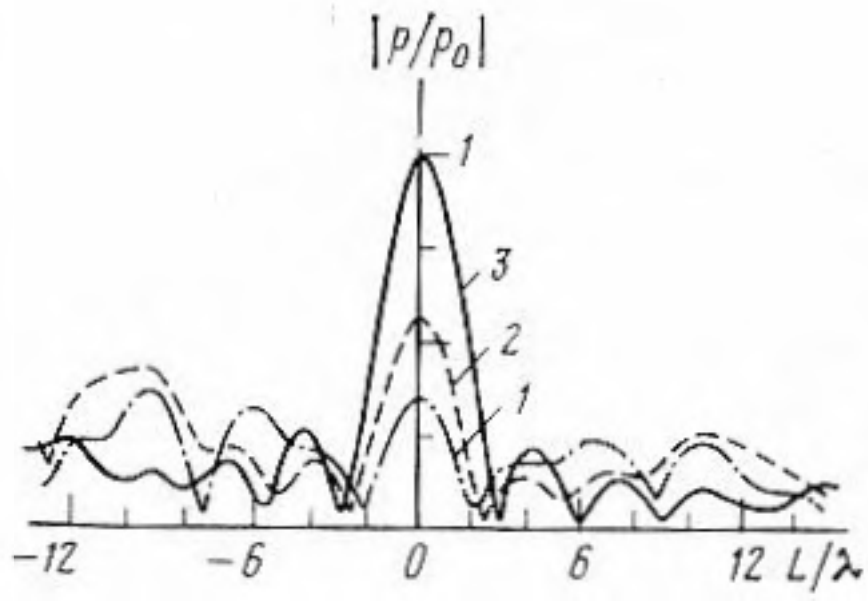
Таким образом, по (13) и (14) можно вычислить акустическое давление генерируемого системой пучка в любой точке жидкости. Численным методом был проведен расчет давления в фокальной области систем *I*, *II*, *III*, показанных на фиг. 2. При расчете в формуле (13), исходя из геометрии задачи, для i-го преобразователя полагалось $R_i=\sqrt{(x-a_i)^2+z^2}$, $\sin\theta_i=(x-a_i)/R_i$, $\cos\theta_i=z/R_i$, где a_i – координата центра i-го преобразователя по оси x. Используемые при вычислении величины a_i и l_i на частоте $f=100$ МГц даны в таблице.

На фиг. 3 показаны зависимости модуля давления $|p|$ вдоль прямой $z=200\lambda-x$, перпендикулярной R_0, для систем *I*, *II*, *III*, в которых каждый преобразователь имел по три электрода. Из приведенных графиков видно, что система из трех преобразователей является по существу многофокусной, а в системе из девяти ВШП главный максимум четко выражен и на ~12,5 дБ превосходит уровень первого бокового максимума. При увеличении числа преобразователей в системе несколько увеличивается расстояние между первыми минимумами, определяющее размеры фокальной области: от 4λ до 6λ. Рассматриваемые системы имеют протяженную фокальную область в продольном направлении: размеры фокуса вдоль прямой $z=x$ по уровню 3 дБ составляют примерно 40λ для системы *III*.

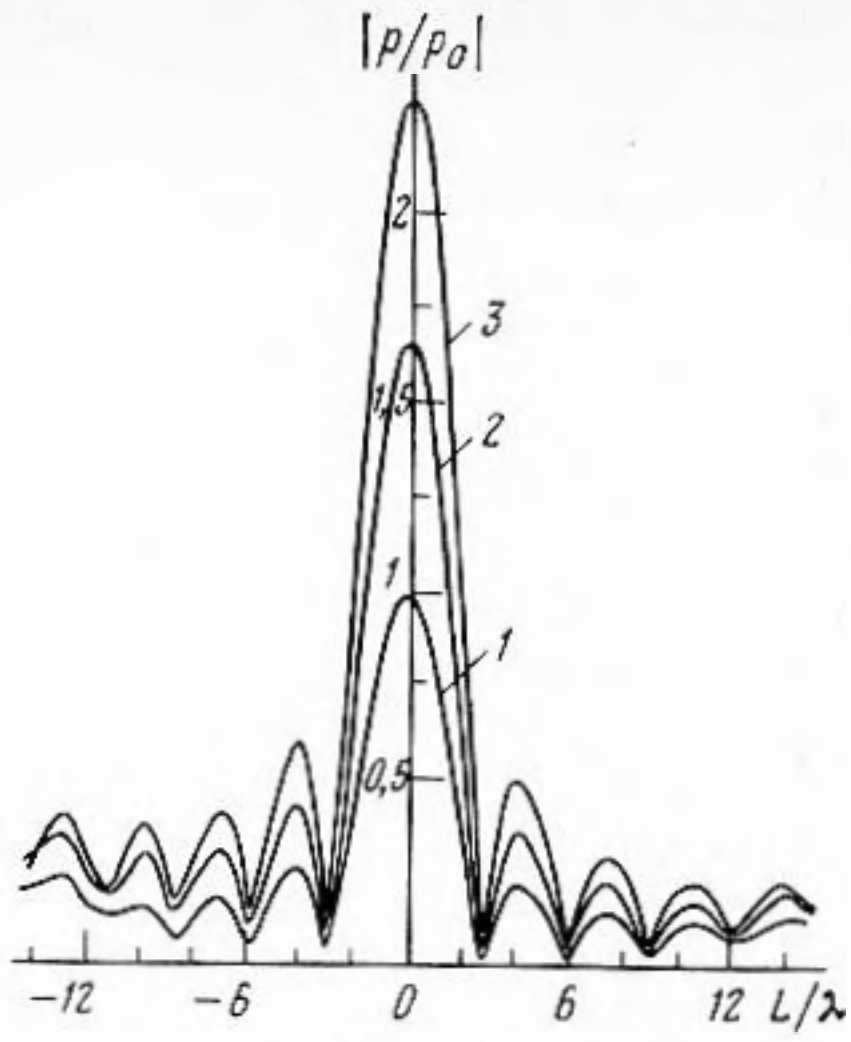
По принципу фазирования данные структуры аналогичны френелевской линзе, и для них сохраняется возможность перемещения фокуса при

Координаты центров ВШП a_i/λ по оси x и периоды электродов l_i (мкм) в преобразователях для системы 9 ВШП на границе раздела вода – ниобат лития (фиг. 2); $f=100$ МГц, $\lambda=15$ мкм

a_{-4}	a_{-3}	a_{-2}	a_{-1}	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4
−26,71	−20,28	−13,70	−6,95	0	7,21	14,73	22,65	31,13
l_{-4}	l_{-3}	l_{-2}	l_{-1}	l_0	l_1	l_2	l_3	l_4
19,1	19,5	19,9	20,5	21,2	22,1	23,1	24,5	26,4



Фиг. 3



Фиг. 4

Фиг. 3. Распределение нормированного модуля звукового давления $|p/p_0|$ вдоль прямой $z=200\lambda-x$: *1* – система 3 ВШП, *2* – 5 ВШП, *3* – 9 ВШП. L – расстояние от фокуса P, p_0 – давление в фокусе системы 9 ВШП

Фиг. 4. Распределение нормированного модуля звукового давления $|p/p_0|$ вдоль прямой $z=200\lambda-x$ для системы 9 ВШП (*III*) при различном числе электродов в преобразователях: *1* – $N=1{,}5$; *2* – $N=2{,}5$, *3* – $N=3{,}5$, L – расстояние от фокуса P, p_0 – давление в фокусе системы с $N=1{,}5$

девиации частоты, экспериментально показанная в [4]. В отличие от обычной френелевской линзы [7] в рассматриваемой системе каждый преобразователь излучает волну направленно, и практически вся энергия излучения сосредоточена в пределах главного лепестка, поэтому в фокусе можно получить достаточно большое усиление по давлению. Отметим, что такой параметр фокусировки, как отношение давлений в главном и первом боковом максимумах в цилиндрических френелевских линзах не превышает 10 дБ [7].

Из планарных систем, обеспечивающих возбуждение фокусированного пучка объемных волн, упомянем также структуры, в которых фокусировка достигается при рассеянии частотно-модулированного пакета поверхностных волн на системе периодических неоднородностей [8]. В сравнении с рассматриваемой эти системы имеют ряд недостатков, основным из которых является существенно меньшая эффективность преобразования подводимой к ВШП электрической энергии в фокусированный акустический сигнал (<50 дБ).

Структуру фокуса фазированной системы можно несколько улучшить, сузив диаграммы направленности ВШП, что достигается путем увеличения числа электродов в каждом преобразователе. На фиг. 4 приведены зависимости давления вдоль линии $z=200\lambda-x$ для системы из девяти ВШП с $N=1{,}5$; 2,5; 3,5. Отношение давлений в главном и первом боковом максимумах увеличивается и соответственно равно 4,43; 4,58; 4,80, а при удалении от фокуса давление спадает быстрее в системе с большим числом электродов. Нужно учитывать, однако, что увеличение числа электродов ограничено расстоянием между преобразователями.

Таким образом, фазированная система ВШП позволяет сформировать в объеме жидкости сфокусированный пучок акустических волн. Учитывая доступность фотолитографических методов нанесения поверхностных электродных структур, можно полагать, что рассматриваемые системы могут составить конкуренцию цилиндрической линзе в акустомикроскопических исследованиях материалов, и проведенный расчет может служить теоретической основой для анализа таких систем.

Авторы благодарят В. М. Левина за обсуждение работы и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Atalar A., Quate C. F., Wickramasinghe H. K.* Phase imaging in reflection with the acoustic microscope // Appl. Phys. Lett. 1977. V. 31. № 12. P. 791–793.
2. *Wilson R. C., Weglein R. D.* Acoustic microscopy of materials and surface layers // J. Appl. Phys. 1984. V. 55. № 9. P. 3261–3275.
3. *Kushibiki J.-I., Chubachi N.* Material characterization by linefocus – beam acoustic microscope // IEEE Trans. SU. 1985. V. 32. № 2. P. 189–212.
4. *Toda K., Murata Y.* Acoustic focusing device with interdigital transducer // J. Acoust. Soc. Amer. 1977. V. 62. № 4. P. 1033–1036.
5. *Гужев С. Н., Левин В. М.* Возбуждение поверхностных акустических волн Стоунли электродным преобразователем // Акуст. журн. 1987. Т. 33. № 4. С. 606–617.
6. *Joshi S. C., White R. M.* Excitation and detection of surface elastic waves in piezoelecric crystals // J. Acoust. Soc. Amer. 1969. V. 46. № 1. P. 17–27.
7. *Szilard J.* Ultrasonic Fresnel lenses, part II – cylindrical lenses // Ultrasonics. 1982. № 5. P. 103–109.
8. *Chen W. H., Fu F. C., Lu W. L.* Scanning acoustic microscope utilizing SAW – BAW conversion. // IEEE Trans. SU. 1985. V. 32. № 2. P. 181–188.

Всесоюзный научно-исследовательский
институт физико-технических
и радиотехнических измерений

Поступила в редакцию
12.X.1987
после окончательного
исправления
3.X.1988